

# 气悬体声凝聚最佳声波频率的新的计算方法

王耀俊

(南京大学声学研究所)

考虑到多分散性气悬微粒间的相对运动,本报告提出了多分散性气悬体声凝聚最佳声波频率的新的估算方法。与水雾声凝聚最佳频率的实验结果相比较,本方法计算得到的声凝聚最佳频率比传统的 Brandt 公式更接近于实验结果。

计算气悬体声凝聚最佳声波频率时至今一直采用 Brandt 等人的公式<sup>[1]</sup>

$$f_{OP} = \frac{9\sqrt{3}\eta}{4\pi\rho_p a^2}, \quad (1)$$

式中  $\eta$  为气体的切变粘滞系数,  $\rho_p$  为气悬微粒的密度,  $a$  为微粒半径。导出公式 (1) 时, Brandt 等人曾假定气悬微粒的大小单一均匀,且声场中作用于气悬微粒上的力为 Stokes 粘滞牵引力,这时微粒的运动方程可写成:

$$m_p \frac{dv_p}{dt} = 6\pi\eta a(v_s - v_p) \quad (2)$$

其中  $v_p$ ,  $v_s$  分别为微粒和气体在声场中的振动速度,  $m_p$  为一个微粒的质量。令微粒振动速度与气体振动速度幅值之比为 0.5, 便可得到如(1)式表示的声凝聚最佳频率。

Brandt 等人为导出公式(1)所作的假定是十分近似的。首先,两微粒在声场中碰撞及聚合不仅决定于 Stokes 牵引力,而声场中作用于微粒上的其它力(包括恒定力和湍流脉动力)都可能对两微粒间的凝聚产生影响。其次,各气悬微粒是大小不等的,而公式(1)并没有考虑到微粒尺寸不一的因素。

用声学方法凝聚气悬体时,合适地选择声波频率以提高声凝聚效率十分重要。可

是,长期以来对声凝聚的报导偏重于实际应用<sup>[2]</sup>,而着重于机理的研究则没有得到实质性的进展<sup>[3]</sup>。为此,我们曾探讨过气悬微粒声凝聚效率与声场参数的关系<sup>[4]</sup>。

假定声场中两微粒相碰后便粘合在一起,并忽略微粒周围空气绕流对另一微粒相碰的影响,则可用图 1 表示大小不同微粒靠近和碰撞的图象。图中较大的微粒标以 1, 较小的微粒标以 2, 它们的半径分别为  $a_1$  和  $a_2$ 。声场中微粒在各种力的作用下作复杂的

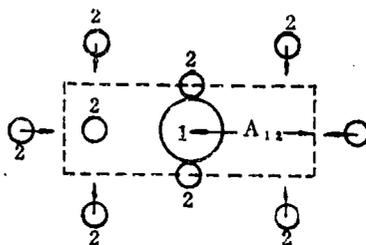


图 1 不同半径的两微粒在声场中靠近和碰撞的示意图象<sup>[4]</sup>

运动,但微粒所受的交流粘滞力最大,是引起微粒间相碰的主要因素<sup>[5]</sup>。交流粘滞力作用下引起两微粒间相碰的可能性决定于它们之间相对振动振幅  $A_{12}$ 。如图 1 所示,处于以大微粒 1 为中心的虚线所表示的圆柱区域(称为“凝聚域”)内的小微粒都有可能与大微粒相碰撞,且在振动半周期内处于“凝聚域”

内的小微粒被大微粒全部凝聚。由于实际声凝聚时所用的声强较高(大于 130dB), 微粒上所受的各种作用力(如声辐射压力, 平均 Stokes 力, 波形畸变所引起的 Oseen 力, 两微粒间的 Bernoulli 力以及湍流脉动力)足以使小微粒在振动半周期内及时充满变空了的“凝聚域”, 于是大微粒每次在“凝聚域”内相对运动时, 它前面的小微粒浓度和“凝聚域”外面的浓度相等。

以  $u = U_0 \sin \omega t$  表示媒质声振动速度, 可求得一个小微粒在单位时间内与一个大微粒的凝聚几率:

$$K(a_1, a_2, \omega) = \frac{2U_0\omega(\tau_1 - \tau_2)(a_1 + a_2)^2}{\sqrt{(1 + \omega^2\tau_1^2)(1 + \omega^2\tau_2^2)}}, \quad (3)$$

式中

$$\tau_i = \frac{2\rho_p}{9\eta} a_i^2 \quad (i = 1, 2).$$

设多分散性气悬体中按线度分布的微粒浓度为  $nf(a)$ , 其中  $n$  为单位体积内微粒总数(计数浓度), 则半径处于  $a_1 \rightarrow a_1 + \Delta a_1$  的微粒数为

$$\Delta n_1 = nf(a_1)\Delta a_1,$$

半径处于  $a_2 \rightarrow a_2 + \Delta a_2$  的微粒数为

$$\Delta n_2 = nf(a_2)\Delta a_2.$$

这样, 可求得单位体积内多分散性气悬体中微粒在单位时间内总的凝聚次数为:

$$Z = n^2 \sum_{a_1=0}^{\infty} \sum_{a_2=0}^{\infty} f(a_1)f(a_2)K(a_1, a_2, \omega)\Delta a_2\Delta a_1, \quad (4)$$

取极限情况, 得:

$$Z = n^2 \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} f(a_1)f(a_2)K(a_1, a_2, \omega)da_2da_1 \quad (5)$$

气悬微粒的声凝聚是微粒间相互碰撞、粘合、最后克服空气粘滞阻力向下沉降的过程, 所以声凝聚效率决定于单位时间内微粒的凝聚次数。(5)式直接反映了声凝聚效应与声波频率的关系。将(5)式对  $\omega$  取微商并令其等于零, 便得到计算已知线度分布的气

悬体声凝聚最佳频率的方程式:

$$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{a_1(1 - \omega^4\tau_1^2\tau_2^2)(\tau_1 - \tau_2)(a_1 + a_2)^2}{\sqrt{(1 + \omega^2\tau_1^2)(1 + \omega^2\tau_2^2)}} \cdot f(a_1)f(a_2)da_2da_1 = 0, \quad (6)$$

于是, 气悬体中微粒按线度分布知道后, 可通过解算积分方程(6)得到气悬体声凝聚最佳频率的数值。但实际上可通过方程式(5)计算微粒声凝聚的总次数  $Z$  随  $\omega$  的变化, 求得  $Z$  极大值时所对应的  $\omega$ , 这一频率即为声凝聚的最佳频率。

下面用水雾声凝聚的一些资料说明上述声凝聚最佳频率计算方法的正确程度。水雾是一种多分散性气悬体, 测得的天然水雾雾滴平均半径在 5 微米与 8 微米之间。而用超声喷雾技术获得的雾滴半径较小, 根据以前的测定 [6], 其平均半径约为 2.5 微米, 雾滴谱大致符合高斯分布。故近似地可用下列函数表示水雾雾滴按半径  $a$  的分布:

$$f(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}B} e^{-\frac{(a - \bar{a})^2}{2B^2}} \quad (7)$$

利用公式(5)可算得符合高斯分布但具有不同的平均半径的水雾声凝聚最佳频率的理论值, 如图 2 中曲线 A、B 所示(计算时取  $B = 1$

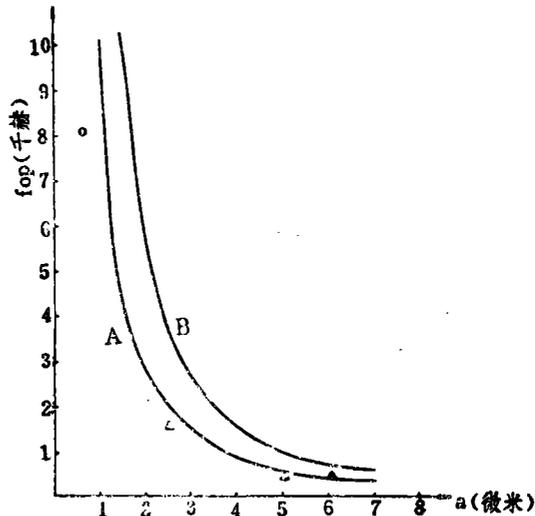


图 2 水雾声凝聚最佳频率与微粒平均半径的关系以及与实验的比较。

米), 图中曲线 B 是根据公式(1)计算得到的声凝聚最佳频率的理论值。图中( $\Delta$ )表示水雾声凝聚最佳频率的实验值<sup>[6, 7]</sup>, ( $\circ$ )表示  $\text{NH}_4\text{Cl}$  微粒气悬体声凝聚最佳频率的实验值<sup>[8]</sup>。图中曲线 A 和 B 是按  $\rho_p = 1$  算得的, 而  $\text{NH}_4\text{Cl}$  微粒的密度  $\rho_p = 1.53$  克/厘米<sup>3</sup>, 所以严格说来,  $\text{NH}_4\text{Cl}$  微粒气悬体的声凝聚最佳频率的理论值与图 2 中曲线 A 表示的有所不同。

现在所能得到的实验数据虽然尚不充分, 但就水雾和  $\text{NH}_4\text{Cl}$  气悬体声凝聚的一些实验结果表明, 用我们的方法得到的声凝聚最佳频率比用 Brandt 等人的理论更接近于实验结果。这是可以预料的, 因为 Brandt 等人建立的声凝聚模型过于简化, 完全没有参考气悬微粒线度分布对声凝聚的影响。

最后要指出的是, 我们在导出计算具有一定线度分布的气悬体声凝聚最佳频率时, 曾略去空气媒质在微粒周围绕流对微粒运动的影响, 即认为瞄准大微粒的小微粒都能相碰, 这对线度很小的微粒间的凝聚几率的计

算可能产生较大的误差, 这时在  $K(a_1, a_2, \omega)$  中必须引进俘获系数的修正因子。另外, 本报告也未考虑水雾微粒蒸发和凝结对声凝聚的影响<sup>[9]</sup>, 所以实验和理论工作均尚待进一步深入。

感谢魏荣爵教授和吴文虬付教授对本工作的关心和指导。

### 参 考 文 献

- [1] Brandt, O., Freund, H., Hiedemann, E., Ko.l. Z. 77(1936) 103.
- [2] Riera, E. et al, 11—th International Congress of Acoustics (Revne d'acoustique) 2(1983) 141
- [3] Edmonds, P. D., ed. Ultrasonics (Academic Press, 1981)
- [4] 王耀俊, 魏荣爵, 科学通报, (1985) NO. 12, 734.
- [5] 魏荣爵, 章肖融, 王耀俊, 南京大学学报(自然科学版) 8 (1964) 294.
- [6] 王耀俊, 南京大学研究生论文(1965), 未发表。
- [7] Медников, Е.П., Акустическая Коагуляция и Осаждение Аэрозолей (Москва, 1963)
- [8] 川村雅恭 日本音响学会志 17 (1961) 123.
- [9] 魏荣爵, 吴君汝 J.A.S.A. 70 (1981) 1213.

## 《声学技术》杂志从1986年起公开发行

《声学技术》杂志经过 1985 年的调整, 改由上海市声学学会、中国科学院东海研究站和同济大学声学研究所合办, 由中国科学院东海研究站主编, 同济大学出版社出版。向上级申请公开发行后已获批准, 自 1986 年起正式公开发行。特此通告各位读者。

《声学技术》编辑部启