快速模糊 C 均值聚类彩色图像分割方法

林开颜　徐立鸿　吴军辉
（同济大学信息与控制系，上海　200092）

摘　要　模糊 C 均值(FCM)聚类用于彩色图像分割具有简单直观、易于实现的特点，但存在聚类性能受中心点初始化影响且计算量大等问题，为此，提出了一种快速模糊聚类方法(FFCM)。这种方法利用分层减法聚类把图像数据分成一定数量的色彩相近的子集，一方面，子集中心用于初始化聚类中心点；另一方面，利用子集中心点和分布密度进行模糊聚类，由于聚类样本数量显著减少以及分层减法聚类计算量小，故可以大幅提高模糊 C 均值算法的计算速度，进而可以利用聚类有效性分析指标快速确定聚类数目。实验表明，这种方法不需事先确定聚类数目并且在优化聚类性能不变的前提下，可以使模糊聚类的速度得到明显提高，实现彩色图像的快速分割。

关键词　模糊聚类　分层减法聚类　彩色图像分割　聚类有效性

中图法分类号：TP391.4　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1006-8961(2004)02-0159-05

A Fast Fuzzy C-Means Clustering for Color Image Segmentation

LIN Kai-yan, XU Li-hong, WU Jun-hui
(*Information and Control Department of Tonji University, Shanghai* 200092)

Abstract　A new fast fuzzy C-means (FCM) clustering without a priori information about the number of clusters for color image segmentation is proposed to solve the problem of heavy calculating burden and the disadvantage that clustering performance is affected by initial centers for FCM, which is simple and easy to implement in color image segmentation. It uses the hierarchical subtractive clustering (HSC), which could reduce the heavy computation load when clustering a large number of data points, to partition the image data into a certain number of subsets with similar color. For one thing, the centers of the subsets are used to initialize cluster centers; for another, centers of the subsets and the number of points in the neighborhood of centers are used in FCM. The computation speed of the fuzzy clustering algorithm is improved greatly because the number of color image data points used in fuzzy clustering is reduced notably and the computing load of HSC is much less than that of subtractive clustering. Furthermore, it can use the cluster validity index to find the number of clusters quickly. Experiments show that without changing the clustering function, the proposed approach has much faster computation speed than plain FCM algorithm and can segment the color image quickly and effectively.

Keywords　fuzzy clustering, hierarchical subtractive clustering, color image segmentation, cluster validity

1　引　言

图像分割是图像分析和模式识别的首要问题和基本问题，也是图像处理的经典难题。所谓图像分割是指将图像中具有特殊意义的不同区域分开来，这些区域是相互不相交的，每个区域满足灰度、纹理、彩色等特征的某种相似性准则。由于彩色图像比灰度图像提供的信息更多，并且随着计算机处理能力的快速提高，彩色图像处理正受到人们越来越多的关注。文献[1]把主要彩色图像分割方法分为：直方图阈值法、特征空间聚类、基于区域的方法、边缘检测方法、模糊方法、神经元网络方法等 6 种方法。

图像分割是根据一定的相似性准则对像素进行分类，利用数据聚类方法对彩色图像进行分割具有直观、易于实现的特点[1]，并且能够把 3 个彩色分

收稿日期：2003-07-15；改回日期：2003-09-15

量,作为一个整体进行考虑,分割效果较好。聚类方法中最为著名的是模糊C均值聚类(FCM)算法,它是Dunn在推广硬C均值(HCM)算法的基础上提出的[2],Bezdek把这一工作进一步推广到一个模糊目标函数聚类的无限簇,并证明了该算法的收敛性[3]。尽管FCM在图像分割领域得到了广泛应用,但仍存在如下问题:(1)收敛到局部极值;(2)算法性能依赖于初始聚类中心;(3)须事先确定聚类数目;(4)计算量大。对于局部极值问题,有学者利用遗传进化计算的方法对目标函数进行寻优[4,5];而利用山峰聚类[6]或减法聚类[7]可以有效地对中心点进行初始化。至于如何确定最佳聚类数目,即聚类的有效性分析,目前已有不少分类指标,如基于隶属度矩阵的分割系数PC(partition coefficient)和分割熵PE(partition entropy),考虑数据点紧密度-分离度(compactness-separation)的Xie-Beni指标和Fukayama-sugno指标,以及将紧密度—分离度和隶属度矩阵特性进行综合的SC指标[8,9]。

图像分割是一个大样本数据分类问题,利用FCM进行图像分割时,每次迭代优化都要计算聚类中心和隶属度矩阵,运算十分耗时,这就限制了FCM算法在图像分割领域的应用,而直接利用图像数据进行聚类有效性分析更是难以进行。因而,计算量大成为FCM应用于图像分割的障碍,始终没有得到很好解决。近来,有学者在图像数据集上建立塔型结构,每一层4邻域的灰度均值作为上层像素点的灰度值,用塔顶端的数据进行聚类[10],这虽然提高了运算速度,但由于是一种降低图像分辨率的做法,导致图像有用信息丢失。对于灰度图像,可以利用灰度直方图统计信息,在图像的灰度空间上进行聚类,极大地降低了运算量[11]。但这种方法却无法用于彩色图像分割,因彩色空间(256×256×256)远大于样本数据。一幅彩色图像通常在彩色空间中围绕一定数量的中心点呈一定的密度分布,分布在中心点附近的点构成色彩相近的子集,即图像点集S可以看成是n_{p}个色彩相似的子集,即$S=\bigcup_{i=1}^{n_{\mathrm{p}}}S_i$,$\forall\ \boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{x}_l\in S_i$,满足$\|\boldsymbol{x}_k-\boldsymbol{x}_l\|<\delta$,常量$\delta$越小,子集内色彩越接近。由于$n_{\mathrm{p}}$远小于数据样本大小$n$,因此,如果能预先确定出$n_{\mathrm{p}}$个这样的点集,然后利用这些点集的中心和分布密度进行模糊聚类,将极大地提高FCM的运算速度,也使得聚类的有效性分析应用于确定图像区域分割数成为可能。

2 快速模糊聚类

2.1 分层减法聚类

对于数据点集$\boldsymbol{C}_x=\{\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_n\}\in\mathbf{R}^{pn}$,与山峰聚类[6]不同的是,减法聚类[7]以样本数据点作为聚类中心候选点,根据高斯型密度函数计算数据点$\boldsymbol{x}_i$的分布密度,并把分布密度最大的点作为聚类中心。但是,当n很大时,算法的计算量非常大,这可以通过分层减法聚类得到有效解决[12]。

下面用一个2层减法聚类确定n_{p}个色彩相近的样本子集。

在第1层,将数据集C_x平均分为t个数据点个数为b的子集($n=bt$),记为$\boldsymbol{C}_x^l,l=1,2,\cdots,t$。数据点$\boldsymbol{x}_i$的密度函数定义为该点邻域内的数据点个数,$\boldsymbol{x}_i$的邻域则定义以$\boldsymbol{x}_i$为中心,$r$为半径的超球体,$r$须取一个合适的值。先定义函数$u(x)=\begin{cases}1 & x\geqslant 0\\ 0 & x<0\end{cases}$,则$\boldsymbol{x}_i^l$邻域内的数据点密度为

$$D_i^l(\boldsymbol{x}_i^l)=\sum_{j=1}^{b}u(r-\|\boldsymbol{x}_i^l-\boldsymbol{x}_j^l\|) \tag{1}$$

如果数据点$\boldsymbol{x}_{\mathrm{c}1}^l\in\boldsymbol{C}_x^l$具有最大的分布密度,即$D_{\mathrm{c}1}^l=\max\limits_i D_i^l$,那么子集$\boldsymbol{C}_x^l$的第1个聚类中心为

$$\boldsymbol{c}_{\mathrm{c}1}^l=\frac{\sum\limits_{\boldsymbol{x}_j^l\in\boldsymbol{C}_{\mathrm{c}1}^l}\boldsymbol{x}_j^l\cdot D_j^l(\boldsymbol{x}_j^l)}{\sum\limits_{\boldsymbol{x}_j^l\in\boldsymbol{C}_{\mathrm{c}1}^l}D_j^l(\boldsymbol{x}_j^l)} \tag{2}$$

其中,$\boldsymbol{C}_{\mathrm{c}1}^l$为$\boldsymbol{x}_{\mathrm{c}1}^l$邻域内的数据点集。找出第1个聚类中心后,接着在集合$\{\boldsymbol{C}_x^l-\boldsymbol{C}_{\mathrm{c}1}^l\}$里查找具有最大密度函数值的数据点$\boldsymbol{x}_{\mathrm{c}2}^l$,并将其邻域内的数据点的质心作为第2个聚类中心$\boldsymbol{c}_{\mathrm{c}2}^l$。重复同样的过程,直至$\boldsymbol{C}_x^l-\sum\limits_k\boldsymbol{C}_{\mathrm{c}k}^l=\varnothing$,$k$为获得的中心个数。

令$l=1,2,\cdots,t$重复上述过程,可获得第1层减法聚类的中心点集和对应的分布密度,把这些聚类的中心重新组合成一个新的数据集,对这个数据集进行第二层减法聚类,密度函数由式(1)改为式(3)

$$D_i=\sum_{j=1}^{n_{\mathrm{c}}}u(r-\|\boldsymbol{x}_x-\boldsymbol{x}_j\|)\cdot D^{(1)}(\boldsymbol{x}_j) \tag{3}$$

其中,n_{c}、$D^{(1)}(\boldsymbol{x})$分别为第1层获得的中心个数和中心密度。如此,可得聚类中心,$c_{\mathrm{c}j},j=1,2,\cdots,n_{\mathrm{p}}$,$n_{\mathrm{p}}$为第2层获得的中心个数。

这样,通过二层减法聚类把样本大小为n的数

据集根据一定的相似性准则分成 n_p 个子集，即 $S=\bigcup_{i=1}^{n_p}S_i$，中心点构成的数据集记为 $C_x^c=\{x_1^c,x_2^c,\cdots,x_{n_p}^c\}$，每个中心 x_i^c 对应的数据密度即子集 S_i 大小记为 $D^c(x_i^c)$。

2.2　模糊 C 均值聚类

模糊聚类由 Dunn 首先提出[2]，并由 Bezdek 进行推广[3]，其基本思路为：将数据集 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}\in\mathbf{R}^{pn}$ 分为 c 类，X 中任意样本 x_k 对 i 类的隶属度为 u_{ik}，分类结果可以用一个模糊隶属度矩阵 $U=\{u_{ik}\}\in\mathbf{R}^{cn}$ 表示，满足

$$\begin{cases}u_{ik}\in[0,1],\forall\ i,k\\ 0<\sum_k u_{ik}<n,\forall\ i\\ \sum_i u_{ik}=1,\forall\ k\end{cases}\tag{4}$$

模糊 C-均值聚类是通过最小化关于隶属度矩阵 U 和聚类中心 V 的目标函数 $J_m(U,V)$ 来实现的

$$J_m(U,V)=\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{c}(u_{ik})^m d_{ik}^2(x_k,v_i)\tag{5}$$

式中，$U=\{u_{ik}\}$ 为满足条件(4)的隶属度矩阵，$V=\{v_1,v_2,\cdots,v_c\}\in R^{pc}$ 为 c 个聚类中心点集，$m\in[1,\infty)$ 为加权指数，当 $m=1$ 时，模糊聚类就退化为硬 C 均值聚类；Nikhil 等人的研究表明[13]，m 的最佳选择范围为 $[1.5,2.5]$，通常 $m=2$ 是比较理想的取值。

第 k 个样本到第 i 类中心的距离定义为

$$d_{ik}^2(x_k,v_i)=\|x_k-v_i\|_A^2=(x_k-v_i)^{\mathrm{T}}A(x_k-v_i)\tag{6}$$

A 为 $p\times p$ 的正定矩阵，当 $A=\mathrm{I}$ 时，即为欧氏距离。FCM 是通过反复迭代优化目标函数式(5)，即执行如下步骤：

(1) 初始化聚类中心 $V=\{v_1,v_2,\cdots,v_c\}$；

(2) 计算隶属度矩阵

$$u_{ik}=\left[\sum_{j=1}^{c}\left(\frac{d_{ik}(x_k,v_i)}{d_{jk}(x_k,v_j)}\right)^{2/(m-1)}\right]^{-1}\quad k=1,2,\cdots,n\tag{7}$$

(3) 更新聚类中心

$$v_i=\frac{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m x_k}{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m}\quad i=1,2,\cdots,c\tag{8}$$

(4) 重复步骤(2)、(3)直至式(5)收敛。

当 $d_{ik}(x_k,v_i)=0$ 时，会出现奇异值，隶属度不能用式(7)计算，对非奇异值的类，其对应的隶属度值赋值为 0，出现奇异值的类，其对应的隶属度按式(4)赋值。

2.3　快速模糊 C-均值聚类(FFCM)

FCM 算法是一种迭代优化的运算方法，其需要反复计算 u_{ik} 和 v_i。当样本数量 n 很大时，该计算极为耗时。如前节所述，利用分层减法聚类，可以根据一定的相似性准则，把整个彩色图像点集 S 分为 n_p 个子集 $S_k(k=1,2,\cdots,n_p)$，如果在这些子集上进行模糊聚类，将会极大地提高聚类速度。

由于每个子集 S_k 内像素点的色彩比较接近，$\forall\ x_l\in S_k$ 到中心点 v_i 的距离可以近似地用 S_k 的中心 x_k^c 到 v_i 的距离来表示，即

$$d_{il}^2(x_l,v_i)\approx d_{ik}^2(x_k^c,v_i)=\|x_k^c-v_i\|_A^2\tag{9}$$

模糊矩阵 U 的大小由原来的 $n\times c$ 变为 $n_p\times c$，隶属度的计算公式仍为式(7)，但对于距离的计算，则用式(9)。c 个聚类中心的计算由式(8)改为

$$v_i=\frac{\sum_{k=1}^{n_p}(u_{ik})^m x_k^c D^c(x_k^c)}{\sum_{k=1}^{n_p}(u_{ik})^m D^c(x_k^c)}\quad i=1,2,\cdots,c\tag{10}$$

目标函数式(5)的计算变为

$$J_m(U,V)=\sum_{k=1}^{n_p}\sum_{i=1}^{c}(u_{ik})^m d_{ik}^2(x_k^c,v_i)D^c(x_k^c)\tag{11}$$

算法收敛后，利用获得的聚类中心 V 根据式(7)重新计算 U，图像分割可按下式进行

如果

$$u_{ik}=\max\{u_{1k},u_{2k},\cdots,u_{ck}\}\tag{12}$$

则　$x_k\in$ 第 i 类。

实际应用中，可以对式(1)、式(3)的 r 值进行适当调整以获得合适的 n_p 值。通过反复实验表明，$r_{\min}$ 取为数据点各分量上的标准偏差的最小值，$r_{\min}/2$ 和 $r_{\min}/20$ 分别是式(1)、式(3)中 r 比较理想的取值。由于 n_p 远小于 n，利用式(9)、式(7)、式(10)和式(11)进行模糊聚类，计算速度将会得到很大提高，这也使得在实际应用中当分割区域数未知时，可以利用聚类、有效性指标快速确定聚类数目。本文算法以 Xie-Beni 指标[8]进行聚类有效性分析，其定义为

$$F_{XB}(U,V,c)=\frac{J_m(U,V)}{n(\min\|v_i-v_j\|)}\quad i,j=1,2,\cdots,c\tag{13}$$

当 $c=2,3,\cdots,c_{\max}$，利用聚类结果计算式(13)，其最小值对应最佳分类数 c^*。

综上所述，利用快速模糊 C-均值聚类算法(FFCM)进行彩色图像分割的方法如下：

（1）利用二层减法聚类对图像数据进行聚类，获得 n_p 个子集；

（2）对中心集 C_x^c 从大到小重新排序，并令 $c=2$；

（3）以 C_x^c 中前 c 个元素初始化中心点集 $\boldsymbol{V}$，利用式(9)、式(7)、式(10)和式(11)进行模糊聚类；

（4）利用步骤 3 的结果计算 $F_{XB}(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V},c)$；

（5）$c=c+1$，如果 $c>c_{max}$ 转下一步；否则，转步骤 3；

（6）确定 $F_{XB}(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V},c)$ 最小值对应的 $\boldsymbol{V}$；

（7）利用 $\boldsymbol{V}$ 重新计算 $\boldsymbol{U}$ 并根据式(12)分割图像。

3 实验分析

以 2 幅彩色图像作为例子，在 PⅢ600，内存为 256M 的计算机上，用 FFCM 算法和普通 FCM 算法对其分割并进行比较。对于模糊聚类，两者取同样的参数，即 $m=2$，最大迭代次数 $T=100$，J_m 的收敛误差 $\varepsilon=0.00001$，$\boldsymbol{A}=\mathbf{I}$，$\boldsymbol{V}$ 的初值从 C_x^c 中选取。分层减法聚类中，图像的每一行作为一个样本子集，像素间的距离计算采用 RGB 彩色空间。由于 FCM 对图像进行聚类是一种精确的图像分割，对于样本间的距离比较敏感，因此在 FCM 中距离计算采用 CIEL*u*v* 彩色空间，这是因为 CIE 彩色空间不仅能方便地测量小的颜色差别，而且用欧氏距离表示的色差与人的视觉系统相吻合[14]。表 1、表 2 分别为利用 FFCM 和 FCM 对图版 Ⅰ 图 1(a)、图版 Ⅰ 图 2(a)在 $c=2,3,\cdots,10$ 中变化进行聚类有效性分析的比较。表中，黑体字一栏对应最佳分割数，F_{XB} 为式(13)的计算值，其值在 FCM 和 FFCM 中差异比较大，这是因为在式(13)分母中 n 的取值不同所致，分别为 n_p（图版 Ⅰ 图 1，$n_p=174$；图版 Ⅰ 图 2，$n_p=239$）和 n；T 为 FCM 收敛时的迭代次数。对于 FFCM，t 为整个 FFCM 算法总的计算时间（包括分层减法聚类和聚类有效性分析）；对于 FCM，t 为 FCM 收敛时间。由表 1、表 2 可见，FFCM 的运算速度远远快于 FCM，而且利用其聚类结果进行的有效性分析与 FCM 的分析结果相当。图版 Ⅰ 图 1 和图 2 中，(b)、(c)分别为 FFCM 和 FCM 在最佳分类数时的分割结果，由图可见，FFCM 和 FCM 的分割质量相当，这表明 FFCM 并不改变模糊聚类的性能。

表 1 图版 Ⅰ 图 1 聚类有效性分析比较

FFCM				FCM			
c	F_{XB}	T	t(s)	c	F_{XB}	T	t(s)
2	2 351.674 1	14		2	4.359 6	9	17
3	1 226.506 4	17		3	2.305 2	6	20
4	637.490 7	30		4	1.245 4	10	41
5	**439.898 4**	**12**		**5**	**0.935 1**	**14**	**63**
6	738.691 8	25	14	6	1.457 0	14	69
7	682.156 6	35		7	1.327 6	15	155
8	669.238 7	17		8	1.241 3	35	358
9	652.892 4	15		9	1.248 3	27	300
10	542.040 4	20		10	1.081 0	15	200

表 2 图版 Ⅰ 图 2 聚类有效性分析比较

FFCM				FCM			
c	F_{XB}	T	t(s)	c	F_{XB}	T	t(s)
2	1 704.218 9	11		2	3.041 2	100	190
3	3 963.510 6	17		3	8.497 0	8	45
4	1 637.490 7	13		4	4.082 9	22	130
5	1 605.386 5	10		5	2.377 5	53	320
6	**862.079 0**	**15**	**23**	**6**	**1.506 1**	**24**	**135**
7	1 100.986 7	40		7	1.726 2	30	203
8	1 111.652 0	13		8	1.733 8	31	248
9	942.219 3	11		9	1.683 7	29	258
10	1 174.440 1	14		10	1.893 1	25	326

由实验分析可见，利用分层减法聚类把彩色图像数据按照一定的相似性准则分成一定数量的子集，在这些子集上进行模糊聚类，并不影响聚类的性能。更为重要的是，这样可以大幅提高模糊聚类的计算速度，使得在实际应用中，当分割区域数未知时，可以利用图像数据进行聚类有效性分析以快速确定分类数目。另外，利用子集中心点确定 $\boldsymbol{V}$，可以避免其初始化的随机性。

4 结 论

图像分割是计算机视觉领域的一个重要研究内容，利用模糊 C-均值聚类方法进行彩色图像分割具有直观、易于实现、分割效果好等特点，但也存在聚类数目需事先确定、中心点初始化和计算速度慢等问题，从而限制了它的进一步应用。本文利用分层减法聚类把图像数据分成一定数量的色彩满足某种相似性准则的子集，一方面，子集中心可用于初始化聚类中心点，减少聚类性能受中心点随机初始化的影响；另一方面，在这些子集上进行模糊聚类，可以大幅提高算法的计算速度，进而可以利用聚类有效性分析指标快速确定聚类数目。通过实验分析表明，这

种方法不需事先确定聚类数目，在优化聚类性能不变的前提下，可以使模糊聚类的速度得到明显提高，实现彩色图像的快速分割。

参 考 文 献

1 Cheng H D, Jiang X H, Sun Y, *et al*. Color image segmentation: advances and prospects[J]. Pattern Recognition, 2001, **34**(12): 2259～2281.

2 Dunn J C. A fuzzy relative of the ISODATA process and its use in detecting compact well-separated clusters[J]. J. Cybernet, 1973, **3**(3): 32～57.

3 Bezdek J C. Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms [M]. New York : Plenum Press, 1981.

4 王涛，沈谦，朱明星，等. 遗传与 C-均值混合算法用于聚类分析[J]. 模式识别与人工智能，1999，**12**(1)：98～103.

5 吴颖谦，施鹏飞. 基于改进演化策略的图像 FCM 聚类分割方法[J]. 红外与激光工程，2002，**3**(6)：478～481.

6 Yager Ronald R, Filev Dimitar P. Approximate Clustering Via the Mountain Method [J]. IEEE Transactions on System, Manand Cybern., 1994, **24**(8): 1279～1284.

7 Chiu S L. Fuzzy model identification based on cluster estimation [J]. J. Intelligent & Fuzzy Systems, 1994, **2**(3): 267～278.

8 Xie X L, Beni G. A validity measure for fuzzy clustering[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intellignece, 1991, **13**(8): 841～847.

9 Zahid N, Limouri M, Esseaid A. A new cluster-validity for fuzzy clustering[J]. Pattern Recognition, 1999, **32**(5): 1089～1097.

10 裴继红，杨灶亘. 塔型模糊聚类及区域模糊合并图像分割方法[J]. 红外与毫米波学报，1999，**18**(2)：83～88.

11 丁震，胡钟山，杨靖宇等. FCM 算法用于灰度图象分割的研究[J]. 电子学报，1997，**25**(5)：39～43.

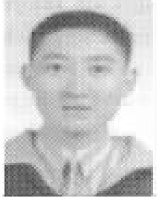
12 Tao C W. Unsupervised fuzzy clustering with multi-center clusters [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2002, **128**(3): 305～322.

13 Pal Nikhil R, Bezdek James C. On cluster validity for the fuzzy c-means model[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 1995, **3**(3): 370～379.

14 Wan Xia, Kuo C. -C Jay. A new approach to image retrieval with hierarchical color clustering[J]. IEEE Transactions on Circuits and System for Video Technology, 1998, **8**(5): 628～643.

林开颜　1975 年生，1998 年于长春光学精密机械学院机械设计与制造专业获工学学士学位，2001 年于长春光学精密机械学院机械电子工程专业获工学硕士学位，现为同济大学信息与控制系 2001 级博士研究生。研究方向为智能控制理论与技术、数字图像处理等。

徐立鸿　1960 年生，教授，博士生导师，1991 年于东南大学自动化专业获工学博士学位。主要从事预测控制、智能控制理论及农业设施环境控制等研究。



吴军辉　1974 年生，讲师，1996 年于沈阳建筑工程学院机械制造工艺与设备专业获工学学士学位，1999 年于东南大学微机控制与自动化专业获工学硕士学位，2003 年于同济大学获控制理论与控制工程博士学位。研究方向为智能控制系统及实时嵌入式系统等。