

遗传算法编码方案比较 *

张超群^{1,2}, 郑建国¹, 钱 洁¹

(1. 东华大学 旭日工商管理学院, 上海 200051; 2. 广西民族大学 数学与计算机科学学院, 南宁 530006)

摘 要: 对具体问题设计合理的编码方案是遗传算法的应用难点之一, 目前尚无统一的解决方法。在分析和比较二进制编码、实数编码、矩阵编码、树型编码和量子比特编码的基础上, 总结出这些常用的遗传算法编码方案的原理、优缺点、适用范围和应用趋势等规律, 并进一步探讨了遗传算法编码方案未来的研究方向。

关键词: 遗传算法; 编码方案; 二进制编码; 实数编码; 矩阵编码; 树型编码; 量子比特编码

中图分类号: TP301

文献标志码: A

文章编号: 1001-3695(2011)03-0819-04

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2011.03.005

Comparison of coding schemes for genetic algorithms

ZHANG Chao-qun^{1,2}, ZHENG Jian-guo¹, QIAN Jie¹

(1. Glorious Sun School of Business & Management, Donghua University, Shanghai 200051, China; 2. College of Mathematics & Computer Science, Guangxi University for Nationalities, Nanning 530006, China)

Abstract: Designing a rational coding scheme for a concrete problem is one of application difficulties of genetic algorithms, but up to now there is no uniform solution to it. This paper focused on analyzing and comparing several popular coding schemes for genetic algorithms such as binary coding, real coding, matrix coding, tree coding and quantum coding, then summarized their principles, advantages and disadvantages, application scopes and application trends. Furthermore, pointed out some future research directions for coding schemes.

Key words: genetic algorithm; coding scheme; binary coding; real coding; matrix coding; tree coding; quantum coding

遗传算法 (genetic algorithm, GA) 是 20 世纪 70 年代初由美国 Michigan 大学 Holland 教授提出的一种借鉴生物体自然选择和遗传机制的随机搜索算法。该算法计算过程简单, 对搜索空间具有广泛的适应性, 对函数本身没有可微性要求, 且求解效率较高, 尤其适用于处理传统搜索方法难以解决的复杂和非线性问题, 是 21 世纪有关智能计算的关键技术之一。目前, 已在世界范围内掀起了关于 GA 的研究与应用热潮, 将 GA 成功地应用于不同领域的文献不胜枚举^[1]。

GA 求解问题不是直接作用在问题的解空间上, 而是利用解的某种编码表示。编码是指在 GA 中如何描述问题的可行解, 即把一个问题的可行解从其解空间转换到 GA 所能处理的搜索空间的转换方法。与传统优化算法不同, GA 以变量的某种形式编码为运算对象, 这有利于在优化计算过程中借鉴生物学的染色体和基因的概念。特别是对于很难有或无数值概念而只有代码概念的优化问题, 编码处理更能显示其独特的优越性。编码方案很大程度上决定了如何进行群体的遗传运算及其运算效率。一个好的编码方案, 可以使遗传运算简单地实现和执行; 否则, 可能使运算难以实现。因此, 编码是应用 GA 时要解决的首要问题, 也是设计 GA 的一个关键步骤, 选择或设计一种合适的编码方案对算法的性能和效率意义重大。

随着 GA 研究和应用的日益深入, 越来越多的学者关注编码问题, 设计了不同的编码方案来表示不同问题的可行解。由不同的编码方案 and 不同的遗传算子构成各种不同的 GA, 这些

GA 都是通过对生物遗传和进化过程中选择、杂交和变异机理的模仿来完成对问题最优解的自适应搜索过程。但是, 对具体问题设计合理的编码方案是 GA 的应用难点之一, 迄今为止没有最好的方法来解决编码问题^[2], 也没有一套既严密又完整的指导理论及评价准则^[3]。因此, 本文着重分析和比较几种常用的 GA 编码方案, 总结出隐藏在其中的一些编码规律, 如这些编码方案的原理、优缺点、适用范围以及应用趋势等, 并进一步探讨了 GA 编码方案未来的研究方向。

1 常用的遗传算法编码方案

已有的 GA 编码方案有二进制编码、Delta 编码^[4]、格雷码编码^[5]、实数编码、自然数编码^[6]、符号编码^[1]、动态变量编码^[5]、链表编码^[7]、矩阵编码、树型编码、量子比特编码等方案。其中, Delta 编码是将各变量的二进制码串联在一起形成码链; 格雷码编码是二进制编码的一种变形, 连续的两个整数所对应的格雷码只有一个码位不同, 其余码位都相同; 自然数编码是将个体的每个基因值用某一范围内的一个自然数来表示; 符号编码是将个体的每个基因值取自一个只有代码含义的符号集; 动态变量编码动态改变变量的定义域; 链表编码采用链表来表示每个个体。从已有的文献^[1-30]来看, 应用较多的 GA 编码方案有二进制编码、实数编码、矩阵编码、树型编码和量子比特编码方案, 下面将对它们作详细分析和比较。

收稿日期: 2010-09-12; 修回日期: 2010-10-21 基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (70971020)

作者简介: 张超群 (1974-), 女, 广西罗城人, 副教授, 博士研究生, 主要研究方向为智能决策与知识管理 (chaozi_0771@163.com); 郑建国 (1962-), 男, 教授, 博导, 博士后, 主要研究方向为智能决策、数据挖掘、智能信息处理等; 钱洁 (1974-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为智能决策与知识管理。

1.1 二进制编码

二进制编码使用二值编码符号集 $\{0,1\}$,每个个体是一个二进制符号串。Holland 的 GA 是二进制编码 GA。根据模式理论,采用二进制编码算法处理的模式最多,几乎任何问题都可以用二进制编码来表达。因此,二进制编码应用是最早和最广泛的,它是 GA 中最常用的一种编码方案^[8]。

显然,二进制编码方案的主要优点有:a)编码、解码操作简单易行;b)选择、交叉和变异等遗传操作便于实现;c)符合最小符号集编码原则;d)便于利用模式定理对算法进行理论分析。

对于一些多维、高精度连续函数优化问题,二进制编码方案的主要缺点为:a)二进制编码有时不能反映所求问题固有的结构特征和特定信息或很难直接描述问题的性质,这样不利于设计针对专门问题的遗传算子;b)二进制编码 GA 的随机特性使得其局部搜索能力较差;c)相邻整数的二进制编码可能具有较大的 Hamming 距离,这种缺陷将会降低遗传算子的搜索效率和影响计算精度;d)使用二进制编码需频繁地编码和解码,这样会既增加算法的计算量,又存在转换误差,产生有限的离散点阵,导致接近极值的个体漏掉,还可能产生额外的最优点,造成算法早熟收敛或寻优速度慢,算法效率随着变量增多和计算精度提高急剧下降;e)由于解的精度受编码长度控制,采用二进制编码会带来编码过长和固定编码长度的问题。当编码较短时,可能达不到精度要求;当编码较长时,虽然能提高编码精度,但会使 GA 的搜索空间急剧扩大,计算量大,占用内存多,导致 GA 的运行性能差,甚至无法运行。

1.2 实数编码

对于实变量情况,Michalewicz^[9]提出了实数编码以克服二进制编码的缺陷。实数编码是将个体的每个基因值用某一范围内的一个实数(或浮点数)来表示,个体的编码长度等于其变量的个数。实数编码 GA 已成功地应用于许多领域,而且今后的应用趋势仍将上升^[10]。

与二进制编码方案相比,实数编码方案的主要优点有:a)实数编码直接采用解空间的形式进行编码,意义明确,易于引入特定领域的信息,而且能大大缩短串长,遗传操作无须频繁地编码和解码,改善了 GA 的计算复杂性,提高了算法效率;b)实数编码能够表达很大的域,而对于给定长度的二进制编码增大域要以牺牲精度为代价;c)采用实数编码可使 GA 更接近问题空间,而二进制编码并非总能接近问题空间,这是因为实数编码采用 Euclidean 距离,而二进制编码一般采用 Hamming 距离;d)一个实数对应于一个分量,其精度由实数小数点后面的有效位数决定,根据具体问题还可对个体部分或全部的分量进行取值约束或只由计算机字长决定实数编码的表示精度,因而可获得非常理想的求解精度;e)实数编码用原参数进行遗传操作,使寻优范围能充满整个最优解可能存在的空间,该方案便于大空间搜索,不易陷入局部极值;f)便于设计专门问题的遗传算子,便于处理复杂的变量约束条件、多维和高精度的数值优化问题与非常规约束的复杂优化问题。实数编码的主要缺点为:a)实数编码 GA 不是建立在模式定理基础之上,其交叉、变异运算只是形式,因而其全局搜索能力与二进制编码相比较差,基因操作不够灵活;b)实数编码 GA 与二进制编码 GA 一样,也存在计算量较大、收敛速度较慢、解的精度受编码长度

控制等问题。

1.3 矩阵编码

一维编码(如二进制编码、实数编码等)方案无法简单地表示各种组合情况,如组合服务、循环路径、多任务等。因此,Gottlieb 等人^[11]提出了矩阵编码 GA 以解决固定费用运输问题。矩阵编码是指采用矩阵的形式来对个体进行编码。一维向量是矩阵的特例,因此一维编码都是矩阵编码的特例。

矩阵编码方案的主要优点有:a)矩阵编码 GA 用简单、直接的方法来表示各种组合情况,扩大了解的搜索范围,通过一次运行,就可以从所有组合方案中选出满足要求的最佳方案,克服了一维编码 GA 一次只能表示一条路径、在多路径情况下需要多次编码和多次运行的局限性。因此,矩阵编码 GA 比一维编码 GA 容易获得更优解。例如,刘伟等人^[12]设计并实现了一种基于矩阵编码的最优服务选择 GA,有效地解决了复杂的多对多选择关系的表示问题,并通过一次算法搜索就可以找出满足用户服务质量要求(高效率 and 低成本)的最优服务序列。b)矩阵比一维数据结构具有更大的表示空间,使用矩阵编码的个体,其繁殖新个体的方式更灵活、更多样化。例如,Blackwell^[13]采用二维矩阵编码解决了生产路径不固定的表示问题。c)非矩阵编码 GA 受维数的限制,其交叉、变异算子的种类有限,而使用矩阵编码,可以设计更加多样化的遗传算子并使算法具有更好的搜索能力。

矩阵编码方案的主要缺点为:a)在矩阵编码方式中,能产生代表任何组合的个体,再加上 GA 固有的随机性,造成交叉或变异操作所生成的新个体可能是不符合实际或不合理的(即无效的个体);b)采用矩阵编码方式可能会导致算法的搜索空间显著增大或复杂的进化规则;c)矩阵编码 GA 比一维编码 GA 占用更多的存储空间。

矩阵编码 GA 适于解决现实中广泛存在的高维、多峰、非线性、非凸甚至没有数学模型的函数优化问题,尤其是当处理大规模复杂问题、高维数值优化问题或子目标个数较多的多目标优化问题时,算法效率能得到充分的体现。目前,矩阵编码 GA 的研究尽管取得了一些进展,但是还有很多问题有待于继续深入研究。例如,根据具体的变量编码长度找到更加节省存储空间的矩阵形式;矩阵编码 GA 的收敛性证明;基于矩阵编码的操作算子非常灵活和具有多样化,如何选择交叉和变异算子会得到较好的结果尚无任何标准等。

1.4 树型编码

许多问题的自然表示是树或图的形式,尤其是二叉树,这类问题的表示,采用树型编码比较方便^[14]。树型编码方案的每个个体对应着一棵树,每个个体的基因位对应树中一个节点,每个节点保存了其父节点和子节点的信息。

与一维编码方式相比,树型编码方案的主要优点有:a)树的任何一种数据结构可用来描述每个个体的结构,树型编码能表示概率型、顺序型、并发型、循环型等多种组合类型^[15]以及多个类型的嵌套组合,具有强大的结构表达能力,减少了算法编码空间和搜索空间,简化了编码操作。b)树型编码的个体可携带结构语义信息,优化过程中甚至无须解码,直接利用节点间的父子关系信息和辅以支路信息进行节点搜索。这种编码能够存储适应度计算的中间结果,通过适当的交叉与变异策略,大大减少了适应度的计算量,加快了算法的运行速度,提高

了解效率。例如,杨艳梅等人^[16]提出了一种基于二叉树编码的GA,通过实例分析和仿真实验验证了算法的有效性,比一维编码GA具有更高的执行效率。

树型编码方案的主要缺点为:a)由于树型编码结构的特殊性,其交叉、变异操作需要保持子树结构不变以避免生成无效的个体,树型编码GA的交叉、变异操作要比一维编码的复杂。b)树型编码GA是在树结构空间内进行编码,如果对树结构的深度不加限制,编码空间将是无限的,这会使搜索最优解变得相当困难并增加算法分析难度。因此,在实际应用中应该限定树结构的深度。葛志远等人^[14]提出了二叉树结构编码GA的一般形式,对二叉树结构进行空间深度限制后,其GA可用一个有限状态空间的Markov链来描述,并证明了二叉树结构编码GA在对选择算子进行改进后依概率收敛到最优解。

树型编码GA适用于解决能用树或图的形式来表示的组合优化问题,如Web服务选择^[17]、配电网优化规划^[18]等。树、森林与二叉树之间存在对应关系,即任何一个森林或一棵树都可以唯一地对应一棵二叉树,而任何一棵二叉树也能唯一地对应于一个森林或一棵树,它们之间可以互相进行转换。因此,对树或森林通过遗传操作得到的结果,在相应的二叉树中通过若干次相关遗传操作也可以获得对应的结果,反之亦然。从而,二叉树结构编码GA在收敛性方面的结论可以推广到树型编码GA。

1.5 量子比特编码

经典GA在处理某些问题时计算量太大,对有些问题很难找到最优解。因此,人们尝试将量子理论与GA相结合,以实现更加高效的GA。Narayanan等人^[19]提出了量子遗传算法(quantum genetic algorithm, QGA),并成功地用它来解决旅行商问题。QGA是一种基于量子比特和量子态叠加特性的GA,它用量子比特编码来表示个体。

量子比特在QGA中是最小的信息单元,它是定义在二维复向量空间中的一个单位向量。一个量子比特的状态可以表示为 $|\phi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ 。其中: $|0\rangle$ 表示自旋向下态; $|1\rangle$ 表示自旋向上态; α 和 β 是复数,且满足 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$, $|\alpha|^2$ 和 $|\beta|^2$ 分别表示量子比特为 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的概率。当 $|\alpha|^2 = 1$, $|\beta|^2 = 0$,量子比特为 $|0\rangle$;当 $|\alpha|^2 = 0$, $|\beta|^2 = 1$,量子比特为 $|1\rangle$;当 $|\alpha|^2 \neq 0$, $|\beta|^2 \neq 0$,量子比特处于两个量子态的叠加态,此时一个量子比特可同时包含“0”和“1”的信息。

在QGA中,若问题维数为 n 维,则每个量子比特个体可编码为 $\begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \cdots & \alpha_n \\ \beta_1 & \beta_2 & \cdots & \beta_n \end{bmatrix}$ 。其中,每个量子比特分别以一定的概率 $|\alpha_i|^2$ 和 $|\beta_i|^2$ ($i=1,2,\dots,n$)取到 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 。

量子比特编码方案的主要优点有:a)量子比特编码GA的基因信息包含所有可能的信息,因此量子比特编码GA所占的计算机存储量少,即使种群规模小也不影响算法性能,其通用性好,并且实现简单。b)在对量子比特计算时,一次运算相当于对所有可能的信息同时操作,这就是QGA的高度并行性,因此可大大节省运行时间。c)量子比特编码可使一个个体表达多个态的叠加,既缩小了种群规模,又增加了种群多样性;量子门促进算法快速收敛,量子非门常作为变异操作来使用;利用量子纠缠性设计的量子交叉可以在整个种群中进行信息交流,即加大搜索范围,使种群易于发现全局最优解。例如,杨淑媛

等人^[20]提出了一种QGA,它比传统GA具有更好的种群多样性、更快的收敛速度和全局寻优能力,并从理论上证明了它的全局收敛性,仿真计算也表明了该算法的优越性。

量子比特编码方案的主要缺点为:a)QGA是一种概率算法,因此合适的终止条件对算法性能有较大影响。在文献[21]中,终止条件的设立并未考虑整个种群的收敛情况及单个基因的收敛程度,这样会因终止条件选取不当而造成不必要的时间浪费;另外,促使进化的旋转门操作针对性强,而且不宜改变相应位的基因值。因此,李英华等人^[22]提出了一种可控旋转门操作及新的算法终止条件,可控旋转门操作有利于算法跳出局部最优,而新的终止条件能更好地控制所得好解与其运行时间的关系。b)在量子门更新的过程中,旋转角的大小直接影响优化结果和进化速度。旋转角一般取固定值,但其值很难精确定义,这是因为如果其幅度太小,会影响收敛速度;如果其幅度太大,会导致早熟(特别是,对于多参数复杂函数优化容易早熟收敛)。因此,国内外学者分别从变化量子门更新机制^[23]、加入量子线形或非门变异^[24]及与其他优化算法相混合^[25]等方面改进QGA,均获得较好的求解效果。c)QGA在求解多峰值函数优化问题时容易陷入局部极值、具有早熟收敛等问题。因此,贺敏伟等人^[26]通过划分多峰值函数定义域分段进行搜索,有效地提高了QGA的搜索效率和收敛速度;滕皓等人^[27]提出了一种新的算法,该算法利用混沌运动的遍历性和随机性进行全局搜索,同时利用梯度信息对QGA的量子更新环节进行优化。

QGA是近年来新兴的研究热点,被广泛应用于寻优问题^[28],特别适合于求解组合优化问题。QGA本质上是一种GA,因此,理论上传统GA所能应用的领域QGA也适用,并且效果明显优于传统进化算法。目前,由于人们对QGA的了解有限,很多领域尚未对其进行广泛应用。不过,量子理论与传统智能计算的结合已成为当前的研究热点^[29],相信量子比特编码方案的应用范围会不断扩大。

2 总结与展望

编码是应用GA时要解决的首要问题,也是设计GA的一个关键步骤,它会直接影响GA的选择、交叉和变异等遗传算子的设计,从而影响GA的收敛性、复杂度及效率。已有的GA编码方案有二值编码(其编码符号集为 $\{0,1\}$)和非二值编码两大类,其中,常用的GA编码方案有二进制编码、实数编码、矩阵编码、树型编码和量子比特编码。二进制编码应用是最早和最广泛的,几乎任何问题都可以用二进制编码来表达。由于二值编码在解决实际问题时有很大的局限性,非二值编码的应用越来越必要和广泛。实数编码主要适用于求解多维、精度要求较高的连续函数优化问题;矩阵编码尤其适用于求解大规模复杂问题、高维数值优化问题和多目标优化问题;树型编码主要适合于求解能用树或图表示的优化问题;理论上量子比特编码适用于传统GA所能应用的领域,目前被广泛应用于寻优问题。其实,所有的编码方案都各有利弊,编码方案的选取很大程度上依赖于问题的性质及遗传算子的设计,在具体应用时应综合运用各种编码方案,取长补短。

虽然GA的研究在很多领域取得了令人瞩目的成就,但是GA的难点在于对具体问题设计合理的个体编码方案及相应

的选择、交叉和变异操作,并有效计算个体的适应度,这些难点目前尚无统一的解决方法。GA 编码方案未来的研究方向应包括如下内容:

a) 由于大多数实际问题不能提供充分的先验信息,一般很难把编码空间设计到最佳状态,通常的做法主要是靠经验和探索。显然,有必要考虑将特定的信息(或知识)和编码联系起来。另外,编码方案和编码空间对算法的效率起着非常重要的作用,若编码空间越小,则编码效率越高,算法的寻优速度越快,同时越不易陷入局部极小点。因此,在运用 GA 解决优化问题时,应同时考虑编码方案和编码空间。

b) 编码应考虑个体的可行性(指个体编码作为解是否在给定问题的约束范围内)、个体的有效性和映射的唯一性问题。

c) 由二进制编码 GA 得出的一些用来解释 GA 有效性的基本定理(如模式定理)不一定适用于其他编码,因此要考虑其他编码 GA 的有效性和收敛性问题。

d) GA 是一种随机性的全局优化算法,其计算过程会受到各种随机因素的影响,如随机产生的编码、初始种群和变异操作等,尤其初始种群对计算结果影响较大^[30],遗传计算结果具有不稳定性和不可重现性。因此,有必要在 GA 的每次循环中引入检查算法,对编码方案进行预处理,清除一些不必要的信息,以保证随机产生的初始种群质量。

e) 编码方案的改进可考虑综合运用各种编码方案,附加属性或条件约束,引入分段或分层思想、并行思想、自适应思想、小生境技术等。

f) 由于各种智能优化设计的融合是新的发展趋势,考虑将其他优化算法与 GA 相结合以及将已有的 GA 编码方案有效地移植到其他智能算法中。

参考文献:

- [1] CHOI J N, OH S K, PEDRYCZY W. Identification of fuzzy relation models using hierarchical fair competition-based parallel genetic algorithms and information granulation[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2009, 33(6): 2791-2807.
- [2] 张强,王宾,张锐,等.基于动态遗传算法的 DNA 序列集合设计[J]. *计算机学报*, 2008, 31(12): 2193-2199.
- [3] 黄政,王新.网络编码中的优化问题研究[J]. *软件学报*, 2009, 20(5): 1349-1361.
- [4] WHITLEY D, MATHIAS K, FITZHORN P. Delta coding: an iterative search strategy for genetic algorithms[C]//Proc of the 4th International Conference on Genetic Algorithms. San Francisco: Morgan Kaufmann Publisher, 1991: 77-84.
- [5] MEI D, DU X, CHEN Z. Optimization of dynamic parameters for a traction-type passenger elevator using a dynamic byte coding genetic algorithm[J]. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 2009, 223(3): 595-605.
- [6] ZHANG Tao, ZHANG Yue-jie. A mixed integer programming model and improved genetic algorithm for order planning of iron-steel plants[J]. *Information and Management Sciences*, 2008, 19(3): 413-435.
- [7] 赵振,严隽薇,刘敏,等.一种基于双线性链表结构编码的遗传算法[J]. *计算机应用*, 2009, 29(2): 554-557.
- [8] WEI Dong, ZANCHETTA P, THOMAS D W P. Identification of electrical parameters in a power network using genetic algorithms and transient measurements[J]. *International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, 2010, 29(1): 235-249.
- [9] MICHALEWICZ Z, JANIKOW C Z, KRAWCZYK J B. A modified genetic algorithm for optimal control problems[J]. *Computers & Mathematics with Application*, 1992, 23(12): 83-89.
- [10] MICHALEWICZ Z. Genetic algorithms + data structures = evolution programs[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1996.
- [11] GOTTLIEB J, PAULMANN L. Genetic algorithms for the fixed charge transportation problem[C]//Proc of IEEE International Conference on Evolutionary Computation. Piscataway: IEEE Press, 1998: 330-335.
- [12] 刘伟,朱珍民,蒋发群,等.普适计算中一种最优服务选择算法的设计与仿真[J]. *计算机应用研究*, 2010, 27(3): 899-903.
- [13] BLACKWELL T M. Swarms in dynamic environments[C]//Proc of the 5th Annual Genetic and Evolutionary Computation Conference. Heidelberg: Springer, 2003: 1-12.
- [14] 葛志远,王永县,南兰,等.基于二叉树结构编码的遗传算法[J]. *清华大学学报*, 2000, 40(10): 125-128.
- [15] GAO Chun-ming, CAI Mei-ling, CHEN Huo-wang. QoS-aware service composition based on tree-coded genetic algorithm[C]//Proc of the 31st Annual International Computer Software and Application Conference. Washington DC: IEEE Computer Society, 2007: 361-367.
- [16] 杨艳梅,赵逢禹,韩文冬.基于二叉树编码遗传算法的 SOA 服务选择[J]. *计算机应用*, 2009, 29(8): 2276-2280.
- [17] 蔡美玲,高春鸣.基于树型编码遗传算法在 Web 服务选择中的应用[J]. *计算机工程与应用*, 2007, 43(31): 214-218.
- [18] 章文俊,程浩忠,王一,等.基于树型结构编码单亲遗传算法的配电网优化规划[J]. *电工技术学报*, 2009, 24(5): 154-160.
- [19] NARAYANAN A, MOORE M. Quantum-inspired genetic algorithm[C]//Proc of IEEE International Conference on Evolutionary Computation. 1996: 61-66.
- [20] 杨淑媛,刘芳,焦李成.一种基于量子染色体的遗传算法[J]. *西安电子科技大学学报*, 2004, 31(1): 76-81.
- [21] HAN K H, KIM J H. Quantum-inspired evolutionary algorithm for a class of combinatorial optimization[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2002, 6(6): 580-593.
- [22] 李英华,王宇平.有效的混合量子遗传算法[J]. *系统工程理论与实践*, 2006(11): 116-124.
- [23] HAN K H, KIM J H. Quantum inspired evolutionary algorithm with a new termination criterion, gate, and two-phase scheme[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2004, 8(2): 156-169.
- [24] 解平,李斌,庄镇泉.一种新的混合量子进化算法[J]. *计算机科学*, 2008, 35(2): 166-179.
- [25] 韩璞,刘立衡,王东风.多智能体量子多目标进化算法及其在 EELD 问题中的应用[J]. *系统仿真学报*, 2010, 22(4): 872-876.
- [26] 贺敏伟,李贵海,阮柏尧,等.改进量子遗传算法用于多峰值函数优化[J]. *计算机工程与应用*, 2008, 44(7): 41-43.
- [27] 滕皓,邵阔义,曹爱增,等.量子遗传算法的变尺度混沌优化策略研究[J]. *计算机应用研究*, 2009, 26(2): 543-548.
- [28] TALBI H, DRAA A, BATOCHE M. A new quantum-inspired genetic algorithm for solving the travelling salesman problem[C]//Proc of IEEE International Conference on Industrial Technology. Washington DC: IEEE Computer Society, 2004: 1192-1197.
- [29] 章朝勇,郑建国.用于高维函数优化的多智能体量子进化算法[J]. *自然科学进展*, 2008, 18(2): 197-205.
- [30] 岳,冯珊.遗传算法的计算性能的统计分析[J]. *计算机学报*, 2009, 32(12): 2389-2392.