

文章编号:1006-9941(2009)03-0339-05

## 不同先验信息下 D-优化法的估值精度及其适用性

付东晓,张蕊,李芳,谢高第,徐奉一

(陕西应用物理化学研究所 火工品安全性可靠性技术国防科技重点实验室, 陕西 西安 710061)

**摘要:**采用 Monte Carlo 模拟仿真方法,研究了感度试验在具有不同的先验信息情况下 D-优化法对感度总体参数的估值精度的影响。并将其与升降法和兰利法两种试验方法进行了对比研究。结果表明,D-优化法对初始参数的设置依赖性较小;当具有一定感度总体参数先验信息的情况下,采用升降法进行试验可以得到更准确的均值,而采用 D-优化法则可以得到更准确的标准差;在对样品感度信息掌握较少的情况下,D-优化法的估值精度优于其它两种方法,在只掌握试验样品的均值,对标准差不了解的情况下,兰利法可以得到更准确的均值估计,而 D-优化法则可以得到更准确的标准差;在任何情况下,D-优化法对标准差及  $P$  响应点的估值精度优于升降法和兰利法。

**关键词:**军事化学与烟火技术;感度试验;D-优化法;升降法;兰利法;Monte Carlo 方法

中图分类号:TJ450

文献标识码:A

DOI: 10.3969/j.issn.1006-9941.2009.03.021

### 1 引言

感度是火工品的重要技术参数,它与火工品的安全性和可靠性有着密切的关系,火工品的感度是指在一定条件下,受某种外界刺激能量(热、撞击、摩擦、针刺、电或光等)作用时,火工品在一定时间内发生作用的难易程度,是难以精确测量的物理量<sup>[1]</sup>,感度试验是目前获得火工品感度的唯一方法。目前,国内使用较多的火工品感度试验方法是升降法(Up and down 或 Brouceton)和兰利法(Langlie)<sup>[2]</sup>。为了能够得到总体参数的最优估计,在应用升降法和兰利法前都需要对总体参数有一个粗略的估计值后才能进行试验,这使得对样本总体参数的认知情况将直接影响感度试验方法的估值精度。

1989 年 Barry T. Neyer<sup>[3]</sup>提出一种新的序贯感度试验方法——Neyer 法,之后在此基础上又提出了 Neyer D-最优化法<sup>[4]</sup>。美国于 2003 年将一种新的感度试验方法 Neyer D-最优化法纳入 2003 年修订的美军标 MIL-DTL-23659D<sup>[5]</sup>中。2005 年美国航空航天学会标准 AIAA S-113-2005 中感度试验方法推荐升降法、兰利法和 Neyer D-最优化法<sup>[6]</sup>。可见 Neyer D-最优化法在国外已经广泛应用。国内 1997 年开始关注该方法<sup>[7]</sup>,2005 年袁俊明等<sup>[8]</sup>对其进行了进一步研究。2008 年,笔者<sup>[9]</sup>结合 D 最优化原理完成了 D-优化法程序的开发及其相关的模拟仿真工作。Barry T. Neyer<sup>[4]</sup>虽然采用了模拟仿真的方法分析了 Neyer D-最优化

法,得到了 Neyer D-最优化法受初始试验参数影响较小,可以在相同样本量的情况下得到更高的估值精度的结论,但由于没有结合具体的工程应用进行研究,因此无法为试验人员选择合适的试验方法提供参考。本文采用 Monte Carlo 模拟仿真的方法<sup>[10]</sup>对 D-优化估值精度及其适用性进行了研究,并与升降法和兰利法进行了比较,从实用角度探讨了 D 优化法的优缺点及工程适用性。

### 2 Monte Carlo 模拟仿真试验方案

首先,假设火工品的感度服从正态分布。由于升降法、兰利法和 D-优化法都属于序贯试验方法,因此,需要根据先验信息估计出总体参数(均值、标准差),以得到更准确的总体参数的估值。工程实践中,常见的对火工品感度的认知情况可以概括成以下三种类型:

(I) 比较准确地掌握感度试验样品的均值和标准差,即对样本的总体初始参数估计误差很小。

(II) 对感度试验样品的均值和标准差基本不了解,即对样本总体参数初始估计具有很大的误差。

(III) 只掌握感度试验样品的均值,即对样本总体均值初始估计误差很小,标准差初始估计误差很大。

以上三种对感度试验样品认知情况的总体参数数学模型可以用下式表示:

$$\mu_{\text{guess}} = [0.9, 1.1] \times \mu, \sigma_{\text{guess}} = [0.8, 1.2] \times \sigma \quad (1)$$

$$\mu_{\text{guess}} = [0.5, 1.5] \times \mu, \sigma_{\text{guess}} = [0.1, 8] \times \sigma \quad (2)$$

$$\mu_{\text{guess}} = [0.9, 1.1] \times \mu, \sigma_{\text{guess}} = [0.1, 8] \times \sigma \quad (3)$$

式中, $\mu_{\text{guess}}$ 和 $\sigma_{\text{guess}}$ 分别为根据先验信息估计出的均值和标准差, $\mu$ 和 $\sigma$ 分别为均值和标准差的真实值。 $[a, b]$

收稿日期:2008-11-27;修回日期:2009-01-05

基金项目:总装重点实验室基金项目资助(No. 9140C3705040805)

作者简介:付东晓(1981-),男,硕士研究生,从事火工品安全性可靠性技术研究。e-mail: coolfdx@163.com

表示服从  $[a, b]$  均匀分布的  $n$  个随机数中的任意一个。

采用 Monte Carlo 仿真方法对以上三种情况进行模拟,根据升降法、兰利法和 D-优化法最优初始试验参数设置的要求(见表 1),对同一随机数组处理,得出三种感度试验方法的估值。其中,依据 GJBZ377A-94 中给出的算法对升降法和兰利法进行处理,D-优化法根据文献[9]中的算法进行数据处理。通过多组计算,得出分析估值所用的统计量。

表 2 给出了根据三种常见的火工品感度认知情况设计的模拟仿真试验的初始参数设置情况。计算时,产生 10000 组服从正态分布的随机数,每组试验样本数量取 6 ~ 50 进行仿真试验。

表 1 三种感度试验方法最优初始试验参数设置

Table 1 Initial optimization test parameters for the three kinds of sensitivity tests

sensitivity test	initial parameter	initial optimization test parameter
up and down method	first test level $x_0$ ; step size $d$ ; sample size $N$ ;	$x_0 = \mu$ $d = \sigma$
Langlie method	lower stress limit $x_L$ ; upper stress limit $x_U$ ; sample size $N$ ;	$x_L = \mu - 4\sigma$ $x_U = \mu + 4\sigma$
D-optimality-based method	lower bound for the mean $x_L$ ; upper bound for the mean $x_U$ ; guess of the standard deviation $\sigma_{guess}$ ; sample size $N$ ;	$x_L \geq \mu - 4\sigma$ $x_U \leq \mu + 4\sigma$ $\sigma_{guess} = \sigma$

Note:  $\mu$  is mean,  $\sigma$  is standard deviation.

表 2 三种感度试验方法的模拟仿真试验的初始参数设置

Table 2 Initial test parameters of three kinds of sensitivity tests for simulation

initial estimate	up and down method	Langlie method	D-optimality-based method
$\mu_{guess} = [0.9, 1.1]\mu$ $\sigma_{guess} = [0.8, 1.2]\sigma$	$x_0 = \mu_{guess}$ $d = \sigma_{guess}$	$x_L = \mu_{guess} - 4\sigma_{guess}$ $x_U = \mu_{guess} + 4\sigma_{guess}$	$x_L = \mu_{guess} - 4\sigma_{guess}$ $x_U = \mu_{guess} + 4\sigma_{guess}$ $\sigma_{guess} = [0.8, 1.2]\sigma$
$\mu_{guess} = [0.5, 1.5]\mu$ $\sigma_{guess} = [0.1, 8]\sigma$	$x_0 = \mu_{guess}$ $d = \sigma_{guess}$	$x_L = \mu_{guess} - 4\sigma_{guess}$ $x_U = \mu_{guess} + 4\sigma_{guess}$	$x_L = \mu_{guess} - 4\sigma_{guess}$ $x_U = \mu_{guess} + 4\sigma_{guess}$ $\sigma_{guess} = [0.1, 8]\sigma$
$\mu_{guess} = [1.9, 1.1]\mu$ $\sigma_{guess} = [0.1, 8]\sigma$	$x_0 = \mu_{guess}$ $d = \sigma_{guess}$	$x_L = \mu_{guess} - 4\sigma_{guess}$ $x_U = \mu_{guess} + 4\sigma_{guess}$	$x_L = \mu_{guess} - 4\sigma_{guess}$ $x_U = \mu_{guess} + 4\sigma_{guess}$ $\sigma_{guess} = [0.1, 8]\sigma$

Note:  $\mu$  is mean,  $\sigma$  is standard deviation.

### 3 不同初始试验参数对总体估值精度的影响

采用 10000 组仿真结果的均方误差 ( $MSE$ ) 来评价各方法的估值精度。式(4)为评价方法的计算公式。

$$\sigma^2 / MSE = \sigma^2 / \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - x)^2 \quad (4)$$

式中,  $N$  为组数,  $x_i$  为仿真所得的估计值,  $x$  为真实参数值,  $\sigma$  为标准差的真实值。由于均方误差反映了估计值与真实参数值的平均误差。因此,  $\sigma^2 / MSE$  的值越大就说明估计的精度越高。

#### 3.1 初始试验参数为 $\mu_{guess} = [0.9, 1.1]\mu$ ,

$\sigma_{guess} = [0.8, 1.2]\sigma$  时的影响

初始试验参数为  $\mu_{guess} = [0.9, 1.1]\mu$ ,  $\sigma_{guess} = [0.8, 1.2]\sigma$  时,代表了第(I)种火工品感度的认知情况,即比较准确地掌握试验样品的感度均值和标准差。第(I)种感度认知情况下的均值及标准差的估值精度曲线,如图 1 所示。由图 1 可以看出,对均值的估值升降法要优于兰利法和 D-优化法;而对于标准差的估值, D-优化法要优于升降法和兰利法。因此,如果已经比较准确地掌握感度试验样品的均值和标准差,则在实际工程应用中,试验者应根据试验的要求,对感度试验方法进行选择,如只需要得到更精确的均值,可采用升降法进行试验,若需要得到更精确的标准差则应采用 D-优化法进行感度试验,此时不建议采用兰利法进行感度试验。

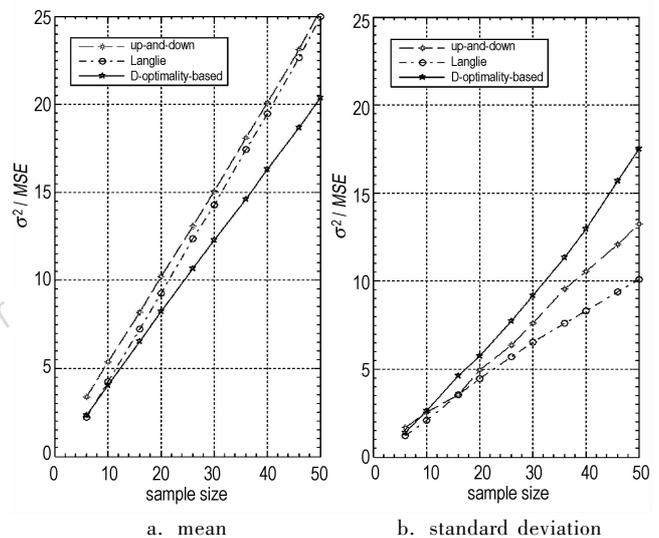


图 1 第(I)种认知类型均值(a)及标准差(b)的估值精度曲线

Fig. 1 Efficiency in determining the mean (a) and standard deviation (b) for the first type

表 3 中给出了第(I)种认知类型下均值及标准差的模拟中失败的个数,从表 3 中可以看出 D 优化法相对于升降法和兰利法的成功效率更高。虽然此种情况下升降法的估值精度比较好,但其各样本量情况下对标准差的估计,都存在着数据处理失败,会发生浪费样本的情况。

表 3 第 ( I ) 种认知类型数据处理失败的个数

Table 3 The numbers of failed data processing for the first type

sample size	up and down method		Langlie method		D-optimality-based method	
	mean	standard deviation	mean	standard deviation	mean	standard deviation
16	0	724	0	402	0	134
20	0	171	0	94	0	19
26	0	133	0	6	0	0
30	0	94	0	1	0	0
36	0	40	0	0	0	0
40	0	36	0	0	0	0
46	0	13	0	0	0	0
50	0	10	0	0	0	0

3.2 初始试验参数为  $\mu_{\text{guess}} = [0.5, 1.5]\mu$ ,

$\sigma_{\text{guess}} = [0.1, 8]\sigma$  时的影响

初始试验参数为  $\mu_{\text{guess}} = [0.5, 1.5]\mu, \sigma_{\text{guess}} = [0.1, 8]\sigma$  是对火工品感度认知的第 ( II ) 种情况的数学模型。表 4 为这种认知类型数据处理失败的个数,图 2 给出了这种初始参数的计算结果。通过分析得到,在对感度试验样品的均值和标准差基本不了解的情况下, D-优化法对均值和标准差的估值精度都是最好的,并且其数据处理成功率也是最高的。即采用 D-优化法是试验者最好的选择,此种方法由于不会产生数据处理失败的情况,所以 D-优化法可以减少对样本的浪费。

从图 2 还可以看出,在第 ( II ) 类情况下兰利法的均值估值精度很低,这主要是因为在这种情况下,容易出现  $X_L < X_U < \mu$  或  $\mu < X_L < X_U$  的情况,这对兰利法的估值精度的影响非常大,可导致其估值无效。由图 2 中可以看出,在第 ( II ) 类情况下升降法的估值基本无效,主要原因是  $\sigma_{\text{guess}}$  过大导致升降法估值无效。因此,在工程应用中,如果对于火工品的样品发火刺激量的信息了解较少,应尽量避免采用兰利法和升降法。

表 4 第 ( II ) 种认知类型数据处理失败的个数

Table 4 The numbers of failed data processing for the second type

sample size	up and down method		Langlie method		D-optimality-based method	
	mean	standard deviation	mean	standard deviation	mean	standard deviation
16	39	5608	288	933	0	2476
20	17	4620	265	439	0	745
26	4	4939	238	295	0	98
30	3	4739	232	248	0	11
36	0	4718	214	223	0	1
40	0	4653	202	212	0	0
46	0	4659	197	199	0	0
50	0	4590	192	195	0	0

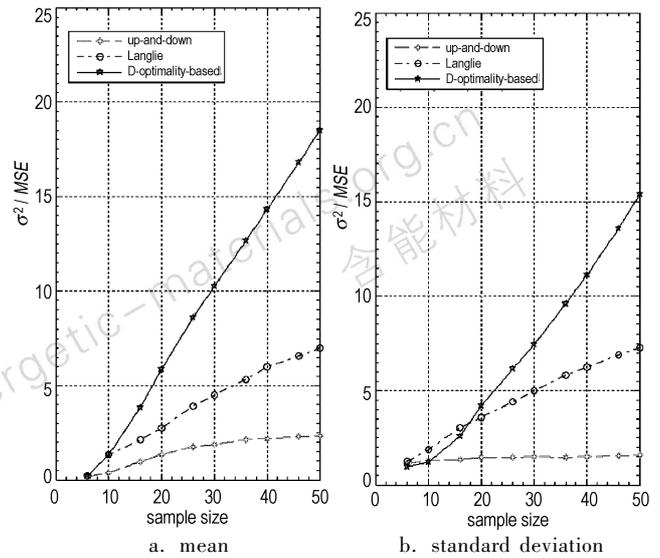


图 2 第 ( II ) 种认知类型均值 ( a ) 及标准差 ( b ) 的估值精度曲线

Fig. 2 Efficiency in determining the mean ( a ) and standard deviation ( b ) for the second type

3.3 初始试验参数为  $\mu_{\text{guess}} = [0.9, 1.1]\mu, \sigma_{\text{guess}} = [0.1, 8]\sigma$  时的影响

$\mu_{\text{guess}} = [0.9, 1.1]\mu, \sigma_{\text{guess}} = [0.1, 8]\sigma$  是第 ( III ) 种火工品感度认知的初始参数设置的数学模型。图 3 给出了其计算结果。

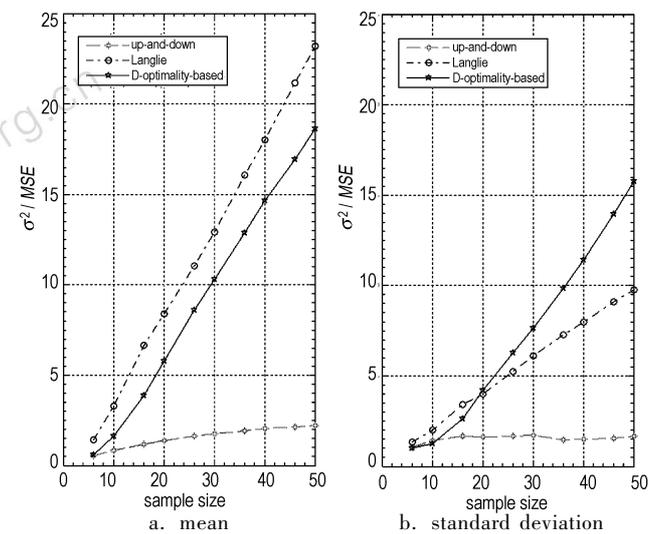


图 3 第 ( III ) 种认知类型均值 ( a ) 及标准差 ( b ) 的估值精度曲线

Fig. 3 Efficiency in determining the mean ( a ) and standard deviation ( b ) for the third type

从图 3 可以看出,在比较了解试验样品的感度均值时,采用兰利法对均值的估值精度最高, D-优化法次之,

对标准差的估值精度依然是 D 优化法最高,同时 D-优化法保持着相同的数据处理成功率,这表明 D-优化法受初始参数影响很较小。在该初始参数的设置情况下,兰利法因不会出现  $X_L < X_U < \mu$  或  $\mu < X_L < X_U$  的情况,其对均值和标准差的估值精度与第(I)类情况相同。

因此,在初始参数设置避免  $X_L < X_U < \mu$  或  $\mu < X_L < X_U$  的情况是使用兰利法进行感度试验应注意的关键问题。从图 3 还可以看出,升降法在第(III)类情况中的表现(见表 5)与第二种情况相似,这说明升降法受初始参数的影响很大,即选好初始参数是采用升降法进行感度试验的基本要求。

#### 4 不同初始试验参数对 P 响应点估值精度的影响

P 响应点是指感度分布中,对应于发火率 P 的刺激量点,火工品感度试验中一般对 99.9%,0.1%的 P 响应点比较关注。P 响应点可以用  $y_p = \hat{\mu} + u_p \hat{\sigma}$  计算。图 4 中为 99.9%,0.1%的 P 响应点估值精度分析曲线。采用均方误差来评价 P 响应点估值精度。均方误差可以表示为:

$$\sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - x)^2} \quad (5)$$

式中, N 为组数,  $x_i$  为仿真所得的估计量, x 为真实参数值。

图 4 中,由左到右依次为第 I 类,第 II 类和第 III 类情况下的 99.9% ( $\sqrt{MSE}$ ), 0.1% ( $-\sqrt{MSE}$ ) P 响应点的均方误差,当曲线值越接近 0,表明其估值方法的精度越高。从图 4 可以看出,在这三种对火工品感度认知情况下,且样本量超过 20 时,D-优化法对 P 响应点的估值明显好于其他两种方法。这主要是由于 D-优化法对  $\sigma$  的估值精度明显高于其他两种方法。

表 5 第(III)种认知类型数据处理失败的个数

Table 5 The numbers of failed data processing for the third type

sample size	up and down method		Langlie method		D-optimality-based method	
	mean	standard deviation	mean	standard deviation	mean	standard deviation
16	0	2301	0	614	0	2447
20	0	1432	0	173	0	781
26	0	1758	0	31	0	80
30	0	1311	0	8	0	9
36	0	1576	0	1	0	0
40	0	1208	0	0	0	0
46	0	1476	0	0	0	0
50	0	1184	0	0	0	0

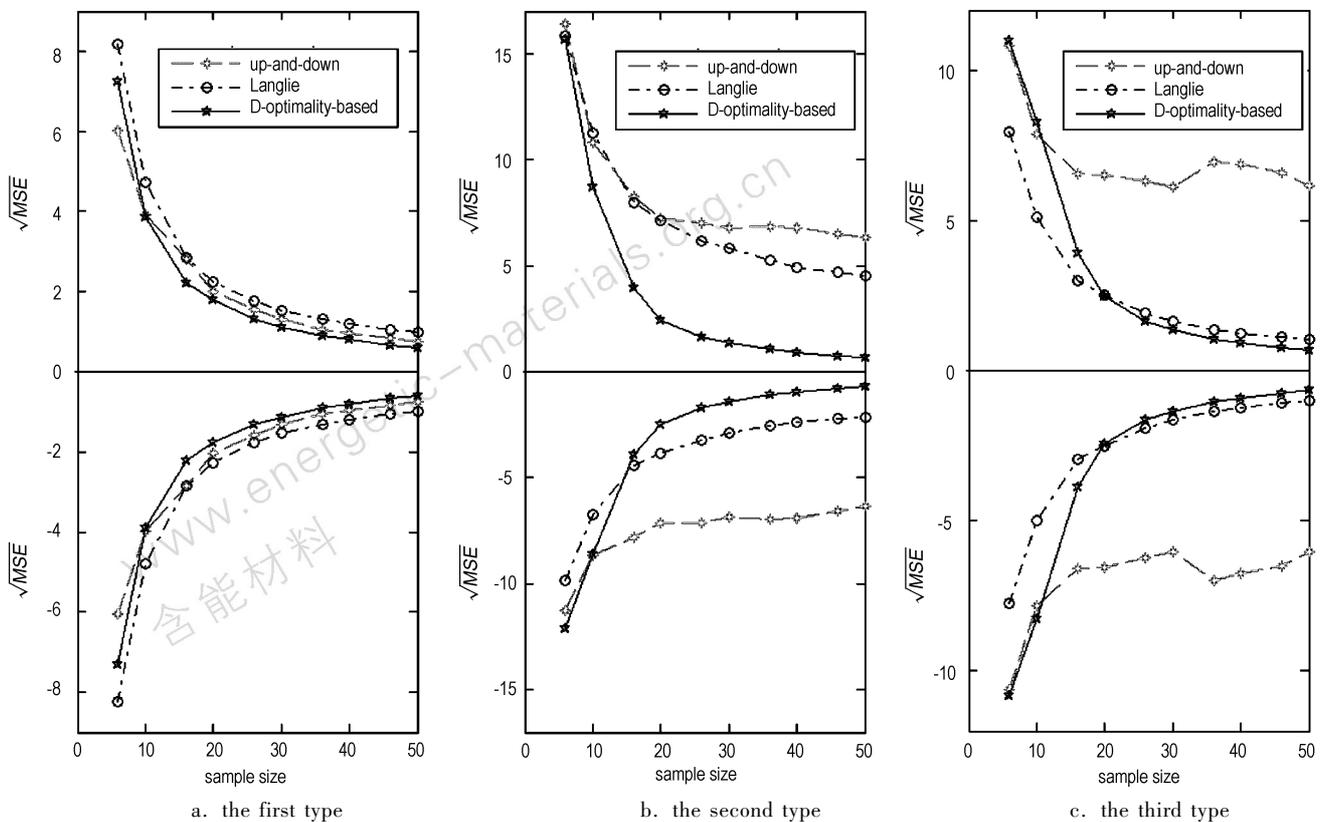


图 4 P 响应点估值精度曲线  
Fig. 4 Efficiency in determining the P response level of stress

## 5 结 论

(1) D-优化法对初始参数的设置依赖性较小,在工程实际应用中,对感度均值及标准差信息掌握比较少的火工品样品,感度试验建议采用D-优化法。该方法可以同时得到较好的均值和标准差的估值。这对于火工品新产品的开发研制过程中以较少的试验量获得较准确的感度信息是十分重要的。

(2) 如果对火工品样品的感度信息了解较多,而且试验现场计算条件有限,建议采用升降法进行感度试验。这种情况下,D-优化法由于需要在试验过程中不断地进行下一个刺激量的计算,因此,不如其他两种方法简便。

(3) 虽然,其初始参数  $X_L, X_U$  的选择对D-优化法试验结果的影响不大,但是,  $\sigma_{\text{guess}}$  则对结果有影响,  $\sigma_{\text{guess}}$  选择越好, D-优化法就会使用最少的样本量得到最高的估值精度。因此,采用D-优化法进行感度试验时,  $\sigma_{\text{guess}}$  的选择不能太大。

(4) 在估算P响应点时, D-优化法比升降法和兰利法具有更高的估值精度。

### 参考文献:

- [1] Editor group of weapon industry science and technology dictionary, weapon industry science and technology dictionary-Explosive system and pyrotechnic [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1992.
- [2] GJB/Z377A-94. 感度试验用数理统计方法[S]. 1995.
- [3] Barry T. Neyer. More efficient sensitivity testing[R]. Technical Report MLM-3609, EG&G Mound Applied Technologies, Miamisburg, OH. 1989.
- [4] Barry T. Neyer. A D-optimality-based sensitivity test[J]. *Technometrics*, 1994.
- [5] MIL-STD-23659D. Deral specification initiators, electric, general design specification For[S]. 3 MARCH 2003.
- [6] AIAA S-113-2005. Criteria for explosive systems and device used on space vehicles[S]. 2005.
- [7] 徐义根, 魏光辉, 刘尚合. 一种新的感度试验与分析方法[J]. 火炸药学报, 1997(2): 53-55.  
XU Yi-gen, WEI Guang-hui, LIU Shang-he. New sensitivity testing and analysis method[J]. *Chinese Journal of Explosives & Propellants*, 1997(2): 53-55.
- [8] 袁俊明, 刘玉存. Neyer D-最优化的新感度试验方法研究[J]. 火工品, 2005(2): 25-27.  
YUAN Jun-ming, LIU Yu-cun. Study on new neyer D-optimal sensitivity test[J]. *Pyrotechnics*, 2005(2): 25-27.
- [9] 付东晓, 张蕊, 李芳, 等. 火工品感度试验D优化法及其估值精度分析[J]. 火工品, 2008(增刊): 85-89.  
FU Dong-xiao, ZHANG Rui, LI Fang, et al. The D-optimality-based sensitivity test and analysis of estimation accuracy[J]. *Pyrotechnics*, 2008(Supplement): 85-89.
- [10] 严楠, 蔡瑞娇, 田玉斌. 感度试验 Monte-Carlo 法的计算机模拟与分析[J]. 火工品, 1995(4): 1-6.  
YAN Nan, CAI Rui-jiao, TIAN Yu-bin. Monte Carlo simulation method and analysis for sensitivity tests[J]. *Pyrotechnics*, 1995(4): 1-6.

## Estimation and Its Applicability of D-Optimality-Based Sensitivity Test under Different Prior Information

FU Dong-xiao, ZHANG Rui, LI Fang, XIE Gao-di, XU Feng-yi

(Shaanxi Applied Physics-Chemistry Research Institute,

National Defence Key Laboratory for Safety and Reliability of Pyrotechnical, Xi'an 710061, China)

**Abstract:** The effects of different prior (known) information on the estimation precision of mean and standard deviation value from D-optimality-based sensitivity test method were studied by Monte Carlo simulation, and the results were compared with that from the other two sensitivity test methods (up-and-down method and Langlie method). The results show that the primary test parameter has less effect on the estimation precision from D-optimality than that from the other two methods. More accurate mean values can be obtained when enough prior information is available, while better standard deviations can be obtained from D-optimality method. In the case of deficient prior information, the value mean is more precise from D-optimality method than that from the other two methods. When mean is known and standard deviation is unknown, more accurate estimation of mean can be obtained by Langlie method, while more reliable standard deviation can be obtained from D-optimality method. Generally, better estimation of standard deviation and P respond value are obtained by D-optimality than that by the other two methods in any case.

**Key words:** military chemistry and pyrotechnics; sensitivity test; D-optimality-based method; up and down method; Langlie method; Monte Carlo method