

基于冗余 Contourlet 变换的图像相关法去噪

程光权 成礼智

(国防科技大学理学院,长沙 410073)

摘要 Contourlet 变换是多尺度几何分析中十分重要的一种方法,可以实现灵活的多分辨、局部、多方向图像表示,但是由于不具有平移不变性,在图像去噪中易产生伪吉布斯现象,这里应用冗余 Contourlet 变换,具有平移不变性,且能有效表示图像几何纹理信息。在去噪应用中考虑分解系数的层间信息,将 BivaShrink 方法推广到冗余 Contourlet 变换中。实验结果表明,本文方法提高了去噪后图像的峰值信噪比(PSNR),同时有效保存了图像纹理信息,视觉效果更好。

关键词 冗余 Contourlet 变换 图像去噪 平移不变性 双变量收缩

中图法分类号:TP391 文献标识码:A 文章编号:1006-8961(2008)09-1678-05

The Image Denoising with Correlation Based on Redundant Contourlet Transform

CHENG Guang-quan, CHENG Li-zhi

(College of Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073)

Abstract Contourlet transform (CT) is a method of multiscale geometric analysis, which can result in a flexible multi-resolution, local, and directional image expansion. But the Contourlet transform is not shift-invariant, that will cause pseudo-Gibbs phenomena around singularities in image denoising. In this paper we apply redundant contourlet transform with shift-invariant to image denoising, which can capture the intrinsic geometrical structure of image. Meanwhile, we consider the dependencies between the coefficients and their parents in detail. We propose a method of image denoising based on redundant contourlet with bivariate shrinkage rules. The experimental results show that our method can obtain higher PSNR value and better visual effect compared with other methods.

Keywords redundant Contourlet transform, image denoising, shift-invariant, bivariate shrinkage

1 引言

小波分析在最近几十年中成为研究的一个热点问题,在很多应用方面取得成功。然而,随着小波应用的进一步深入广泛,人们也发现了小波的一些不足,在图像处理等高维情形中存在局限性。自然物体拥有光滑边界,图像间断点通常是沿着光滑的曲线,而传统的2维小波是由可分离1维小波张量得

到的,可以很好地检测图像边缘上的间断点,但是不能看到这些间断点沿着边缘轮廓具有的光滑性。另外,可分离2维小波仅在水平和竖直方向应用小波滤波,因此只能抓住有限的方向信息,而方向信息是多维信号的重要而独特的性质。这些不足促使了新理论的发展,近年先后提出了许多不同的新型小波,如 Curvelet^[1]、Bandelet^[2]等,其中,文献[3]提出的一种新型小波——Contourlet,可以有效地实现图像的多分辨率的、局部的、多方向的展开。而且不同于

基金项目:国家自然科学基金项目(60573027);全国优秀博士学位论文基金项目(200543)

收稿日期:2006-06-29; **改回日期:**2007-04-28

第一作者简介:程光权(1982~),男。现为国防科技大学计算数学专业博士研究生。主要研究方向为新型小波理论及图像处理等。

E-mail:cgq299@163.com

Curvelet、Bandelet 等方法, Contourlet 类似于小波, 可以将小波分析的许多方法直接应用到 Contourlet 中。

在图像去噪等应用中, 冗余性往往不是主要问题, 而平移不变性是一个重要的性质, 为了弥补 Contourlet 变换不具有平移不变的性质, Cunha 等提出了非下采样的冗余 Contourlet 变换 (NSCT)^[4], 本文就是将冗余 Contourlet 变换应用于图像去噪中, 同时考虑了 Contourlet 变换系数层间的关系。实验结果表明, 这种方法可以有效地提高去噪后图像的峰值信噪比 (PSNR), 同时图像纹理的视觉效果更好。

2 算法原理

2.1 Contourlet 变换

小波变换经过数十年的发展, 已经在各个方面取得了重要的应用。然而随着应用的推广, 研究的深入, 发现小波在高维情况下存在一定缺陷, 小波分析在高维不能充分利用数据结构本身的几何特征, 并不是最优的表示方式。如在 2 维图像中, 主要特征是由边缘所刻画的, 小波就无法认识到边缘的连续性。另外, 由 1 维小波张量生成的可分离小波只有抓住有限的方向, 不能“最优地”表示含线或面奇异的高维函数。正是由于传统小波的这些不足, 现在正在发展的多尺度几何分析^[5], 就是为了解决这些问题。而 Contourlet 变换就是最新发展的多尺度几何分析中较为重要的一种。

Contourlet 是一种“真正的”图像 2 维表示方法, 也称之为塔式方向滤波器组 (PDFB)。变换主要由两层滤波器组成: Laplacian 塔式变换 (LP) 实现多尺度分解; 方向滤波器组 (DFB) 实现多方向分解。Contourlet 变换可以实现灵活的多分辨、多方向分解, 可以抓住图像中本质的几何特征。首先由塔式变换捕获图像中的“点”奇异, 接着由方向滤波器将分布在同一方向上的奇异点合成一个系数。另外, 由于两个步骤各自独立, 从而可以在每层上实现不同的方向分解。变换的最终结果类似于线段的基结构来逼近原图像, 从而称之为 Contourlet 变换。

Contourlet 变换的两个步骤都有下采样过程, 而不具有平移不变性。在图像处理中会产生伪吉布斯现象, 导致图像失真, 影响视觉效果。而在图像处理的许多场合中冗余性不是主要问题, 如图像去噪、增强、边缘检测等, 处理结果的质量更加重要。为了避免产生伪吉布斯现象^[6], 增强处理效果, 需要变

换具有平移不变的性质。为了克服 Contourlet 变换不具备平移不变这个不足, 许多人研究并提出了一些解决的方法^[7], 其中 Cunha 等人提出了非下采样的冗余 Contourlet 变换 (NSCT)。冗余 Contourlet 变换具有平移不变的性质, 且设计更加容易, 图像表示更加有效, 能有效表示自然图像的几何结构特征。图 1(a) 显示了冗余 Contourlet 变换的过程, 图 1(b) 显示了在频率域中的分解结果。

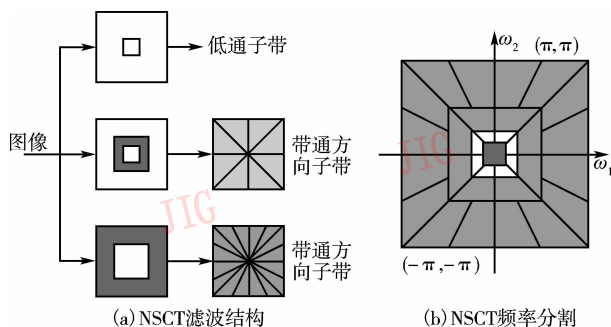


图 1 冗余 Contourlet 变换

Fig. 1 NSCT transform

从某种意义上说, Contourlet 变换可以看成是数字化的 Curvelet 变换。Candes 和 Donoho 在 Curvelet 研究过程中指出, 为了有效的近似间断光滑函数, 需要满足最优的尺度关系 $width \propto length^2$, 即各向异性尺度关系。这是 Curvelet 能够有效稀疏表示的一个重要原因。同样地, 在 Contourlet 变换中为了实现有效的稀疏表示, 也需要满足各向异性尺度关系, 这就要求我们在变换中遵循一定的规则。假设在金字塔尺度 2^{j_0} 层使用 l_{j_0} 层 DFB 分解, 那么在下面的更精细尺度 2^j ($j < j_0$) 层时, 为了满足各向异性尺度关系, DFB 分解层数目必须满足

$$l_j = l_{j_0} - \lfloor (j - j_0) / 2 \rfloor, j \leq j_0 \quad (1)$$

如图 2 显示了一种满足各向异性尺度关系的 Contourlet 尺度框架。

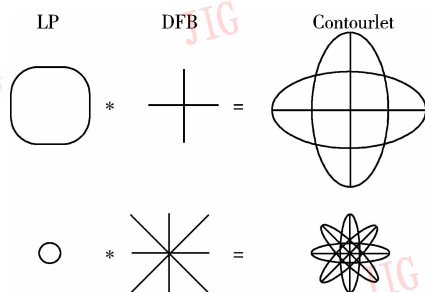


图 2 Contourlet 变换尺度关系

Fig. 2 The relation satisfy the parabolic scaling

Contourlet 变换可以抓住图像的几何结构特征,这在纹理信息丰富的情形下尤为重要,后面去噪试验中也说明了 Contourlet 这个优点。由 Contourlet 变换实现过程可以看出,Contourlet 变换类似于小波变换,所以在小波应用中提出的许多方法可以直接应用于 Contourlet 变换中,这给我们提供了许多思路与方便。

2.2 图像去噪

假设噪声图像模型为高斯加性噪声模型:

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} + \mathbf{n}$$
 (2)

式中, $\mathbf{x}$ 为原图像, $\mathbf{n}$ 为高斯白噪声, $\mathbf{y}$ 为含噪声图像。

多尺度分析应用于去噪试验已经取得了许多良好的结果,类似于小波图像去噪,基于冗余 Contourlet 变换图像去噪主要由下面 3 步组成:

- (1)对噪声图像应用冗余 Contourlet 变换;
- (2)对冗余 Contourlet 变换系数按照某种规则进行修正;
- (3)对修正后的系数进行逆变换得到去噪后图像。

去噪的方法很多,阈值去噪^[8]方法由于简单有效,从而应用十分广泛。在阈值去噪中,一个重点和难点就是关于阈值的选取,如何选择合适的阈值对最后去噪的效果有着重要的影响。现在关于阈值的选取方法很多,通常阈值去噪中认为图像变换后的系数相互不相关,这是不符合实际情况的,Bivariate Shrinkage 方法^[9,10]考虑系数层间的相关性,去噪的同时尽量保持图像边缘、纹理等细节部分,在实际应用中取得了良好的应用效果。本文考虑将该方法应用到冗余 Contourlet 图像去噪中。

在小波情形下,Sendur 通过大量图片的统计,采用曲面拟合的方法,发现了当前层和父层小波系数的联合概率密度函数:

$$P_X(X) = \frac{3}{2\pi\sigma_x^2} \exp\left(-\frac{\sqrt{3}}{\sigma_x} \sqrt{X_1^2 + X_2^2}\right)$$
 (3)

其中, X_1 为当前层系数, X_2 为父层系数, σ_x 为当前的方差。定义 $Y_1 = X_1 + V_1$, $Y_2 = X_2 + V_2$, 其中 Y_1 和 Y_2 分别是 X_1 和 X_2 加噪后的小波系数值, V_1 和 V_2 分别是当前层和父层的噪声。从而推导可得关于 X_1 的最大后验概率估计式

$$\tilde{X}_1 = \frac{\left(\sqrt{Y_1^2 + Y_2^2} - \frac{\sqrt{3}\sigma_n^2}{\sigma_x}\right)_+}{\sqrt{Y_1^2 + Y_2^2}} \cdot Y_1$$
 (4)

其中

$$(x)_+ = \begin{cases} x & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$
 (5)

通常方法的萎缩函数只与当前层的系数值有关,而 BivaShrink 方法的萎缩函数同时与当前层和父层的系数有关。Po 研究了图像经过 Contourlet 变换后系数间关系^[11]。通过研究可以看出,图像经过 Contourlet 变换系数间的分布类似于小波变换情形,从而可以用式(3)表示 Contourlet 变换后的当前层和父层间系数的关系。将 Bivariate Shrinkage 应用到 Contourlet 图像去噪中方法类似。

注意到,在 Contourlet 变换中,为了满足各向异性尺度关系,分解需要满足式(2)。在这种情况下,图像经过冗余 Contourlet 变换后当前系数和父层系数间关系如下:

$$x_{i,k} \rightarrow \begin{cases} x_{i+1,k} & l_{i+1} = l_i \\ x_{i+1,2k-1} \text{ 和 } x_{i+1,2k} & l_{i+1} = l_i + 1 \end{cases}$$
 (6)

其中, $x_{i,k}$ 表示第 i 层 k 方向系数,式(6)前一部分为父层,后面为对应的子系数。如图 1(b)所示。

注意到,通常的小波变换是正交的,从而子带图像的噪声方差保持不变。由于 Contourlet 变换不再是正交变换,从而变换后子带图像的噪声方差不再等于图像噪声。以矩阵 $\mathbf{F}$ 表示 Contourlet 变换对应的矩阵结构有:

$$\mathbf{Fy} = \mathbf{Fx} + \mathbf{Fn}$$
 (7)

有结论

$$\mathbf{Fn}^{i,i,d} \sim N(0, \mathbf{FF}^T)$$
 (8)

直接计算过于复杂,在下面的实验中我们近似估计每个子带的噪声方差。

3 数值结果与分析

为了验证本文方法的有效性。这里给出二个数值实例,以实验结果来说明本文方法提高 PSNR 值的同时,保存了图像边缘纹理信息。

在算法实现过程中,需要计算图像的噪声方差,这里采样目前在小波域中通用且有效的绝对值中值估计法得到。

$$\hat{\sigma}_n = \frac{\text{Median}(|Y(i,j)|)}{0.6745}, Y(i,j) \in HH_1$$
 (9)

其中, HH_1 为图像经小波分解后,分解第 1 层的高频部分图像系数。

在 MATLAB6.5 中实现本文算法。Contourlet 变换处理纹理信息丰富图像更有效,这里以 Barbara 图

和 Boat 图(皆为 512×512)为测试图像,如图 3 所示。这里冗余 Contourlet 变换的分解层数设为 4 层,每层方向数分解为 $[2,2,3,3]$,经过多次测试发现,LP 和 DFB 滤波器分别选择 NSCT 工具包中的“pyr”和“dmaxflat”。为了比较效果,这里以基于小波的 BivaShrink 方法^[10](WT + BivaShrink)、基于冗余小波的硬阈值去噪方法^[6](NSWT)、基于 Contourlet 变换的 BayeShrink 去噪方法(CT + BayeShrink)与本文去噪方法(NSCT + BivaShrink)进行比较。其中冗余小波变换的硬阈值去噪方法类似于 Curvelet 变换中 t -sigma 阈值^[12]方法,其中在最高分解层取 $t=4$,其余分解层取 $t=3$ 。为了便于比较,在基于小波的几种去噪方法中,选择“db6”小波,且小波分解都设为 4 层。

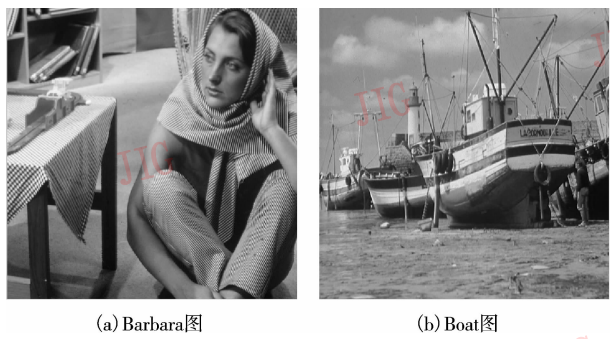


图 3 实验测试 Barbara 和 Boat 图
Fig. 3 The test images of Barbara and Boat

两幅图像在不同噪声水平下各种方法的实验结果如表 1 和表 2 所示。图 4 显示了 Barbara 图几种方法去噪后的局部图像。

表 1 Barbara 图几种去噪方法的 PSNR 值比较

Tab. 1 Comparison of PSNR with different methods for Barb

单位: dB

σ_n	Noisy	CT + BayeShrink	WT + BivaShrink	NSWT	NSCT + BivaShrink
10	28. 16	30. 78	32. 15	31. 82	33. 48
15	24. 59	28. 34	29. 78	29. 26	31. 06
20	22. 12	26. 79	28. 22	27. 46	29. 57
25	20. 17	25. 26	27. 01	26. 17	28. 16
30	18. 57	24. 56	26. 07	25. 13	27. 11

表 2 Boat 图几种去噪方法的 PSNR 值比较

Tab. 2 Comparison of PSNR with different methods for Boat

单位: dB

σ_n	Noisy	CT + BayeShrink	WT + BivaShrink	NSWT	NSCT + BivaShrink
10	28. 13	30. 1	32. 37	31. 88	33. 14
15	24. 60	28. 10	30. 46	29. 87	31. 19
20	22. 13	26. 94	29. 10	28. 45	29. 65
25	20. 16	25. 98	28. 05	27. 38	28. 48
30	18. 60	25. 25	27. 23	26. 55	27. 53

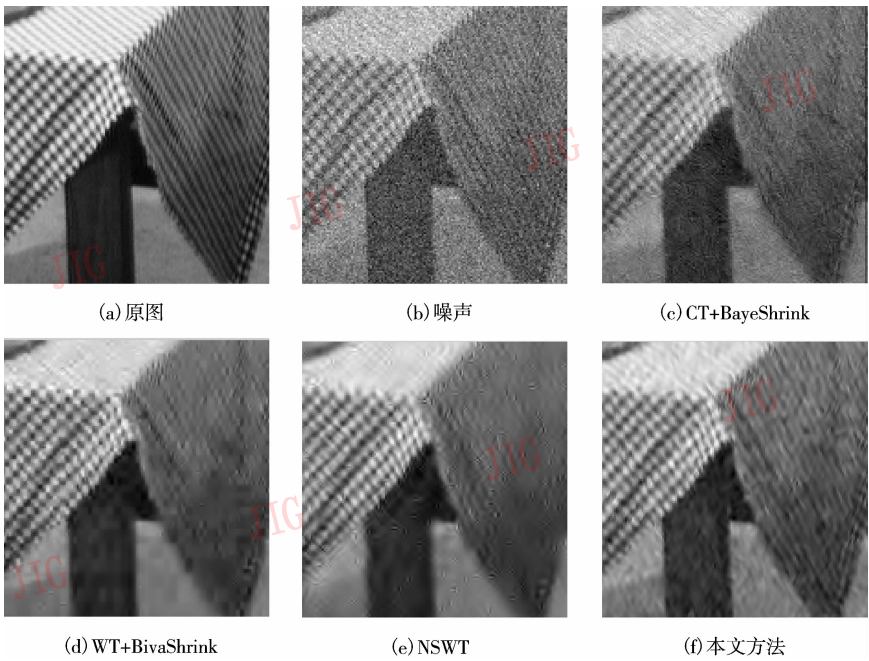


图 4 几种去噪方法在 $\sigma_n = 30$ 时实验结果
Fig. 4 The results of denoising test with $\sigma_n = 30$

Barbara 图和 Boat 图是纹理信息比较丰富的图像,从上面的数据可以看出,在这种纹理信息丰富的图像去噪中,本文方法和几种去噪方法相比 PSNR 值都得到了提高。以 Barbara 图为例分析试验数据,相比较于基于 Contourlet 的 BayeShrink 方法提高了约 2.5 ~ 3dB,比基于冗余小波的硬阈值去噪方法,也提高了约 2dB,比基于小波的 BivaShrink 方法,提高了约 1 ~ 1.5dB。可以看出考虑系数层间的相关性后,PSNR 明显提高。Boat 图试验结果也是类似的,本文方法都优于其他方法。同时我们注意到,在图 4 所示 Barbara 图去噪后边缘纹理的细节部分,本文方法在提高 PSNR 值得同时,去噪后的纹理更加清晰,视觉效果更好。

4 结 论

本文研究了 Contourlet 变换的一些性质,为克服去噪中产生伪吉布斯现象,将具有平移不变性的冗余 Contourlet 变换应用到图像去噪中,讨论了 Contourlet 变换后系数之间的关系,去噪试验考虑系数层间的相关性,将 BivaShrink 方法应用到冗余 Contourlet 图像去噪中。实验结果表明,本文方法提高了去噪图像的 PSNR 值,且保存图像边缘纹理信息,视觉效果更好,特别适用于处理纹理信息丰富的图像。

参考文献 (References)

1 Candes E J, Donoho D L. Curvelets: A surprisingly effective nonadaptive representation for objects with edges [A]. Curve and Surface Fitting [C]. Nashville, TN, USA: Vanderbilt University

Press, 1999.

2 Pennec E L, Mallat S. Sparse geometric image representation with bandelets [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(4): 423 ~ 438.

3 Do M N, Vetterli M. The Contourlet Transform: An efficient directional multiresolution image representation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(12): 2091 ~ 2106.

4 Cunha A L, Zhou J, Do M N. The nonsubsampled contourlet transform: theory, design, and applications [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(6): 1610 ~ 1620.

5 Jiao Li-cheng, Tan Shan. Development and prospect of image multiscale geometric analysis [J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 13(12): 1975 ~ 1981. [焦李成, 谭山. 图像多尺度几何分析: 回顾和展望 [J]. 电子学报, 2003, 13(12): 1975 ~ 1981.]

6 Coifman R R, Donoho D L. Translation invariant de-noising in wavelets and statistics [A]. In: Springer Lecture Notes in Statistics 103 [M]. New York: Springer-Verlag, 1995.

7 Eslami R, Radha H. The contourlet transform for image de-noising using cycle spinning [A]. In: Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers [C], Pacific Grove, USA, 2003: 1982 ~ 1986.

8 Donoho D L, Johnstone I M. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage [J]. Biometrika, 1994, 81(3): 425 ~ 455.

9 Sendur L, Selesnick I W. Bivariate shrinkage functions for wavelet-based denoising exploiting interscale dependency [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(11): 2744 ~ 2756.

10 Sendur L, Selesnick I W. Bivariate shrinkage with local variance estimation [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2002, 9(12): 438 ~ 441.

11 Po D D Y, Do M N. Directional multiscale modeling of images using the contourlet transform [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(6): 1610 ~ 1620.

12 Starck J L, Candes E J, Donoho D L. The curvelet transform for image denoising [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2002, 11(6): 670 ~ 684.