

狭缝空腔间粘弹性体中弹性波传播特性的研究

李海声¹, 彭东立²

(1. 上海江南造船(集团)有限责任公司, 上海 201913; 2. 中国科学院声学研究所东海研究站, 上海 200032)

摘要: 利用笛卡尔坐标下的 Kelvin-Voigt 线性粘弹性模型, 研究了无限长粘弹性狭缝通道中波的传播和衰减。利用自适应绕数求根方法, 针对具有狭缝形空腔周期性分布覆盖层的吸声问题, 求得频散方程的根, 并且得到无限长狭缝空腔中相速度频散曲线和衰减曲线。分析了各阶模式对无限长粘弹性狭缝结构中波传播的相速度和衰减的影响。通过引入复粘弹性模量, 粘弹性波动方程具有弹性波动方程相对应的形式, 计算中可用复值粘弹性模量代替相应的弹性模量。粘弹性狭缝结构中所有波传播模式均存在衰减, 高阶波在某个频率以下衰减非常大, 而在该频率以上逐渐减小; 最低阶模式的相速度与材料无损耗的情况非常接近。粘弹性狭缝结构中波传播的衰减特性不仅与狭缝的结构参数有关, 还与粘弹性材料本身的复弹性模量有关。

关键词: 粘弹性狭缝空腔; 频散曲线; 波的衰减

中图分类号: O422.4

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2011)-01-0056-06

DOI 编码: 10.3969/j.issn1000-3630.2011.01.010

The propagation of elastic wave in viscoelastic structure with slot cavum

LI Hai-sheng¹, PENG Dong-li²

(1. Shanghai Jiangnan Shipyard(Group) Co., Ltd, Shanghai 201913, China;

2. Shanghai Acoustic Laboratory, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200032, China)

Abstract: With the linear viscoelastic model of Kelvin-Voigt in Descartes Coordinate, the propagation and attenuation of elastic wave in infinite slot cavum are studied. An adaptive winding number integral algorithm is proposed for the determination of roots of dispersion equation, and the phase velocity and attenuation in infinite slot cavum are obtained. The influence of different order pattern on phase velocity and attenuation is analyzed. By importing complex viscoelastic quantity, the viscoelastic wave equation has the same form as elastic wave equation, and the elastic quantity can be replaced with complex viscoelastic quantity in calculation. There is attenuation in all propagation patterns in slot cavum. The attenuation of high order waves is very high below a certain special frequency, and will decline above the special frequency. Phase velocity of the lowest pattern is similar to that in elastic material. The attenuation characteristic of wave propagation in viscoelastic slot cavum not only relate to the structure parameter, but also to the complex viscoelastic quantity.

Key words: viscoelastic slot cavum; dispersion curve; attenuation of wave

1 引言

在对水声结构体吸声性能的研究过程中, 粘弹性体由于存在阻尼效应和内摩擦, 使应力波在传播过程中存在衰减, 一直受到青睐。对带有结构的粘弹性体的研究可以追溯到 20 世纪四五十年代, 二次大战期间德国海军采用的 Alberich 吸声覆盖层由 4mm 厚的橡胶板制成, 其中镶嵌有直径 2mm 和 5mm 的圆柱空腔。对吸声覆盖层的研究开始于

Oberst^[1], 随后 Meyer 等人用离散的阻尼谐振系统来描述 Alberich 型吸声覆盖层的共振特性, 将圆柱空腔用一个带有阻尼的振子来描述, 整个吸声层由许多振子并联而成^[2]。1977 年 Gaunard 用圆柱坐标中的线性粘弹性 Kelvin-Voigt 模型处理了短圆柱腔的情况^[3]。为了深入地解释吸声覆盖层类似结构的物理特性, 多重散射法、波导逼近和压力场波系展开的方法、T 矩阵法、局部共振等方法被用来研究内部包含散射体的粘弹性层的声学特性。随着计算机和数值方法的飞速发展, 边界元方法和有限元方法得到了广泛应用。1991 年 Hennion 和 Decarpigny 运用有限元法分析了具有双周期结构的 Alberich 吸声覆盖层平面波的散射特性^[4]。对水声吸声覆盖层而言, 从 Alberich 结构到变截面圆柱空腔结构是个

收稿日期: 2010-10-27; 修回日期: 2010-03-11

作者简介: 李海声(1979-), 男, 浙江温州人, 研究方向为水下目标声隐身。

通讯作者: 彭东立, E-mail: bernou@163.com

质的飞跃,前者从低频谐振吸声为主,后者则增强了波型变换的能力,提高了结构体的吸声频宽和性能,而后的吸声机理是基于对厚壁圆柱管的研究。

从理论上建立吸声覆盖层声学特性的精确二维理论模型是一件非常困难的事情,然而吸声覆盖层是一种周期性结构,所以通常提取其中的一个单元来进行研究。对于弹性和粘弹性圆柱以及厚壁圆柱管结构中波的传播特性,已经有了很多研究。20 世纪 60 年代, Greenspon 得出了厚壳中弹性波的精确解,结果以频散曲线、位移和应力分布的形式表示^[5,6]。1970 年 Doak 和 Vaidya 运用扰动法获得了粘弹性管内平面波和高阶波衰减的解析表达式,并且分析了流体的平均流动对衰减的影响^[7]。该文同时也说明了能量的吸收主要存在于管壁之内。1971 年 Rubinow 和 Keller 研究了不同边界条件下粘弹性管内轴对称流体波的传播,这里他们假设流体无粘性,并且管壁是薄的^[8]。1988 年 Hudde 研究了粘弹性圆柱管中高阶传播模式截止频率附近传播常数的特性^[9]。该文献指出,在接近高阶传播模式截止频率处,对于粘弹性圆柱管,轴向传播常数的虚部并不为无穷大,而是有一个过渡。1995 年, Han Zhao 等提出了无限长粘弹性圆柱杆纵波传播的一个三维理论模型,并用于材料性能的测试中,提高了测试的精度^[10]。1998 年, C. Ossadzow 等运用改进的分层壳理论对粘弹性圆柱壳中对称波和反对称波进行了分析。为了说明粘弹性对相速度的影响,专门与弹性的情况作了对比。1997 年朱蓓丽等建立了粘弹性分层渐变等效柱腔声传播模型,并用工程近似的方法,结合传递函数法计算复合渐变圆柱空腔的吸声覆盖层的吸声特性^[11]。2003 年何世平推导了二维有限长粘弹性圆柱管中波的传播,并且分析了变截面空腔对声波传播的影响^[12]。谭红波用有限元法对吸声覆盖层的声特性进行了分析^[13]。

实际上,除了在粘弹性材料带有圆柱空腔时具有良好的吸声性能,当空腔变为片状时,同样也具有相同的吸声机理,即低频空腔谐振和波形转换。本文从理论上建立具有周期性狭缝结构的粘弹性体模型,研究了无限长粘弹性狭缝通道中波的传播和衰减。利用自适应绕数求根方法,求得频散方程的根,得到无限长狭缝空腔中相速度频散曲线和衰减曲线,并总结了各阶模式对相速度和声衰减的影响。

2 粘弹性狭缝空腔中波的传播模式

如图 1 所示,在一块无限大的粘弹性体上弹性波沿 z 向传播,在 x 方向上开有互相平行的片状空

腔,即狭缝空腔通道,简称“狭缝”。假设 $x=0$ 位于无限长片状均匀粘弹性体中心面上,定义片状粘弹性体的宽度为 $2d$,对应周期性结构的宽度为 $2b$,粘弹性体的密度为 ρ ,狭缝内空气的密度为 ρ_1 ,声速为 c_1 ,入射声波为 P_i 。

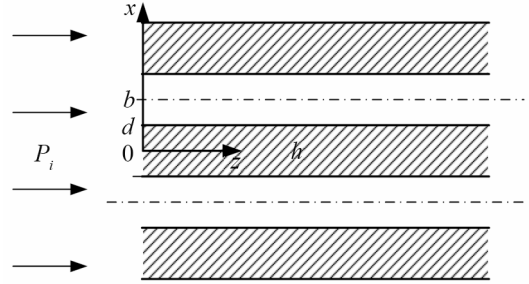


图 1 无限长粘弹性均匀狭缝空腔结构示意图

Fig.1 Schematic diagram of infinite viscoelastic aperture

对于稳态的简谐运动,弹性和粘弹性本构关系之间的联系称为对应原理。通过用复值粘弹性模量代替相应的弹性模量,粘弹性问题的求解与弹性问题的求解具有类似的形式。采用笛卡儿坐标系,在片状粘弹性体狭缝结构中简谐波的运动方程可以表示为^[14]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \delta_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \delta_{zx}}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \\ \frac{\partial \delta_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \delta_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \delta_{zy}}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} \\ \frac{\partial \delta_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \delta_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \delta_{zz}}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (1)$$

δ_{xx} 、 δ_{yy} 、 δ_{zz} 、 δ_{xy} 、 δ_{yz} 、 δ_{xz} 是应力分量, u_x 、 u_y 、 u_z 是位移分量, ρ 是粘弹性狭缝结构的密度。

通过采用复模量 E^* 替代弹性模量 E : $E^* = E(1-i\eta)$, 均匀、各向同性的线性粘弹性材料的本构关系为:

$$\begin{aligned} \delta_{xx} &= \lambda^* e + 2\mu^* \varepsilon_{xx} \\ \delta_{yy} &= \lambda^* e + 2\mu^* \varepsilon_{yy} \\ \delta_{zz} &= \lambda^* e + 2\mu^* \varepsilon_{zz} \\ \delta_{xy} &= 2\mu^* \varepsilon_{xy} \\ \delta_{yz} &= 2\mu^* \varepsilon_{yz} \\ \delta_{xz} &= 2\mu^* \varepsilon_{xz} \end{aligned} \quad (2)$$

其中: e 为散度, 可表示为:

$$e = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = \nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (3)$$

ε_{xx} 、 ε_{yy} 、 ε_{zz} 、 ε_{xy} 、 ε_{yz} 、 ε_{xz} 是应变分量, λ^* 、 μ^* 是粘弹性材料复的 Lamé 常数。

在直角坐标系下, 应变-位移关系可以表示为如下形式:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u_x}{\partial x} \\
\varepsilon_{yy} &= \frac{\partial u_y}{\partial y} \\
\varepsilon_{zz} &= \frac{\partial u_z}{\partial z} \\
\varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \\
\varepsilon_{yz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \\
\varepsilon_{zx} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right)
\end{aligned} \quad (4)$$

将式(2)和(4)代入式(1), 可得到位移的运动方程。特别是对于 y 轴无限长的情况, 关于位移的运动方程为:

$$\begin{aligned}
(\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \mu \nabla^2 u_x &= \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \\
(\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \mu \nabla^2 u_z &= \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2}
\end{aligned} \quad (5)$$

引入标量势函数 ϕ 和向量势函数 ψ , 令:

$$u = \nabla \phi + \nabla \times \psi, \quad \nabla \cdot \psi = 0 \quad (6)$$

将位移场分成无旋和无散两个部分。在 y 轴无限长的情况下, 运动与 y 轴无关, 向量势函数 ψ 中的三个分量仅有 ψ_y 不等于 0。运动场方程可以用两个标量势函数 ϕ 和 ψ 满足 Helmholtz 方程来代替:

$$(\nabla^2 + \kappa_L^2)\phi = 0, \quad (\nabla^2 + \kappa_T^2)\psi = 0 \quad (7)$$

满足波动方程:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \kappa_L^2 \phi &= 0 \\
\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \kappa_T^2 \psi &= 0
\end{aligned} \quad (8)$$

其中, κ_L 和 κ_T 分别为粘弹性材料的横波波数和纵波波数, 分别为:

$$\kappa_L^2 = \omega^2 / c_l^2, \quad \kappa_T^2 = \omega^2 / c_t^2 \quad (9)$$

$$c_l = \sqrt{\frac{\lambda^* + 2\mu^*}{\rho}}, \quad c_t = \sqrt{\frac{\mu^*}{\rho}} \quad (10)$$

质点沿 x 、 z 方向的位移为 u_x 、 u_z , 应力分量为 δ_{xx} 、 δ_{zz} 、 δ_{xz} , 位移和应力用两个标量函数 ϕ 和 ψ 可表示为:

$$u_x = \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad u_z = \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (11)$$

$$\begin{aligned}
\delta_{xx} &= \lambda^* \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu^* \varepsilon_{xx} = \\
&\quad \lambda^* \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) + 2\mu^* \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \right) \\
\delta_{zz} &= \lambda^* \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu^* \varepsilon_{zz} = \\
&\quad \lambda^* \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) + 2\mu^* \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \right) \\
\delta_{xz} &= \mu^* \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) = \mu^* \left(2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right)
\end{aligned} \quad (12)$$

取势函数的解为(省略 $e^{-i\omega t}$, $-d \leq x \leq d$):

$$\begin{cases} \phi = (A \cos(k_l x) + B \sin(k_l x)) e^{i(k_z z - \omega t)} & k_l^2 + k_z^2 = \kappa_L^2 \\ \psi = (C \cos(k_t x) + D \sin(k_t x)) e^{i(k_z z - \omega t)} & k_t^2 + k_z^2 = \kappa_T^2 \end{cases} \quad (13)$$

其中, k_z 为结构体的轴向传播常数, k_l 、 k_t 分别为结构体的径向纵波和横波传播常数, A 、 B 、 C 、 D 是任意常数。

如图 1 所示, 吸声覆盖层的每个单元对称重复。在声波垂直入射的条件下, 相邻单元的位移和应力在它们的接合面处保持对称。故此, 在两个单元接合面处有法向位移和切应力为零。在内部空腔壁和空气接合界面处保持法向应力和切向应力为零。因此狭缝空腔的边界条件可表示为(省略 $e^{ik_z z}$):

$$\begin{aligned}
\delta_{xx}|_{x=d} &= 0, \quad \delta_{xx}|_{x=-d} = 0 \\
\delta_{xz}|_{x=d} &= 0, \quad \delta_{xz}|_{x=-d} = 0
\end{aligned} \quad (14)$$

把应力和势函数表达式(12)、(13)代入边界条件(14), 得到下面用矩阵形式表示的方程组(式(15)):

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2}(k_l^2 - k_z^2) \cos k_l d & \frac{1}{2}(k_l^2 - k_z^2) \sin k_l d & ik_z k_l \sin k_l d & -ik_z k_l \cos k_l d \\ \frac{1}{2}(k_z^2 - k_l^2) \cos k_l d & -\frac{1}{2}(k_z^2 - k_l^2) \sin k_l d & -ik_z k_l \sin k_l d & ik_z k_l \cos k_l d \\ -2ik_l k_z \sin k_l d & 2ik_l k_z \cos k_l d & (k_z^2 - k_l^2) \cos k_l d & (k_z^2 - k_l^2) \sin k_l d \\ 2ik_l k_z \sin k_l d & 2ik_l k_z \cos k_l d & (k_z^2 - k_l^2) \cos k_l d & -(k_z^2 - k_l^2) \sin k_l d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = 0 \quad (15)$$

要使该方程有解, 则系数行列式必须为零:

$$\Delta = \begin{vmatrix} (k_z^2 - k_l^2) \cos k_l d & -2ik_z k_l \cos k_l d & 0 & 0 \\ -2ik_l k_z \sin k_l d & (k_z^2 - k_l^2) \sin k_l d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (k_z^2 - k_l^2) \sin k_l d & 2ik_z k_l \sin k_l d \\ 0 & 0 & 2ik_l k_z \cos k_l d & (k_z^2 - k_l^2) \cos k_l d \end{vmatrix} = 0 \quad (16)$$

由此可以看出, 对于固定频率, 当材料参数和厚度 $2d$ 一定时, 就可得到 z 向波传播模式。式(16)可以分解以下两个行列式的乘积:

$$\begin{vmatrix} (k_z^2 - k_t^2) \cos k_1 d & -2ik_z k_t \cos k_1 d \\ -2ik_1 k_z \sin k_1 d & (k_z^2 - k_t^2) \sin k_1 d \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} (k_z^2 - k_t^2) \sin k_1 d & 2ik_z k_t \sin k_1 d \\ 2ik_1 k_z \cos k_1 d & (k_z^2 - k_t^2) \cos k_1 d \end{vmatrix} = 0 \quad (17)$$

得到两个独立的方程, 即粘弹性的 Rayleigh-Lamb 方程。其中对称振动的特征方程为:

$$\begin{vmatrix} (k_z^2 - k_t^2) \cos k_1 d & -2ik_z k_t \cos k_1 d \\ -2ik_1 k_z \sin k_1 d & (k_z^2 - k_t^2) \sin k_1 d \end{vmatrix} = 0$$

或
$$\frac{\tan(k_1 d)}{\tan(k_t d)} = -\frac{4k_1 k_t k_z^2}{(k_z^2 - k_t^2)^2} \quad (18)$$

反对称振动的特征方程:

$$\begin{vmatrix} (k_z^2 - k_t^2) \sin k_1 d & 2ik_z k_t \sin k_1 d \\ 2ik_1 k_z \cos k_1 d & (k_z^2 - k_t^2) \cos k_1 d \end{vmatrix} = 0$$

或
$$\frac{\tan(k_1 d)}{\tan(k_t d)} = -\frac{(k_z^2 - k_t^2)^2}{4k_1 k_t k_z^2} \quad (19)$$

从式(18)、(19)可以看出, 粘弹性体中波传播的 Rayleigh-Lamb 方程与弹性体中波传播的方程完全相同^[15,16]。对于稳态的简谐运动, 弹性和粘弹性本构关系之间的联系称为对应原理。本文在推导过程中, 采用复模量替代弹性模量, 所以式(18)、(19)即为粘弹性材料对应的 Rayleigh-Lamb 方程, 在形式上与参考文献[15,16]弹性板中对称波与反对称波振动的特征方程完全一样, 这也符合对应原理关系。

虽然弹性和粘弹性狭缝结构求解表达式完全一样, 但是求解过程完全不同, 由于粘弹性材料对应的式(18)、(19)中轴向传播常数 k_z 、径向纵波和横波传播常数 k_1 、 k_t 均为复数, 所以在第3节的仿真计算中, 利用自适应绕数求根的方法进行求解。当弹性模量为实数, 弹性模量的虚部为零时 ($\eta=0$), 对应于弹性结构, 式(18)、(19)中的 k_1 、 k_t 、 k_z 均为实数; 当弹性模量为复数, 弹性模量的虚部不为零时 ($\eta \neq 0$), 对应于粘弹性结构, 式(18)、(19)中的 k_1 、 k_t 、 k_z 均为复数。

通过用复值粘弹性模量代替相应的弹性模量, 求解特征方程(18)和(19), 就可以得到相应的 z 向复传播波数。

3 狭缝空腔通道结构体中弹性波的仿真计算

假设某橡胶材料的参数为: 密度为 1300 kg/m^3 ,

杨氏模量的实部为 $4 \times 10^8 \text{ N/m}^2$, 复杨氏模量的损耗因子取 $\eta=0.2$, 泊松比取 0.49 。具体研究了弹性波在狭缝空腔通道中的传播模式及衰减规律。

首先考察一下弹性狭缝结构 ($\eta=0$) 的相速度频散曲线的特点。图2是由式(18)和式(19)计算得弹性狭缝结构的各阶传播模式相速度频散曲线, 声波在片状弹性体中激发的有对称波(即 s 波), 也有反对称波(即 a 波)。从图2中可以看出:

- (1) a_0 、 s_0 波不存在截止频率, 在任意低频这两

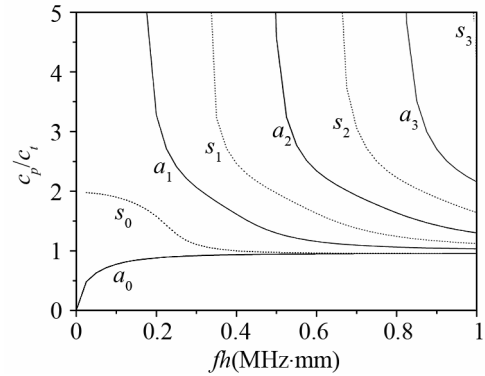
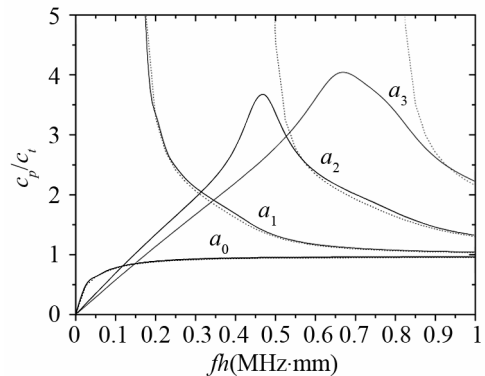
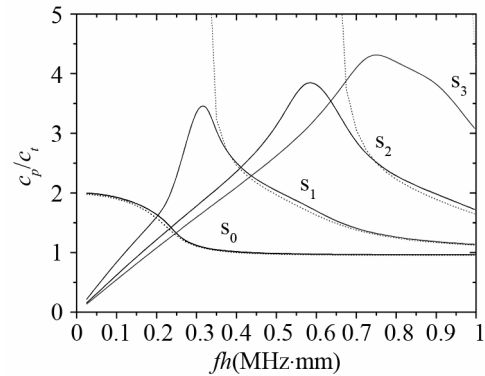


图2 弹性狭缝结构的无量纲化相速度频散曲线

Fig.2 Frequency variation of non-dimensional phase velocities for elastic slit structure.



(a) 反对称波



(b) 对称波

$E=4 \times 10^8 \text{ N/m}^2$, $\nu=0.49$ 实线: $\eta=0.2$, 点线: $\eta=0$

图3 弹性狭缝结构和粘弹性狭缝结构相速度频散曲线

Fig.3 Frequency variation of non-dimensional phase velocities for elastic slit structure and viscoelastic slit structure, solid line: $\eta=0.2$, dot line: $\eta=0$.

个波都存在, 而高阶对称($s_1, s_2, s_3 \dots$)和反对称($a_1, a_2, a_3 \dots$) Lamb 波存在一定的截止频率;

(2) 在 $fh \rightarrow \infty$ 时, a_0, s_0 波的相速度趋于真空与半空间弹性固体的界面上的 Rayleigh 波波速 c_R , c_R 略小于 c_T 。高阶对称($s_1, s_2, s_3 \dots$)和反对称($a_1, a_2, a_3 \dots$) Lamb 波的相速度趋于横波声速 c_T 。

其次考察一下粘弹性体狭缝结构中相速度频散曲线的特点。图 3 中分别比较了某橡胶在损耗因子 $\eta=0$ 和 $\eta=0.2$ 时的反对称波和对称波的频散曲线。点线表示弹性狭缝结构($\eta=0$)各阶传播模式相速度频散曲线, 实线表示的是引入损耗因子后粘弹性狭缝结构各阶传播模式的相速度频散曲线。从图中可以看出, 由于材料损耗因子的引入, 粘弹性狭缝结构中的波传播特性相对弹性狭缝情况, 发生如下变化:

(1) 反对称波的 a_0, a_1 波与无衰减时($\eta=0$)非常接近, 其它高阶波 $a_2, a_3 \dots$ 不存在截止频率。

(2) 对称波中的 s_0 波与无衰减时非常接近, 其它高阶波 $s_1, s_2, s_3 \dots$ 不存在截止频率。

(3) 在弹性狭缝结构高阶模式的截止频率以上的高阶波的相速度与其相速度接近。

图 4 比较了 $\eta=0.2$ 时各阶波传播模式的相速度和衰减, 从中可以看出:

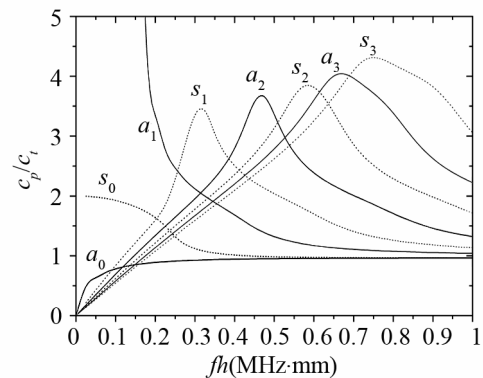
(1) 在有损耗时, 所有传播模式均存在衰减, 而在理想的弹性情况下, 除了在一定截止频率之内存在高阶非传播波之外, 各阶传播模式不存在衰减现象。

(2) 除了 a_1 波, 其它各阶波不存在严格意义上的截止频率, 但是高阶波在低频衰减非常大, 随着频率的增加而减小并存在一个谷点, 而后随着频率的增加而略有增加;

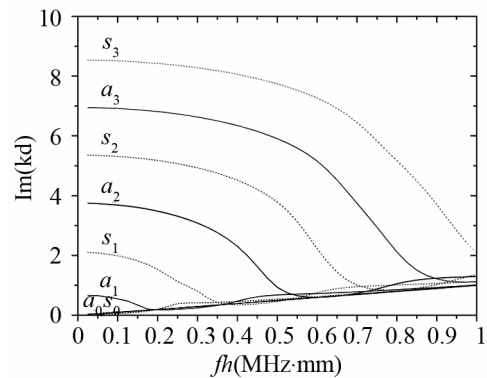
(3) 最低阶模式 a_0, s_0 的衰减随着频率的增加变化非常缓慢, 在一定的频率之后, 随着频率的增加单调增加。

4 结 论

本文在 Kelvin-Voigt 线性粘弹性模型的框架内, 对于简谐波, 通过引入复粘弹性模量, 粘弹性波动方程具有弹性波动方程对应的形式。然后针对具有狭缝形空腔周期性分布覆盖层的吸声问题, 推导了具有特定边界条件的粘弹性狭缝结构的频散方程。通过计算, 得到了粘弹性狭缝结构中波传播的相速度和衰减。下一步的工作将会考虑粘弹性波在有限尺度情况下的传播情况。本文结论如下:



(a) 相速度



(b) 衰减

$E=4 \times 10^8 \text{ N/m}^2$, $\eta=0.2$, $\nu=0.49$ 实线: 反对称波, 虚线: 对称波

图 4 粘弹性狭缝结构中波的相速度和衰减曲线

Fig.4 Frequency variation of non-dimensional phase velocities for elastic slit structure and viscoelastic slit structure, $\eta=0.2$, solid line: Antisymmetric wave, dot line: Symmetric wave.

(1) 在线性粘弹性假设下, 对于简谐波运动, 通过引入复粘弹性模量, 粘弹性波动方程具有弹性波动方程相对应的形式, 计算中可以用复值粘弹性模量代替相应的弹性模量。

(2) 在仿真计算中, 假设粘弹性结构的损耗因子为 0 时, 粘弹性结构的计算就退化为弹性结构的计算, 相速度曲线具有与弹性结构相同的形式, 衰减为 0。

(3) 由于材料损耗因子的引入, 粘弹性狭缝结构中的波传播与弹性狭缝结构中的波传播相比, 其特性发生如下变化: 所有传播模式均存在衰减; 高阶传播模式不存在严格意义上的截止频率, 但是高阶波在某个频率以下衰减非常大, 而在该频率以上逐渐减小; 最低阶模式的相速度与材料无损耗的情况非常接近。

(4) 粘弹性狭缝结构中的波传播具有衰减特性, 同时由式(18)、(19)看到, 该衰减性能不仅与狭缝的结构参数有关, 还与粘弹性材料本身的复弹性模量有关。因此, 合理地设计狭缝的结构参数和与之配套的粘弹性材料的动态力学性能, 可以设计出

吸声性能良好的吸声覆盖层来。

参 考 文 献

- [1] Oberst H. Resonant sound absorbers[J]. Technical Aspects of Sound. E.G.Richard-son (Ed). Vol II, Elsevier, Amsterdam, 1957.
- [2] Meyer E. Pulsation oscillations of cavities in rubber[J]. Journal of Acoustical Society of America, 1958, **30**(12): 1116-1124.
- [3] Gaunaurd G. One-dimensional model for acoustic absorption in a viscoelastic medium containing short cylindrical cavities[J]. Journal of Acoustical Society of America, 1977, **62**(2): 298-307.
- [4] Hennion A C. Analysis of the scattering of a plane acoustic wave by a doubly periodic structure using the finite element method: Application to Alberich anechoic coatings[J]. Journal of Acoustical Society of America, 1991, **90**(6): 3356-3367.
- [5] Greenspon J F. Vibrations of thick cylindrical shells[J]. Journal of Acoustical Society of America, 1959, **31**(12): 1682-1683.
- [6] Greenspon J F. Axially symmetric vibrations of a thick shell in an acoustic medium[J]. Journal of Acoustical Society of America, 1960, **32**(8): 1017-1025.
- [7] Doak P E, Vaidya P G. Attenuation of plane wave and higher order mode sound propagation in lined ducts[J]. Journal of sound and vibration, 1970, **12**(2): 201-224.
- [8] Rubinow S I, Joseph B Keller. Wave propagation in a fluid-filled tube[J]. Journal of Acoustical Society of America, 1971, **50**(1): 198-223.
- [9] Hudde H. The propagation constant in lossy circular tubes near the cutoff frequencies of higher-order modes[J]. Journal of Acoustical Society of America, 1988, **83**(4): 1311-1318.
- [10] Han Zhao, Gerard Gary. A three dimensional analytical solution of the longitudinal wave propagation in an infinite linear viscoelastic cylindrical bar[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids J. Mech. Phys. Solids, 1995, **43**(8): 1335-1348.
- [11] 朱蓓丽, 任克明. 等效参数法研究带圆柱通道橡胶体的声学性能[J]. 上海交通大学学报, 1997, **37**(7): 20-25.
ZHU Beili, REN Keming. Acoustic properties analysis of elastomer with cylindrical bores using equivalent parametric method[J]. The Journal of Shanghai Jiaotong University. 1997, **37**(7): 20-25.
- [12] 何世平. 粘弹性圆柱管中波的传播研究及吸声覆盖层声学特性分析[D]. 上海交通大学博士学位论文, 2004.
HE Shiping. Research of wave propagation in viscoelastic tube and analysis of acoustic characteristics of anechoic coating[D]. PHD thesis of Shanghai Jiaotong University, 2004.
- [13] 谭红波. 有限元方法研究结构弹性壳体 and 消声瓦的声散射特性[D]. 中国科学院声学所博士论文, 2002.
TAN Hongbo, The finite elements method approach for scattering from elastic shells and anechoic tiles with internal structures[D]. PHD thesis of Institute of Acoustical China Academic Science, 2002.
- [14] 蔡峨. 粘弹性力学基础[M]. 北京航空航天大学出版社, 1989: 126-128.
CAI E. Viswelastic foundation[M]. Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 1989: 126-128.
- [15] 布列霍夫斯基赫 J M. (中译本) 分层介质中的波[M]. 科学出版社, 1960(第1版), 47-57.
Brekhovskikh J M. Waves in Layered Media[M]. Academic Press, 1960(First Edition), 47-57.
- [16] [美] J. L. 罗斯. 固体中的超声波[M]. 科学出版社, 2004(第1版), 82-91.
Rose J L. Ultrasonic waves in solid media[M]. Academic Press, 2004(First Edition), 82-91.