doi: 10.7690/bgzdh.2019.03.014

# 基于 CEP 的精确空投着陆精度评定方法初探

刘琦<sup>1</sup>,官本和<sup>2</sup>

航宇救生装备有限公司空降空投部,湖北 襄阳 441003;
 航宇救生装备有限公司应用技术部,湖北 襄阳 441003)

摘要:为科学、准确、客观地评定精确空投着陆精度,提出精确空投着陆精度的评定方法。借鉴圆概率误差(circular error probable, CEP)的评定方法,通过对空投试验的误差分析,获取着陆点的误差数据,剔除异常数据。对试验样本进行正态性检测以及相关性检测后,采用相应的数学统计方法计算 CEP。结果表明,该方法能为评定精确空投系统的性能提供数据支撑。

关键词:精确空投;着陆精度;圆概率误差(CEP) 中图分类号:TP302 文献标志码:A

## Primary Investigation on CEP-based Precision Evaluation Method of Precise Airdrop System

Liu Qi<sup>1</sup>, Guan Benhe<sup>2</sup>

Department of Airborne & Airdrop, Aerospace Life-support Industries Ltd., Xiangyang 441003, China;
 Department of Application Technique, Aerospace Life-support Industries Ltd., Xiangyang 441003, China)

**Abstract:** To evaluate the landing precision of precise airdrop system scientifically and effectively, put forward the precision evaluation method of precise airdrop system. Based on circular error probability (CEP) method, get landing error data, eliminate the abnormal data through error analysis on airdrop test, acquire inspections of normality and correlation on test sample, and calculate CEP by using relevant mathematical statistical methods. The analysis of the experimental data with this method has indicated its incomparable capacity of providing data support for precise airdrop system evaluation.

Keywords: precise airdrop; landing precision; circular error probability (CEP)

#### 0 引言

精确空投技术的发展实现了远距离、高高度、 高精度的空投。精确空投系统的主要战术技术性能 包含最远空投距离、最高空投高度、空投总质量和 着陆精度等。着陆精度体现了空投的准确性,是一 项重要指标,研究科学有效的空投着陆精度的评定 方法具有重要意义。

为确保精确空投系统实现预定的着陆精度,有 必要从系统设计入手,对精确空投系统着陆精度的 误差影响因素进行分析,分析各环节误差来源及形 成原因,综合系统设计、空投使用、试验测试等条 件限制,寻求有效技术途径较小误差,提高精确空 投系统实际控制参数的准确性,进而减小着陆误差, 提高控制精度。

笔者初步总结了精确空投系统着陆精度的影响因素,提出了提高精确空投着陆精度的方法思路。 重点论述了基于 CEP 的着陆精度的评定方法和步骤,为精确空投系统着陆精度的评定提供借鉴。

#### 1 精确空投技术

#### 1.1 概述

精确空投技术结合了传统空投技术与先进的制 导导航控制技术,通过操纵翼伞左右操纵绳的收缩 和释放来改变翼伞飞行方向,完成对翼伞系统的操 控,实现在制导系统规划航迹下的循迹飞行,最终 完成在预定区域精确着陆。

精确空投技术的发展打破了以往在无地面人员 引导、人工操控、气象资料下实施高空投放的制约 条件,实现了高精度的空投。随着精确空投投送质 量的增加、投送精度的提升,精确空投的应用范围 得到了极大拓展,适应应急救援保障及后勤补给等 多种需求。

精确空投系统包含以冲压翼伞为主伞的降落伞 系统和卫星/惯性导航控制系统2部分。冲压翼伞具 有滑翔比大于3的滑翔性能,具备了高空远距投放 的能力;利用冲压翼伞的操纵性能,可使翼伞实现 飞行转向;利用翼伞的雀降性能,可减小空投系统

收稿日期: 2018-12-22; 修回日期: 2019-01-20

作者简介:刘 琦(1970一),女,江西人,学士,高级工程师,从事精确空投系统相关技术研究。

的着陆速度,确保着陆安全装备无损。

卫星/惯性导航控制系统主要用于对翼伞空投 系统的导航定位及控制。其中导航系统用于实时获 取空投系统投放后在空中的速度、位置、姿态以及 其他运动状态参数,控制系统按照预先设置的控制 策略及控制律参数,实施对翼伞操纵绳的操纵,逐 步修正翼伞空投系统飞行方向,飞向预定目标区域 直至精确着陆。翼伞归航控制技术的发展及应用为 实现精确空投提供了技术保障。

#### 1.2 精确空投着陆精度影响因素

影响精确空投系统着陆精度的因素很多,形成 着陆误差的原因按照内因、外因,可分为由于导航 控制系统自身内部因素造成的制导误差和由于外部 使用环境干扰因素造成的非制导误差。

由于精确空投导航控制系统采用的器件可能存 在多种干扰因素,如参数漂移、潜在的特性差异; 测量工具、解算方法可能存在偏差;系统控制响应 存在的时滞等,使精确空投控制系统的实际控制参 数与预设值存在误差,造成由导航控制系统硬件、 工具或软件方法带来的制导误差,是误差来源的一 个重要因素。

精确空投系统在空投使用过程中,还存在由于 空投环境的不确定性带来的外界干扰造成的误差。 例如空投条件带来的初始定位误差、大气参数误差、 地理环境误差、不同空投物资装备造成的系统结构 误差、系统配比重心的偏差、翼伞动力学仿真模型 偏差等。这些由非导航控制系统自身原因造成的误 差也是影响着陆精度的另一个误差源。

因此,在精确空投系统中,需建立基于外部空 投环境的翼伞空投系统动力学模型,定量研究分析 各种误差源对着陆精度的影响程度,为尽可能地减 小或消除误差提供技术手段<sup>[1]</sup>。

## 2 着陆精度评定方法

## 2.1 CEP 方法概述

目前国内对于精确空投系统着陆精度的评定方 法尚无成熟且可供借鉴的行业标准或规范。可借鉴 精确制导武器的精度评定方法:导弹、炮弹和飞机 空投炸弹的命中精度常用圆概率误差 CEP 来表示。

CEP 是指相同使用条件下, 弹着点中心距目标 中心的距离为系统误差, 各弹着点距弹着点中心的 距离为随机误差。目标中心为圆心, 含 50%弹着点 的圆的半径为 CEP。CEP 越小,表明命中精度越高。 例如美国"战斧"巡航导弹 BGM-109A 型, CEP 为 30 m, BGM-109C 型增加了景象匹配制导, CEP 达到 9 m。

美国联合精确空投系统 (joint precision airdrop system, JPADS) 对着陆精度的考核及评定采用 CEP 评定方法。在"联合精确空投系统先进概念技术验证"中这样描述:联合精确空投系统具备空投装备 质量为 10 000 lbs,空投海拔高度达到 25 000 ft,空 投点偏离的距离达到 30 km(无风条件下),着陆精 度达到 CEP 100 m 的能力<sup>[2]</sup>。

JPADS 中的 2 klb 尖叫者系统在 2006 年军事效能评估试验中获得的着陆误差数据分布见图 1<sup>[3]</sup>。



#### 2.2 CEP 的定义

"GJBl02A—1998 弹药系统术语"对 CEP 术 语定义为:表示射击密集度性能的指示,出现概率 为50%的圆形误差范围的半径<sup>[4]</sup>。"GJB6289—2008 地地弹道式导弹命中精度评定方法"将 CEP 术语 定义为:以目标点为圆心,弹着概率为50%的圆域 半径,记为 CEP<sup>[5]</sup>。

简单地说,如果 CEP 是 n 米,则 50%的着陆点 散布在距目标点 n 米的圆内,约 43%的着陆点散布 在距目标点 n~2n 米,约 7%的着陆点散布在距目 标点 2n~3n 米,着陆点出现在距目标点 3n 米以外 的概率不会超过 0.3%。

#### 2.3 CEP 的计算模型

#### 2.3.1 CEP 方程的一般形式

以预定的目标点为原点,建立 xoz 直角坐标系, 若着陆点纵向偏差(东西向偏差)x 和着陆点横向偏 差(南北向偏差)z 均服从正态分布,那么(x, z)的联 合概率密度函数为

$$f(x,z) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_z\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[\frac{(x-\mu_x)^2}{\sigma_x^2} - \frac{2\rho(x-\mu_x)(z-\mu_z)}{\sigma_x\sigma_z} + \frac{(z-\mu_z)^2}{\sigma_z^2}\right]\right\}.$$
 (1)

式中: $\sigma_x, \sigma_z$ 为着陆点纵向、横向偏差的标准差; $\mu_x$ ,  $\mu_z$ 为着陆点纵向、横向偏差的均值; $\rho$ 为着陆点纵 向、横向偏差的相关系数, $0 \leq |\rho| < 1$ 。

#### 圆概率误差方程式的一般形式为

$$\frac{1}{2\pi\sigma_{x}\sigma_{z}\sqrt{1-\rho^{2}}} \iint_{x^{2}+z^{2} \leq CEP^{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^{2})}\left[\frac{(x-\mu_{x})^{2}}{\sigma_{x}^{2}}+\frac{(z-\mu_{z})^{2}}{\sigma_{z}^{2}}-\frac{2\rho(x-\mu_{x})(z-\mu_{z})}{\sigma_{x}\sigma_{z}}\right]\right\} dxdz = 0.5 \,.$$
(2)

通过数值积分计算,得到CEP值。

2.3.2 CEP的代入型估计计算方法

设有样本量为 *n* 的精度评定样本(*x*<sub>1</sub>,*z*<sub>1</sub>), (*x*<sub>2</sub>,*z*<sub>2</sub>),…,(*x<sub>n</sub>*,*z<sub>n</sub>*),样本均值和样本标准差为

$$\hat{\mu}_{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_{i}$$

$$\hat{\mu}_{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} z_{i}$$

$$\hat{\sigma}_{x} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_{i} - \hat{\mu}_{x})^{2}}$$

$$\hat{\sigma}_{z} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (z_{i} - \hat{\mu}_{z})^{2}}$$
(3)

样本相关系数为

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left[ (x_i - \hat{\mu}_x) (z_i - \hat{\mu}_z) \right]}{\sqrt{\left[ \sum_{i=1}^{n} (x_i - \hat{\mu}_x)^2 \right] \left[ \sum_{i=1}^{n} (z_i - \hat{\mu}_z)^2 \right]}}$$
(4)

ξ的估计值为

$$\hat{\xi} = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^{-1} \frac{2\hat{\rho}\hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_z}{\hat{\sigma}_x^2 - \hat{\sigma}_z^2}$$
(5)

变换后的样本均值和标准差为

 $\begin{aligned} \hat{\mu}_{x'} &= \hat{\mu}_x \cos \hat{\xi} + \hat{\mu}_z \sin \hat{\xi} \\ \hat{\mu}_{z'} &= \hat{\mu}_z \cos \hat{\xi} - \hat{\mu}_x \sin \hat{\xi} \\ \hat{\sigma}_{x'} &= \hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_z \sqrt{\frac{1 - \hat{\rho}^2}{\hat{\sigma}_z^2 \cos^2 \hat{\xi} + \hat{\sigma}_x^2 \sin^2 \hat{\xi} - 2\hat{\rho} \hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_z \sin \hat{\xi} \cos \hat{\xi}}} \\ \hat{\sigma}_{z'} &= \hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_z \sqrt{\frac{1 - \hat{\rho}^2}{\hat{\sigma}_z^2 \sin^2 \hat{\xi} + \hat{\sigma}_x^2 \cos^2 \hat{\xi} + 2\hat{\rho} \hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_z \sin \hat{\xi} \cos \hat{\xi}}} \end{aligned}$ (6)

将 $\hat{\mu}_{x'}, \hat{\mu}_{z'}, \hat{\sigma}_{x'}, \hat{\sigma}_{z'}, \hat{
ho}$ 代入式(2),计算得到 CEP 值。

## 3 获得 CEP 的方法步骤

## 3.1 计算着陆点的偏差值

根据着陆点的坐标位置,计算出相对于目标点 坐标位置的纵向 x(东西向)及横向 z(南北向)偏差。

## 3.2 剔除异常数据

剔除异常数据采用的箱线图(Boxplot),是不需要任何基本的统计学分布假设,通过直接分析得到 异常数据的方法。

箱线图将获取的空投着陆点误差数据进行从小 到大的排列,采用四分位数分别获得统计学的5个 数。5个数分别是下四分位数(Q1)、中四分位数(Q2) 和上四分位数(Q3),以及位于Q3之上和Q1之下 且与之距离为±1.5倍于上下四分位数间距 (IQR=Q3-Q1)的最大、最小值。最大值与最小值之 间称为内限,处于内限以外位置的点表示的数据就 是异常值。

例如:将空投获得的 19 个数据点(图 2(a))原 始数据绘制成一个箱线图(图 2(b)),可看到 3 个很 明显的异常点位于箱线图内限以外。这些点可能是 由结构故障(伞衣撕裂或伞绳缠绕)或导航算法不 合适(由于未知的风场扰动或未建立动力学模型影 响)造成。

将这3个异常的点排除(图2(c)),对剩下16个数据点再重新处理,箱线图包含了所有剩下的数据(图2(d))。



采用箱线图剔除异常数据的方法直观有效,既 不需要依赖任何数据分布形式的预先假定,又不会 受到异常值扰动的影响,能客观判断出数据异常值。

#### 3.3 正态性检验

正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ 的概率密度函数的特征:相对 于均值  $\mu$  对称,在均值  $\mu$  处达到最大值,在正(负) 无穷远处值为 0,图像形状是中间高两边低,位于 x轴上方的对称性类似于钟形的曲线。也就是说,服 从正态分布规律的误差数据,在  $\mu$  值附近分布的概 率较大,离  $\mu$  越远分布的概率越小;而方差  $\sigma$  越小, 表明数据越集中在  $\mu$  值附近分布,方差  $\sigma$  越大,数 据分布越分散。成熟的精确空投系统的着陆误差数 据应符合正态分布。

利用箱线图描述标准正态分布的概率密度函数 分布曲线见图 3。从图 3(a)可以看出,箱线图包含 的数据点在正态分布坐标轴的[-2.698σ,2.698σ]范围 内;图 3(b)看出,正态分布的数据点在[-3σ,3σ]内占 99.7%<sup>[6]</sup>。这表明在正态分布情况下,也会有少量的 数据点在箱线图的内限之外。这些点并不是异常点。



采用 Kolmogorov-Smirnov 正态性检验对样本 数据的经验累积分布函数和正态数据的预期分布情 况进行比较。假设正态分布检验结果 P 值减小,则 表明假设是错误的。图 4(a)中东向(x)数据检验结果 及图 4(c)中北向(z)数据检验结果均为 P<0.01,将 异常数据剔除后, x 和 z 向的 P 值都增加了(图 4(b) 为 P>0.15、图 4(d)为 P>0.106)。这样,原假设就 不被否定,即剔除异常数据后满足正态分布<sup>[7]</sup>。



#### 3.4 相关性检测

精确空投系统着陆误差数据的相关性分析是研 究东西向偏差、南北向偏差之间是否存在某种相互 约束的关系,获得相关系数以确定两者之间的依赖 程度。

精确空投着陆误差的相关性分析,主要是揭示 x(东西)向和z(南北)向数据之间的关系。相关系 数 ρ用于t检验中t。值计算如下:

$$t_{\rm s} = \frac{|\rho|\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-\rho^2}} \,. \tag{7}$$

将 $t_s$ 值与t检验的临界值(一个估计参数理论值的偏离和其标准误差的比例)相比。在上述例子中,n=16, $\rho=-0.56$ ,由此得到 $t_s=2.56$ 。该值比临界

m

值 *t*<sub>0.02,14</sub>=2.26 稍大(这里 0.02 表示 98%=(1-0.02)% 的可信度,14=*n*-2 表示这一系列数的自由度(DF))。

这表明在该例中,数据之间的相关性很强(有可 能是由于空投过程中西北方向的风切面造成)。

#### 3.5 特殊情况下的 CEP 计算

1) 当没有系统误差,即:

 $\mu_x = \mu_z = 0;$ 

x, z相互独立,  $\rho=0;$ 

空投着陆点为圆分布,  $\sigma_x = \sigma_z = 0;$ 

则

 $CEP = 1.177 \ 4\sigma \ . \tag{8}$ 

2) 当没有系统误差,即:  $\mu_x = \mu_z = 0;$  x, z相互独立,  $\rho = 0;$ 空投着陆点为椭圆分布,  $\sigma_x \neq \sigma_z;$ 

则

$$CEP = 0.5887(\sigma_x + \sigma_z)$$
(9)

3.6 计算说明

对精度空投系统着陆误差数据进行 CEP 计算时,首先需剔除异常数据,然后进行试验样本数据的正态性检验及相关性检验,最后采用相应的数值计算方法得到 CEP。

CEP 计算处理方法分为以下情况:

 1) 试验样本数量较多,样本符合正态分布且没 有系统误差(圆或椭圆分布),则按照式(8)、式(9) 进行 CEP 计算;

2) 试验样本数量较多,样本符合正态分布但不 独立,存在系统误差,则按照式(1)一式(6)进行 CEP 计算;

3) 试验样本数量较少,则需采用小样本的理论 方法对 CEP 进行计算和评估;

4) 若试验样本非正态分布, 需具体分析, 不能应用上述方法计算 CEP。

4 应用实例

某型200 kg级精确空投系统着陆精度指标要求 CEP 不大于100 m,对一组该型精确空投系统的着 陆误差数据进行 CEP 计算。

首先,根据着陆点的经纬度坐标以及目标点的 经纬度坐标,获得东西向 x 及南北向 z 的偏差值。 若着陆点经度(东经)大于目标点经度,则东西向误 差为正,反之为负。若着陆点纬度(北纬)大于目标 点纬度,则南北向误差为正,反之为负。

然后,利用箱线图剔除异常数据。

对数据进行正态性检测,符合正态分析,按照 式(1)一式(6)计算 CEP 估计值。

精确空投系统获得的有效着陆误差数据(不含 异常数据)见表 1。

表1 着陆误差数据表

试验序号 i	X偏差	Z偏差	试验序号 i	X偏差	Z偏差
101125-1#	-22	-3	101117-1#	-61	-60
101125-2#	-78	-24	101117-3#	-41	60
101125-3#	-64	-33	101118-2#	69	-56
101125-4#	-80	-21	101118-3#	25	-16
101126-1#	61	-19	101118-4#	66	154
101126-2#	50	22	101120-2#	60	-12
101126-3#	-13	-61	101120-3#	12	160
101126-4#	-38	-60	101120-4#	18	130
101112-3#	104	24	101122-1#	82	38
101114-1#	-31	-13	101122-2#	22	-43
101114-2#	-117	21	101122-3#	-26	-119
101114-3#	48	48	101123-1#	-3	-126
101114-4#	-30	-18			

按照式(1)一式(6)计算,得到 CEP 的估计值为 75.4 m,满足该型精确空投系统着陆精度 CEP 不大 于 100 m 的要求。

图 5 为 200 kg 精确空投系统的落点分布。从图 中可以看出: 半径为 75.4 m 的圆内有 13 个点,分 布概率大于 50%。



图 5 200 kg 精确空投系统的落点分布

#### 5 结论

通过对精确空投系统空投试验获取着陆点的误 差数据进行分析可知,采用相应的数据处理方法计 算圆概率误差,以便对着陆精度作出科学、准确、 客观的评定,从而可对评定精确空投系统的性能提 供有力的数据支撑。

#### 参考文献:

- [1] 刘琦,陈猛.联合精确空投系统着陆精度影响因素分析初探[C]//第六届中国航空学会青年科技论坛论文集. 北京:航空工业出版社,2014:1549-1555.
- [2] RICHARD B, JUSTIN B, JOSEPH M G, et al. The Joint

Precision Airdrop System Advanced Concept Technology Demonstration[C]. 18th AIAA Aerodynamic Decelerator Systems Technology Conference and Seminar. 2005: 1601.

- [3] RICHARD B, JOSEPH M G, JACLYN M H, et al. DoD JPADS Programs Overview & NATO Activities[C]. 19th AIAA Aerodynamic Decelerator Systems Technology Conference and Seminar, 21–24 May 2007, Williamsburg, VA. 2007: 2576.
- [4] 杜毓琛,郭占海,刘虹秋,等.弹药系统术语:GJB102A-1998[S].北京:国防科学技术工业委员会,

图 7 为激光器发射功率为 30 W,激光发散角为 1 mrad,激光器位置为(4 800,0,0)时,导弹正常飞行 轨迹和受到干扰之后的运动轨迹。未受到干扰时, 导弹的最后坐标为(4 993,0.41,0.74),当导弹受到干 扰时,最终落点坐标为(4 944, 8.5,0),可知激光在 受到干扰之后,飞行方向有明显的偏移。



图 7 正常弹道和干扰弹道

若激光发射功率足够大,激光器起始干扰时间 与脱靶量的关系曲线如图 8 所示。由图可知:激光 器起始干扰时间越晚,由于导弹距离防护目标更 近,导弹成像系统精度提高,所以导弹受到干扰后 弹道的偏引量越少,干扰效果越差;而当起始干扰 时间较早时,导弹距离较远,干扰能引起较大的脱 靶量。



4 结论

针对激光对红外成像制导导弹的干扰,需根据

1998: 40.

- [5] 安维廉,宋天莉,徐德坤,等.地地弹道式导弹命中精 度评定方法:GJB6289-2008[S].北京:总装备部军标 出版发行部,2008:1.
- [6] 葛余博. 概率论与数理统计[M]. 北京:清华大学出版 社, 2005: 64-65.
- [7] OLEG Y. Statistical Analysis of Touchdown Error for Self-Guided Aerial Payload Delivery Systems[C]. AIAA Aerodynamic Decelerator Systems (ADS) Conference, 25-28 March 2013, Daytona Beach, Florida. 2013: 1265.

#### 参考文献:

- [1] 吕洁,罗勇,卿松,等. 红外制导技术在空空导弹中的 应用分析[J]. 兵器装备工程学报,2017,38(12):70-74.
- [2] 高巍巍. 红外成像系统激光干扰的图像仿真与效果评估[D]. 西安: 电子科技大学, 2011.
- [3] 刘延武,李楠,吕俊伟.激光对成像制导系统的干扰
   [J]. 弹箭与制导学报,2013,33(5):23-25.
- [4] 王领,张斌, 雷威. 激光对 CCD 导引头的干扰仿真实 验[J]. 弹箭与制导学报, 2012, 32(1): 41-44.
- [5] 王世勇. 激光对 CCD 探测器干扰损伤的研究及模糊评估[D]. 北京: 中国科学院研究生院, 2002.
- [6] 张晓阳,付奎生,孟卫华,等.空空导弹红外成像导引 头建模与仿真[J]. 系统仿真学报,2007,19(22): 5133-5136.
- [7] 贺元兴,李建,穆佰利,等. 高斯激光对红外成像制导系统的干扰效果分析[J]. 光电工程, 2014, 41(10): 1-6.
- [8] 李华,秦石乔,贾宏进,等. 红外成像制导导弹激光压制干扰数学仿真评估方法分析[J]. 红外技术,2006, 28(9):540-544.
- [9] 殷艳华,王学伟.强激光干扰红外成像制导导弹效能 仿真研究[J]. 红外技术,2008,30(1):18-20.
- [10] 李海燕,朱敏,何友金,等.激光对红外制导导弹干扰 仿真与效果评估[J].激光与红外工程,2008,37(6): 1034-1037.
- [11] 党红恩,李浩,赵尔平,等.激光干扰成像制导导弹研究[J]. 电光与控制,2016,23(3):41-44.