

基于多结构元顺序形态变换的灰度图像边缘检测

迟健男¹⁾ 方 帅²⁾ 徐心和³⁾ 薛定宇³⁾

¹⁾(东北大学教育部暨辽宁省流程工业综合自动化重点实验室,沈阳 110004)

²⁾(合肥工业大学计算机与信息学院,合肥 230009) ³⁾(东北大学人工智能与机器人研究所,沈阳 110004)

摘要 在简要介绍顺序形态变换的基本概念及相关性质和对顺序形态变换进行边缘检测的原理进行阐述,以及对结构元素和百分位对边缘检测的影响进行讨论的基础上,根据图像形态学多刻度形态滤波的思想,从抑制噪声的角度对基本边缘检测算子进行了推广和扩展,首先构造了 3 种边缘检测算子,并从理论上分析了算子的特性;然后将多结构元与图像边缘进行匹配,提出了 3 种广义顺序形态边缘检测算子并给出了一般表达形式;最后着重探讨了多结构元素及二重混合顺序形态变换百分位值 p, q 的选取原则。实验结果表明,该边缘检测算子在抑制噪声对图像边缘的影响和保持图像细节方面,优于传统的边缘检测算子和普通的形态边缘检测器。

关键词 顺序形态滤波 结构元素 边缘检测 噪声抑制

中图法分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2006)01-0041-06

Gray-scale Image Edge Detection Based on Multi-structuring Elements Order Morphology Transformation

CHI Jian-nan¹⁾, FANG Shuai²⁾, XU Xin-he³⁾, XUE Ding-yu³⁾

¹⁾(Key Laboratory of Process Industry Automation, Ministry of Education, Shenyang 110004)

²⁾(School of Computer & Information, Hefei University of Technology, Hefei 230009)

³⁾(Institute of Artificial Intelligence and Robotics, Northeastern University, Shenyang 110004)

Abstract Basic conception and correlative properties of multiple order morphology transformation on grayscale image were introduced. The principle of edge detection using order morphological filtering was illustrated. The effect of structuring elements and percentile on edge detection was discussed. Based on the idea of multi-scale morphological filtering, three order morphological operations of edge detection were constructed by extending the basic morphological operations of edge detection to restrain noise. The specialities of the operations which were monotony about percentile (p, q) in the area of image edge were analysed in theory. Based on above, three general order morphological edge operations were constructed and their formats were given, in which multi-structuring elements were selected to match image edge according to geometrical feature of image and to remove noise in different directions in the meanwhile. The rules of how to select structuring elements and percentile (p, q) of duplicate mixed order morphology transformation were studied. The experiments showed that the operations we presented were more effective than other classical and ordinary morphological operations of edge detection on noise restraining and retaining the image details.

Keywords order morphology filter, structuring elements, edge detection, noise restraining

1 引言

如今边缘检测已广泛应用于图像分割、特征提

取、图像匹配等方面,也是计算机视觉、模式识别领域的重要研究课题。边缘检测的方法主要有空域检测和变换域检测两类。众所周知,经典的边缘检测方法是基于空间运算的^[1,2],其包括对应于一阶微

基金项目:国家高技术研究发展计划“863”项目(2001AA22270)

收稿日期:2004-07-05;改回日期:2005-03-28

第一作者简介:迟健男(1967~),男。高级工程师,1990 年获天津大学学士学位,现为东北大学人工智能与机器人研究所博士研究生。研究方向为数据融合、图像分析与处理、移动机器人定位技术等。E-mail:sy_juehi@126.com

分的梯度法和二阶微分法,主要有 Robert、Sobel、Prewitt、Laplacian、Canny 和 LOG 等算子,这些算子虽各有针对性和特点,但由于其普遍对噪声比较敏感,且涉及方向性,因此很难检测出复杂边缘。用基于小波变换的边缘检测方法^[3]提取边缘时,可以有效地抑制噪声,但为了辨识噪声,则要进行多级小波分解,计算量较大。目前出现的一些新型的边缘检测器,它们在考虑实用特点的同时,则更加注重算子的综合性能。一个理想的边缘检测算子应具备以下特点:(1)定位精度高,不发生边缘漂移;(2)对不同尺度的边缘都有良好的响应,并能充分表现图像边缘的细节特征;(3)对噪声不敏感,不致因噪声而造成虚假检测;(4)检测灵敏度受边缘方向影响小^[4],但这些要求对一个特定的边缘检测算子常常相互矛盾,不易兼顾,而图像形态学的多刻度形态滤波思想则为这一问题的解决提供了有效的途径。人们可以结合实际应用背景和期望,通过适当选择以下参数来获得最佳的图像处理效果:①结构元素 B 的形状和尺寸;②百分位 p (顺序滤波的阶数 d)的取值大小;③百分位形态变换的复合方式^[5]。本文基于复合顺序形态变换的多刻度滤波思想,提出了一种新的边缘检测方法,其所构造的 3 种边缘检测算子不仅具有较强的抑制图像噪声能力,而且对不同方向的边缘有良好的反应,即能够充分表现图像边缘的细节。本文给出了算子的一般表达形式,并对形态学结构元素和复合顺序形态变换百分位值的选取规则作了探讨。

2 灰度图像的复合顺序形态变换

顺序形态学是在传统形态学的基础上,将顺序统计法注入数学形态学而产生一般形态学。顺序滤波概括了 Minkowski 结构和差运算。顺序形态学在图像平滑中既能抑制噪声,又保留图像边缘信息,为图像的滤波、检测、增强提供了有力的工具^[5]。

2.1 定义

定义 1 设 $f(x)$ 为定义在 2 维离散空间上的数字图像: $\mathbf{Z}^{(2)} \rightarrow \mathbf{Z}; 0 \leq f(x) \leq M$; 结构元素 $B = \{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ 为 $\mathbf{Z}^{(2)}$ 上的有限子集, $0 < \mu(B) = k < +\infty$ (μ 为测度, $\mu(\cdot)$ 为点计数), $f(x)$ 在 B 上的 k 个值依次从小到大的排列顺序为: $f(\hat{x}_1) \leq f(\hat{x}_2) \leq \dots \leq f(\hat{x}_k)$, 则 $f(x)$ 在 B 上的 d 阶顺序量定义为 $\text{ord}\{d; f|B\} = f(\hat{x}_d), d = 1, \dots, k$ 。

定义 2 数字图像 $f(x)$ 关于结构元素 B 的顺序形态变换 $f \oplus B$ 定义为图像 $f(x)$ 在 $\check{B}_x = \{x - b; b \in B\}$ 上的 $(k-1)p+1$ 阶顺序量, 即 $(f \oplus B) = \text{ord}\{(k-1)p+1; f|\check{B}_x\}, p = 0, 1/(k-1), \dots, 1$ 。令 $d = (k-1)p+1$, 那么对应于百分位 $p = 0, 1/(k-1), \dots, 1, d = 1, 2, \dots, k$ (d 称为顺序形态变换的阶数)。

特别地,当 $p = 0, 1$ 时, $\forall x \in \mathbf{Z}^{(2)}, (f \oplus B)(x) = \sup\{f(u); u \in \check{B}_x\} = f \oplus B$; $(f \ominus B)(x) = \inf\{f(u); u \in \check{B}_x\} = f \ominus B$ 。显然,数字图像的顺序形态变换包含了 Minkowski 和差运算和二值图像顺序形态变换。

定义 3 $f(p, q)B = (f \oplus \check{B}) \ominus B, (p, q = 0, 1/(k-1), \dots, 1)$ 称为 f 关于结构元素 B 的二重对称混合顺序形态变换。显然, $f(0, 1)B = f \oplus B, f(1, 0)B = f \ominus B$ 。当选择对称型的结构元素时, $\check{B} = B$ 。

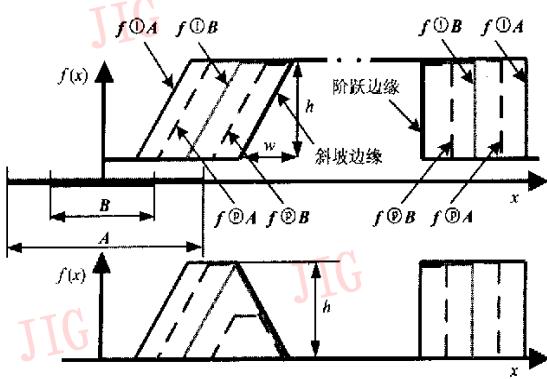
2.2 数字图像顺序形态变换的性质

数字图像的顺序形态变换的性质主要有:单调性,与模糊“与”、“或”的关系特性,平移、伸缩、对称特性,对偶性, λ 截集特性等。

3 基于多结构元顺序形态变换的图像边缘检测

3.1 基本边缘检测算子

众所周知,图像的灰度函数曲线是由边缘和纹理特征组成,在灰度较平坦纹理区域,由于落在“结构窗”内的各点灰度值接近,因此经形态变换后,其输入输出差别不大;而在图像灰度跳变区,形态运算的输入输出却有较大差异,若对输出图像与输入图像做差分运算,则可保留图像的边缘信息。因此应用顺序形态变换做边缘检测,可以通过控制结构元素的尺度及百分位值来改变输出边缘的效果。下面以边缘检测算子 $\partial f = f \oplus B - f$ 为例来解释其几何意义。当应用形态学算子 $\partial f = f \oplus B - f$ 检测边缘时,对于阶跃边缘,算子输出为边缘两侧像素的灰度差;而对斜坡边缘,算子检测到的边缘则随着 $|p - 1/2|$ 的取值变化。如图 1 所示, A, B 为结构元素,结构元素的尺度为 M ,且 $M_A > M_B$ 。设边缘的宽度为 w ,高度为 h ,如果 $M < 2w$,则边缘检测算子就输出高度小于 h 的梯形,其中 $p = 1$ 时,梯形的高度为 $Mh/2w$;如果 $M = 2w$,而 $p = 1$ 时,则边缘检测算子就输出高度为 h 的三角形;当 $1/2 < p < 1$ 时,则边缘检测算子就输出高度小于 h 的梯形;如果 $M > 2w$,而 $p = 1$ 时,

图1 顺序形态变换 $f \otimes B - f(p > 1/2)$

用于边缘检测示意图

Fig. 1 Edge detection using order morphology transformation

则边缘检测算子就输出高度为 h 的梯形;当 $1/2 < p < 1$ 时,则边缘检测算子输出:高度小于 h 的梯形→高度为 h 的三角形→高度为 h 的梯形。由此可见,改变结构元素的尺度或百分位 p 不但可以控制边缘检测的效果,而且随着结构元素尺度的增大,检测的边缘向着变宽变亮的方向演变。基于以上分析和根据顺序形态变换的概念和性质,本文定义的两类基本边缘检测算子如下:

$$\begin{aligned} \partial f &= f \otimes B - f(p, q)B \\ &= f(x, y) \otimes B - f(x, y) \otimes B \oplus B \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \partial f &= f(q, p)B - f \otimes B \\ &= f(x, y) \otimes B \oplus B - f(x, y) \otimes B \end{aligned} \quad (2)$$

式(1)中 $p, q = 0, 1/(k-1), \dots, 1$, 且 $q < 1/2$ 。式(2)中 $p, q = 0, 1/(k-1), \dots, 1$, 且 $p > 1/2$ 。特别地,对于式(1),若 $p = 1/2, q = 0$;对于式(2),若 $p = 1, q = 1/2$,则其即为中值滤波边缘检测器,它可以起到较好的滤噪和保持边界作用。

3.2 广义边缘检测算子

形态运算是基于信号的几何特征,利用预先定义的结构元素来对图像进行匹配,以达到提取信号抑制噪声的目的。当百分位值 $0 < p < 1/2$ 时,顺序形态滤波可以有效抑制信号中的正脉冲噪声;当 $1/2 < p < 1$ 时,顺序形态滤波可以有效抑制信号中的负脉冲噪声,而 $p = 1/2$,实际上就是中值滤波。基于以上思想,同时考虑了以下因素:对于交替序列滤波,交替次数 $k = 2$ 时,即可取得满意效果;如果将全方位结构元素分解成 4 个特定方位的结构元素与图像中的边缘匹配,则能够检测比较复杂的边缘。对式(1)、式(2)进行改进,当 $0 < p < 1/2, 1/2 < q < 1$

时,定义 $f(p, q)B$ 为广义开运算,当 $1/2 < p < 1, 0 < q < 1/2$ 时,定义 $f(p, q)B$ 为广义闭运算。据此得到的单一结构元素的形态边缘检测算子如下(设 $0 < p < 1/2, 1/2 < q < 1$):

$$\partial f = f(p, q)B \otimes B - f(p, q)B \oplus B \quad (3)$$

$$\partial f = f(q, p)B \oplus B \otimes B - f(q, p)B \oplus B \quad (4)$$

$$\partial f = f(p, q)B \oplus B - f(q, p)B \otimes B \quad (5)$$

3 个边缘检测算子相对于百分位值 (p, q) 具有单调性,下面以式(3)算子为例进行如下分析。设 $0 < p_1 < p_2 < 1/2, F(p, q) = f \otimes B \oplus B \otimes B$, 则在图像边缘处由于 $F(p, q)$ 的值近似等于 $F(p, q) \otimes B$, 所以 $\partial f_1(p = p_1)$ 的值近似等于 $F(p_1, q) \otimes B - F(p_1, q) \otimes B = \text{ord}\{(k-1)(1/2)+1, F(p_1, q) | \overline{B}_x\} - \text{ord}\{(k-1)p_1+1, F(p_1, q) | \overline{B}_x\}$ 。同理, $\partial f_2(p = p_2)$ 值近似等于 $\text{ord}\{(k-1)(1/2)+1, F(p_2, q) | \overline{B}_x\} - \text{ord}\{(k-1)p_2+1, F(p_2, q) | \overline{B}_x\}$ 。由于对图像做形态学运算,不仅能够使图像边缘偏移,而且不改变边缘的斜率,因此图像 $F(p_1, q)$ 和 $F(p_2, q)$ 边缘上的点,由于 $1/2 - p_1 > 1/2 - p_2$, 所以图像边缘值 ∂f_1 大于或等于 ∂f_2 。又根据点集的顺序形态变换定义及 λ 截集特性^[2], $(\partial f)_\lambda = f_\lambda \otimes B \oplus B \otimes B - f_\lambda \otimes B \oplus B \otimes B \oplus B$, 设 $F(p, q)_\lambda = f_\lambda \otimes B \oplus B \otimes B$, 则在图像的边缘处, 点集 $\{x : \mu(F(p_1, q)_\lambda \cap \overline{B}_x) \geq k - (k-1) \times (1/2)\} - \{x : \mu(F(p_1, q)_\lambda \cap \overline{B}_x) \geq k - (k-1)p_1\}$ “宽于”点集 $\{x : \mu(F(p_2, q)_\lambda \cap \overline{B}_x) \geq k - (k-1) \times (1/2)\} - \{x : \mu(F(p_2, q)_\lambda \cap \overline{B}_x) \geq k - (k-1)p_2\}$, 即图像边缘处 $(\partial f_1)_\lambda$ “宽于” $(\partial f_2)_\lambda$ (以上下角 λ 为阈值)。综上所述,随着 p 值的减小,边缘检测算子(式(3))的输出增大,即检测到的边缘变宽、变亮。同理,对于边缘检测算子(式(4))随着 q 值的增大,而对于边缘检测算子(式(5))则随着 p 值的减小或 q 值的增大,检测的边缘变宽、变亮。

采取以上边缘检测算子,在对受噪声污染的图像边缘进行检测中可以取得较好的效果,但形态运算作用于图像处理,不仅取决于形态变换的形式,而且取决于结构元素的选择。当采用多结构元素进行形态运算时,则由于可以在滤除噪声的同时,对各方向边缘均有反应,从而能提取出理想的图像边缘。本文对以上边缘检测算子进行了推广和扩展,给出了一类多结构元的抗噪边缘检测算子:

(1) 抗噪型广义外边缘

$$\begin{aligned}\partial f &= f(p, q) \mathbf{B}_1 \odot \mathbf{B}_3 - f(p, q) \mathbf{B}_1 \odot \mathbf{B}_3 \odot \mathbf{B}_3 \\ &= f(x, y) \odot \mathbf{B}_1 \odot \mathbf{B}_2 \odot \mathbf{B}_3 - \\ &\quad f(x, y) \odot \mathbf{B}_1 \odot \mathbf{B}_2 \odot \mathbf{B}_3 \odot \mathbf{B}_3\end{aligned}\quad (6)$$

(2) 抗噪型广义内边缘

$$\begin{aligned}\partial f &= f(q, p) \mathbf{B}_1 \odot \mathbf{B}_3 \odot \mathbf{B}_3 - f(q, p) \mathbf{B}_1 \odot \mathbf{B}_3 \\ &= f(x, y) \odot \mathbf{B}_1 \odot \mathbf{B}_2 \odot \mathbf{B}_3 \odot \mathbf{B}_3 - \\ &\quad f(x, y) \odot \mathbf{B}_1 \odot \mathbf{B}_2 \odot \mathbf{B}_3\end{aligned}\quad (7)$$

(3) 抗噪型广义欧氏边缘

$$\begin{aligned}\partial f &= f(p, q) \mathbf{B}_1 \odot \mathbf{B}_3 - f(q, p) \mathbf{B}_1 \odot \mathbf{B}_3 \\ &= f(x, y) \odot \mathbf{B}_1 \odot \mathbf{B}_2 \odot \mathbf{B}_3 - \\ &\quad f(x, y) \odot \mathbf{B}_1 \odot \mathbf{B}_2 \odot \mathbf{B}_3\end{aligned}\quad (8)$$

对于上面的 3 个算子, 当 $\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_2 = \mathbf{B}_3 = \mathbf{B}$ 时, 则退化为单一结构元素的边缘检测算子; 当 $\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_2 = \mathbf{B}_3 = \mathbf{B}, p, q = 0, 1/2, 1$ 时, 则可以简化为中值滤波边缘检测器。实践表明, 对不同方向和大小的噪声以及不同方向和密度的边缘, 有针对性的选取不同的结构元素, 比采用单一结构元素, 可以提高算子的运算速度。通过以上 3 个边缘检测算子, 就可以分别提取图像外边缘、内边缘和骑跨在实际欧氏边界上的边缘, 其百分位值 p, q 的选取, 一般以 1/2 为中心对称选取。当选择具有多方向性的结构元素时, 由于结构元内各方向元素之间的相互影响, $|p - q|$ 的取值应大于一定的门限, 否则, 对阶跃边缘, 与百分位值 p, q 对应的 d_p, d_q 阶顺序量将都分布于边缘的一侧, 从而造成漏检; 而对斜坡边缘, 则算子的输出将小于边缘梯度, 这将造成边缘模糊或丢失。设 $k = \mu(\mathbf{B})$ 为结构元素的点计数, 对于常用的 $N \times N$ 的方型结构元素(包括方阵、十字阵、对角阵等), 与百分位值 p, q 对应的顺序量阶数 d_p, d_q 应满足: $|d_p - d_q| = |p - q| \times (k - 1) > N$, 否则, 将会造成边缘漏检。另外, 随着 $|p - q|$ 值增大, 检测到的边缘向着变宽、变亮的方向演变。

3.3 结构元素的选择

在顺序形态变换中, 可选择平面结构元素, 其模板尺寸为奇数。由于形态操作的时间与结构元素的尺寸成正比, 因此可通过分解结构元素来减少计算时间。如果只采用一种结构元, 那么其输出图像中只包含一种几何信息, 这将致使图像的大部分细节特征,(如边缘、轮廓等)都呈现为线段; 而采用不同取向的结构元, 则可在多结构元下实现图像几何特征的保持。在图像的边缘检测中, 常采用对称的结构元素, 以保持以对称轴为边界的信息, 如十字阵、

对角阵、方型阵、菱型阵等, 同时根据图像中边缘的走向, 有针对性地选取结构元, 同时兼顾去除噪声的影响, 边缘复杂的图像应考虑用多方位或全方位的结构元来提高边缘方向敏感性。

4 实验结果与分析

为检验本文算法的效果, 采用尺度为 256×256 的 Lena 灰度图像, 并加入随机密度为 10% 的椒盐噪声进行了边缘检测实验, 多结构元抗噪边缘检测采用的结构元素分别为方型九点阵、方型十字阵、方型对角阵: $\mathbf{B}_1 = [1, 1, 1; 1, 1, 1; 1, 1, 1], \mathbf{B}_2 = [0, 0, 1, 0, 0; 0, 1, 1, 1, 1; 0, 0, 0, 1, 0, 0; 0, 0, 1, 0, 0], \mathbf{B}_3 = [1, 0, 0, 0, 1; 0, 1, 0, 1, 0; 0, 0, 1, 0, 0; 0, 1, 0, 1, 0; 1, 0, 0, 0, 1]$, 这样选取 $\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \mathbf{B}_3$ 的目的是为了能准确检测不同走向的边缘, 而选择的百分位值为 $p = 1/8, q = 7/8$ 。应用式(6)~式(8)进行边缘检测的结果如图 2(b)~图 2(d) 所示, 由这些图可见, 图像边缘清晰、细节清楚, 其不仅对各方向的边缘都有较好的响应, 而且其在抑制噪声对边缘的影响(噪声几乎被全部滤除)和保持图像细节上(头发、帽顶等细节)均优于经典的边缘检测器、普通形态边缘检测器、中值滤波边缘检测器和单一结构元素边缘检测器的检测结果(图 3(e)、图 3(f)、图 3(g)、图 3(h)、图 3(c)、图 3(d))。由图 2(b) 与图 3(c) 比较可见, 图 2(b) 边缘要模糊一些, 且边缘的垂直和水平取向明显(头发、右下角背景等处)。由图 2(c) 与图 3(d) 比较可见, 由于水平边缘的表现较差(头发、帽箍边缘线等), 因此, 采用多结构元来表现图像边缘细节更真实、丰富。图 3(b) 为采用式(6), 并采用 3×3 方型阵 ($\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \mathbf{B}_3$ 改为方型九点阵、十字五点阵和对角五点阵), 且 $p = 0, q = 1$ 得到的检测结果, 由该图可见, 边缘更加细腻(头发的边缘表现得特别清晰), 但由于未滤除掉较大的噪声, 因此多结构元的选取要根据实际需要综合考虑。图 3(a) 为采用式(6), 且 $p = 0, q = 1$ 得到的检测结果, 其边缘比图 2(b) 宽, 且亮度高, 说明 $|p - q|$ 取值大, 则边缘宽、亮度大; $|p - q|$ 取值小, 则边缘窄而暗。定义信噪比^[2] $SNR = 10 \times \log \left(10 + \frac{|\mathbf{I}_0^2|}{|\mathbf{I}_0 - \mathbf{I}_N|^2} \right)$, \mathbf{I}_0 和 \mathbf{I}_N 分别为原图和加噪图的边缘图像。

图 4 给出了各种边缘检测算子提取的边缘图像的信噪比较, 本文提出的边缘检测方法不仅具有

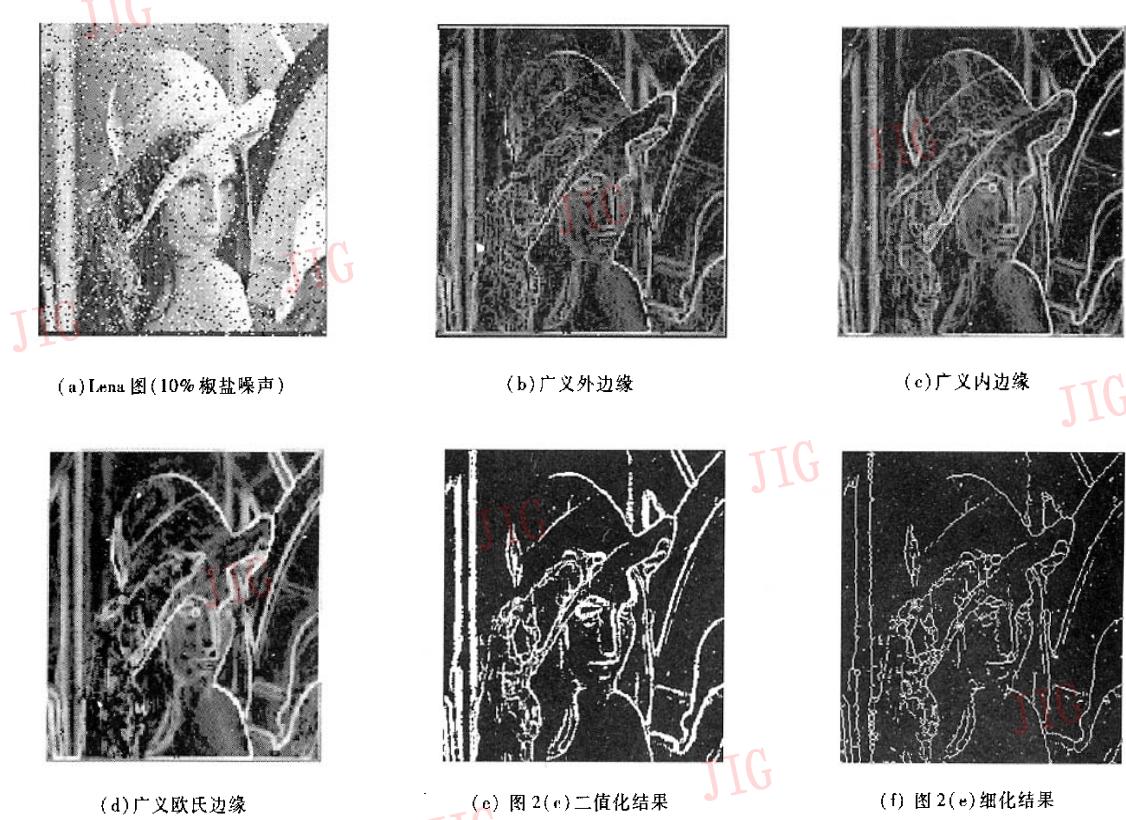
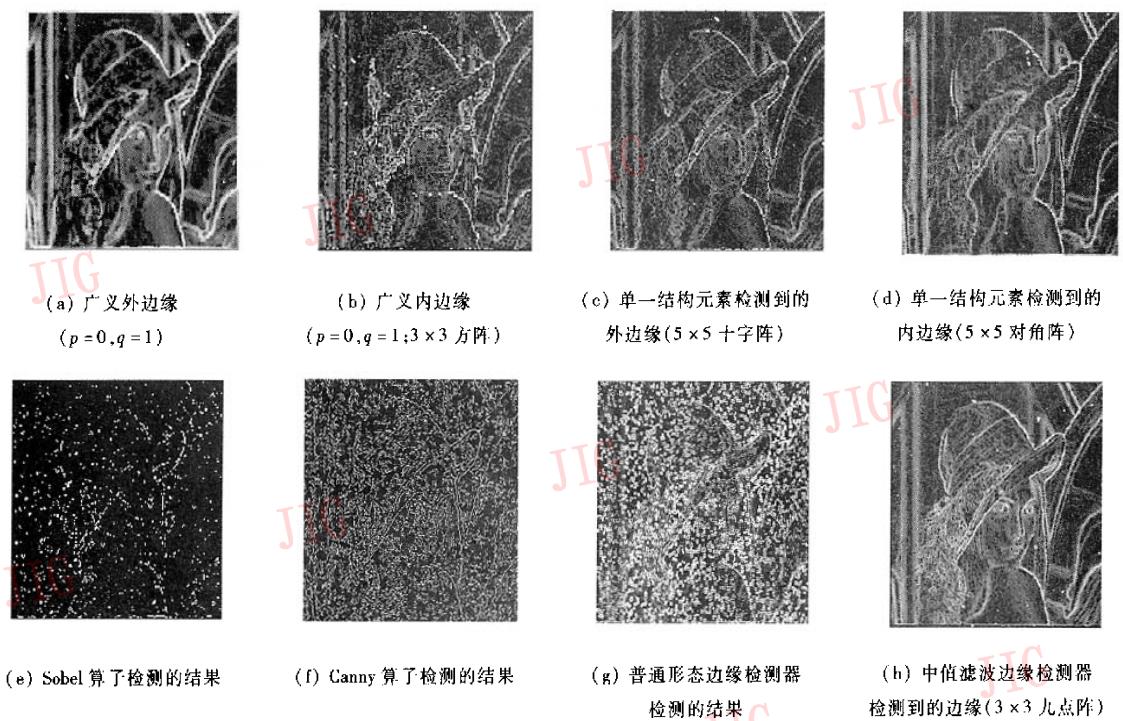


图 2 广义抗噪灰度边缘图像

Fig. 2 Generalized grayscale edge images with noise restraining

图 3 不同边缘检测方法检测结果比较
Fig. 3 Comparison of different methods of edge detection

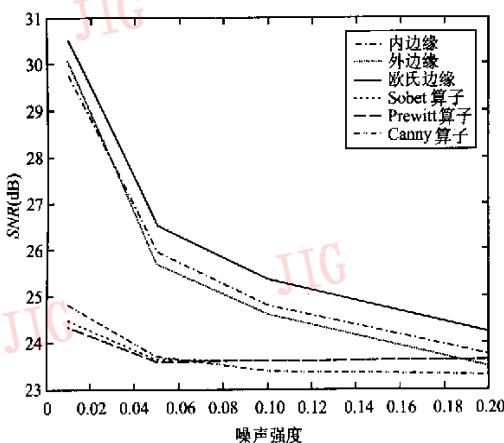


图 4 不同检测方法提取的边缘图像的信噪比比较

Fig. 4 Comparision of SNR by using different methods

较强的噪声抑制能力,而且式(8)的滤噪效果最好。为了突出边缘检测效果,对上述方法检测出来的灰度边缘图像还可以进行二值化,本文采用像素灰度的加权平均值作为阈值来进行分割^[2],其计算公式如下: $T = \sum_i (N_i V_i) / \sum_i N_i$, 其中 T 为阈值; N_i 是灰度值为 V_i 且存在灰度梯度的像素个数,其二值化结果如图 2(e)所示。利用形态学边缘检测,有时边缘不是单像素,还要进行细化处理,细化运算原则是保持欧拉数不变^[2]。对多像素边缘进行反复细化,就得到位于多像素边缘中间的单像素边缘(图 2(f))。从以上实验结果和分析可以看出,本文所提出的边缘检测方法是一个综合性能优异的边缘检测算子。

5 结 论

本文基于复合顺序形态变换,提出了一种新的灰度图像边缘检测方法,并给出了边缘检测算子的表达式,由于本文方法是通过顺序形态变换的百分位值来控制边缘检测的效果,同时选择不同方位的结构元素来匹配边缘方向的多样性,并采用复合顺

序形态变换来滤除噪声,从而达到了最佳的抑制噪声和提取边缘的目的,其是对普通形态边缘检测器的拓广和一般化。另外,本文还从理论和方法上对结构元素和百分位值的选取规则作了探讨,并通过实验证明了本文算法的优良性能和所作的理论探讨。结构元素和百分位值的选取可根据实际需要而定,目前尚无统一的固定规则,有些学者在自适应确定百分位值和结构元素方面作了有益的尝试^[6,7],作者将在这方面作进一步研究。

参 考 文 献 (References)

- Pal N R, Pal S K. A Review on image segmentation technique[J]. Pattern Recognition, 1993, 26(9):1277 ~ 1294.
- FAN Li-nan. Pattern recognition research based on edge detection with multi-structuring elements morphology and moment invariant feature[D]. Shenyang: Northeast University, 2004. [范立南. 基于多结构元形态边缘检测与不变矩特征模式识别[D]. 沈阳:东北大学,2004.]
- Chang G, Yu B, Vetterlim. Spatially adaptive wavelet thresholding with context modeling for image denoising[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 23(9):1522 ~ 1531.
- XU Tao, LUO Ming. A Novel Edge Detector Using Multi-Structuring Element Based on Coordinate Logic[J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 2002, 9(7): 252 ~ 255. [徐涛,黎明. 一种新颖的基于坐标逻辑的多结构元图像边缘检测方法[J]. 数据采集与处理,2002,9(7):252 ~ 255.]
- WU Ming-jing. Image morphology [M]. Beijing: Scientific and Technical Document Publishing House, 1990:214 ~ 229. [吴敏金. 图像形态学[M]. 北京:科技文献出版社,1990:214 ~ 229.]
- ZHAO Chun-hui, HUI Jun-ying, WANG Wei, et al. A class of adaptive ranked-order morphological filters[J]. Journal of Image and Graphics, 2000, 5(8):674 ~ 677. [赵春晖,惠俊英,王伟等. 一类自适应顺序形态滤波器[J]. 中国图象图形学报(A),2000, 5(8): 674 ~ 677.]
- YU Nong, WU Chang-yong, LI Fan-ming, et al. Morphological Neural Network and Simulated Annealing for Automatic Target Detection[J]. Science in China (Series E), 2003, 33(6): 505 ~ 521. [余农,吴常泳,李范鸣等. 自动目标检测的形态学神经网络与模拟退火学习算法[J]. 中国科学(E辑),2003,33(6):505 ~ 521.]