

基于灰度相关性的裂缝检测算法^{*}

董安国, 梁苗苗

(长安大学理学院, 西安 710064)

摘要: 从裂缝的灰度特征入手, 提出一种基于灰度值相似度的裂缝提取方法。针对混凝土路面孔洞、污损等因素干扰, 主要分三步实现裂缝提取: a) 对所采集的路面图像进行特征分析, 建立灰度值相似度函数, 根据相似度对比提取疑似裂缝信息; b) 利用连通域度量去除虚假裂缝, 将问题转换为图论问题; c) 利用谱聚类算法提取真实裂缝。通过大量混凝土路面图片测试表明, 该方法能实现路面真实裂缝特征提取, 具有较强实用性。

关键词: 裂缝检测; 相似度; 连通分量; 可达矩阵; 谱聚类

中图分类号: TP391.41; TP301.6

文献标志码: A

文章编号: 1001-3695(2013)10-3121-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2013.10.059

Crack detection algorithm based on gray correlation

DONG An-guo, LIANG Miao-miao

(School of Science, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

Abstract: From the characteristics of the cracks gray, this paper proposed a method of extraction cracks based on gray value similarity to achieve the accurate identification of cracks from the image. For these disturbed factors of pavement holes and defacements, cracks extraction were performed by the following three steps: a) it analyzed the cracks' characteristics of the acquired pavement images, built a similarity function of the gray value and extracted suspected information of the cracks according to the similarity comparison; b) it removed the false cracks by the computed measurement of connected domain and transformed the crack detection problem into graph theory one; c) it extracted the true cracks by the spectral clustering algorithm. By testing many images of concrete pavement, the testing results show that the proposed method can extract the pavement cracks' characteristics actually and have good practicability.

Key words: crack detection; similarity; connected component; reachable matrix; spectral clustering

由于设计、施工和使用等方面的原因, 建筑物的混凝土结构难免产生裂缝, 影响其美观、使用和耐久性。当裂缝宽度达到一定数值时, 还可能危及结构安全。因此, 裂缝问题是一个人们普遍关心的问题。为了使其有害程度控制在允许的范围之内, 定期检测建筑物、正确地评价混凝土结构表面的裂缝是必不可少的, 这便涉及到建筑物结构表面的裂缝检测。

传统人工检测法测定裂缝的长度、宽度, 由于其主观性较大, 且精度和效率较低, 已经难以适应日益发展的道路养护检测需求。随着计算机图像处理技术的不断发展, 基于图像的测量方法已深入到混凝土材料裂缝的定量评价中, 并发挥着非接触、便捷、直观和精确的优势。裂缝提取算法作为核心技术, 已成为图像处理与模式识别领域的研究热点, 相关文献对路面、桥梁裂缝提取方法作了大量探索性研究, 提出了一些解决问题的思路。例如, 文献[1]利用计算机断层摄影技术对原木中的裂缝进行检测; 文献[2]提出基于直方图投影算法, 同时应用形态学方法消除分割后的噪声, 但对于对比度较低的路面影像, 该算法的检测效果可能会产生比较大的误检和漏检; 快速Haar小波变换、快速傅里叶变换、Sobel和Canny算子等边缘检测方法^[3], 认为裂缝边缘所在的像素点是梯度变化最大的地方, 所以在提取弱信息裂缝, 特别是强噪声背景下的弱信息裂缝时会很困难; 文献[4]提出了基于特征点和区域生长的目标

图像分割方法, 将具有相似性质的像素集合起来构成区域, 区域生长法固有的缺点是往往会造成过度分割; 文献[5]提出了一种将布朗运动模型与纹理分析相结合的方法用于路面裂缝检测, 算法效率不高并且对于不连续的裂缝效果不佳; 张宏等人^[6]构造了一种种子游走的智能算法, 大量的种子经随机游走落入到缝内, 从而检测出图像中的裂缝。本文基于灰度和位置定义了像素间的相关系数, 在此基础上检测出所有疑似裂缝的对象, 依据裂缝对象的连续性特征, 进一步转换为图论问题, 利用谱聚类提取并表达出图中的裂缝。

1 相似度函数及矩阵的建立

图像中裂缝对象的像素在灰度值和位置关系上均具有明显的特征。为了检测图像中的裂缝, 首先对这种特征进行定量描述。

1.1 基于灰度的相似度函数

在裂缝的数字图像中, 与周围的非裂缝像素相比, 裂缝区域的灰度值要明显低于背景灰度值, 且裂缝均具有相似灰度值。因此, 可以试图建立一个基于裂缝区域灰度值相似性分布的函数以满足: a) 目标点与目标点之间的相似度大; b) 目标点与背景点之间的相似度小; c) 背景点与背景点之间的相似度

收稿日期: 2013-01-10; **修回日期:** 2013-02-18 **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(11171043, 11201038); 中央高校基本科研业务费专项基金资助项目(CHD2011JC010, CDH2012TD015)

作者简介: 董安国(1964-), 男, 浙江象山人, 教授, 主要研究方向为数值代数、数字图像处理、复杂交通系统建模及优化; 梁苗苗(1985-), 女, 陕西宝鸡人, 硕士研究生, 主要研究方向为数字图像处理(lmm5566@163.com)。

小。为了得到满足此要求的函数,将数字图像先进行反转变换(用1减去原灰度值),使裂缝区域的灰度值高于背景灰度值(以下不再说明),再由以上条件建立相似度函数。

设图像各像素点的灰度值为 $P_i (1 \leq i \leq mn)$, m 和 n 分别为图像的高度和宽度。定义各像素点之间灰度值的相似度为

$$r_{ij} = P_i P_j e^{-c|P_i - P_j|} \quad 1 \leq i, j \leq mn$$

其中: c 为常数, r_{ij} 表示第 i 个像素点与第 j 个像素点之间灰度值的相似度。此函数满足上述函数建立要求。

1.2 相似度矩阵的建立

根据相似度函数的定义,非裂缝像素点与所有像素点的相似度都很小,裂缝像素点之间的相似度比较大,基于像素间的这种关系,设计了裂缝提取算法。

首先计算相似度矩阵 $R = (r_{ij})_{mn \times mn}$, 由于像素数量大,计算 R 的运算量很大,为此,在不影响裂缝提取的条件下,先对 R 的计算及存储问题进行优化,具体方案如下:

a) 图像的像素是二维点,便于下述的处理,将其转换为二维点,其一维序号为

$$k = i + (j - 1)m \quad (1)$$

其中: (i, j) 是该像素的二维坐标,即像素点按列依次首尾相接进行排序。

b) 设图像 $f(x, y)$ 的平均灰度为 $\bar{f}$, 即 $\bar{f} = \frac{\sum_{x=1}^m \sum_{y=1}^n f(x, y)}{mn}$, 取阈值 $\lambda = b \times \bar{f}$, b 为常数,对灰度值小于 λ 的像素点(非裂缝像素点) P_i , 直接赋 $r_{ij} = 0 (j = 1, 2, \dots, mn)$ 。

c) 对灰度值大于 λ 的像素点 P_i , 计算它与8-邻域中各点之间的相似度,它与其他像素点的相似度均赋0,由于相似度矩阵的对称性,只需计算 P_i 与其右下方四个像素的相关系数,如图1所示。由式(1)知, P_i 与 P_6, P_7, P_8 和 P_9 的像素序号相差分别为1、 $m-1$ 、 m 和 $m+1$ 。这样, R 是一个4对角矩阵,分别在次对角线、 $m-1$ 、 m 和 $m+1$ 条对角线上,如图2所示。

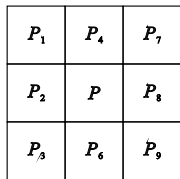


图1 相似度计算窗口

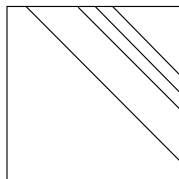


图2 矩阵非零元分布示意图

2 基于相似度的连通分量提取

根据已得到的相似度矩阵 R , 寻找图像中疑似裂缝的所有连通分量。

设 $\bar{R} = (\bar{r}_{ij})_{mn \times mn}$,

$$\bar{r}_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } r_{ij} > \mu \\ 0 & \text{if } r_{ij} \leq \mu \end{cases}$$

其中: μ 为给定的阈值。

这样, $\bar{R}$ 就是一个0-1矩阵, 对应着一个以像素点为节点的拓扑图 G , 其中, 相似度大于 μ 的像素间有边相连。这样, 找裂缝连通分量(疑似裂缝)的问题就转换为找 G 所有连通子图的问题。

G 的规模很大, 但连接关系很特殊(其连接矩阵的非零元素只处于四条对角线上), 据此, 提出了找 G 所有连通子图的算法。

对矩阵 $\bar{R}$ 扩充一列 $\bar{r}_{i, mn+1} (i = 1, 2, \dots, mn)$, 并赋该列的值均为1, 用来标记未提取点, 如图3所示。

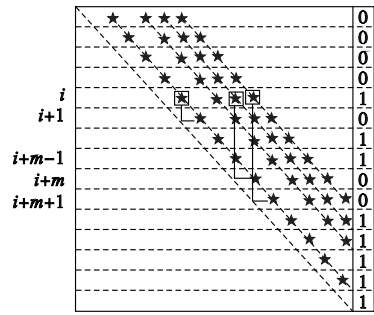


图3 连通分量提取模拟图

找出 $\bar{R}$ 最后一列的第一个非0行 i , 记向量 $T = (i+1, i+m-1, i+m, i+m+1)$, 置 $\bar{r}_{i, mn+1}$ 为0; 显然, 第 i 行与四条对角线交叉处的列标为 $T(k) (k = 1, 2, 3, 4)$ 。对所有的 k , 若 $\bar{r}_{i, T(k)} = 1$, 表明图 G 中的节点 i 与节点 $T(k)$ 相连, 再转到 $T(k)$ 行, 找出所有与节点 $T(k)$ 相连的节点, 依此类推, 找出所有与 i 直接或间接相连的节点, 这些节点就构成图 G 中的一个连通子图, 图像中对应的像素就构成一个连通分量(疑似裂缝)。

基于 R 的规模太大, 且非零元素只分布在四条对角线上, 在算法具体实施时, 可以用 $mn \times 5$ 的矩阵 A 来存储, 其中 A 的前四列分别存放四条对角线元素(每条对角线后面补0, 使其元素个数为 mn), A 的第5列存放 $\bar{R}$ 的第 $mn+1$ 列, 这样, 极大地减少了存储空间, 使本算法在高分辨率图像中进行裂缝的检测成为可能。

算法流程如下:

输入: 矩阵 $A, k = 1$ 。

输出: 所有连通分量 $l_k, k = 1, 2, \dots$ 。

for $i = 1 : m$ % 矩阵 A 中的所有行 %

if $a_{i,5} = 1$ % 判断第 i 行是否标记 %

$[l_k, A] = \text{conn}(i, A, m)$; % 找出所有与 i 直接或间接相连的节点 %

end

$k = k + 1$; % 找下一个连通分量 %

end

子程序 $[l, A] = \text{conn}(i, A, m)$, 其中 i 为行坐标, A 为 $mn \times 5$ 的相似度矩阵, m 为矩阵的高, 返回一个连通分量 l 及标记后矩阵 A 。

$T = (i+1, i+m-1, i+m, i+m+1)$; % 节点 i 的窗口内节点 %

$l = \{i\}$; % 录入第 i 个点 %

$A(i,5) = 0$; % 标记第 i 行 %

for $k = 1, 2, 3, 4$

if $A(i, k) = 1 \ \& \ T(k) \leq mn \ \& \ A(T(k), 5) = 1$

% 判断是否 $T(k)$ 为图 G 中与点 i 相连且未标记的点

$[l', A] = \text{conn}(T(k), A, m)$; % 找所有与节点 $T(k)$ 相连的节点 %

$l = \text{union}(l, l')$; % 合并所有与 i 直接或间接相连的节点 %

end

利用上述算法完成对裂缝图像中疑似裂缝连通分量的提取。混凝土路面裂缝如图4所示。将每个连通分量中的一维点转换为二维点, 并赋值为1, 使裂缝图像二值化, 处理结果如图5所示。

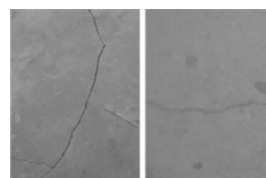


图4 混凝土路面裂缝

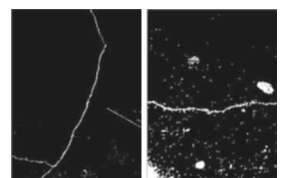


图5 相似度提取图像

如果连通分量是裂缝的一部分, 该分量往往含有较多点,

而不在裂缝上的分量则包含点较少,所以,在此可以简单利用连通分量中所含元素个数来计算其长度。给出阈值 σ , 去掉长度小于 σ 的连通分量, 以滤掉图像中细小噪声。去噪后的结果如图 6 所示。

从图 6 的处理结果中可以明显看到, 由于依赖灰度值相似度提取裂缝, 图 4(a) 中的尺子和图 4(b) 中的黑色油污以及路面孔洞, 这些与裂缝灰度值相近的噪声均很难去除。对此, 可以根据裂缝的连续性特征, 将每一个连通分量作为一个节点, 引入这些节点间的距离, 将裂缝提取问题转换为图论中团的检测。

3 基于谱聚类的裂缝提取算法

谱聚类^[8]算法在进行聚类时首先以待聚类的对象集为顶点集构造赋权图, 然后通过分析一个与图相关的矩阵的特征值和特征向量来得到聚类结果。在上述方法的裂缝检测中, 得到的裂缝往往是断开的, 图像背景也存在噪声, 但各断开裂缝之间的距离要小于噪声与裂缝之间的距离。由此, 可以根据已得到的二值化图像中的所有连通分量, 以这些连通分量为顶点, 以各连通分量间的最小距离对顶点集赋权, 利用谱聚类对裂缝进行识别提取。

3.1 计算图的可达矩阵

利用上面去噪后得到的连通分量, 根据计算各连通分量之间的距离, 定义出连通分量之间的邻接矩阵, 再根据图论知识得到可达矩阵。具体过程如下:

a) 记去噪后的连通分量为 $l = \{l_1, l_2, \dots, l_h\}$, h 表示连通分量个数, $l_i (i = 1, 2, \dots, h)$ 表示一个连通分量。计算所有连通分量之间的距离。定义各连通分量与自身的距离为 0, 再根据各连通之间距离的对称性, 定义距离矩阵如下:

$$D = \begin{bmatrix} 0 & d_{12} & d_{13} & \cdots & d_{1h} \\ d_{12} & 0 & d_{23} & \cdots & d_{2h} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{1h} & d_{2h} & d_{3h} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

其中: $d_{i,j} = \min_{x_1 \in l_i, x_2 \in l_j} d(x_1, x_2)$, $d(x_1, x_2)$ 表示平面两点 x_1, x_2 之间的欧氏距离。

b) 给出一个阈值 δ , 引入连通分量之间的邻接矩阵 $C = (c_{ij})_{h \times h}$, 其中 $c_{ij} = \begin{cases} 1 & d_{ij} < \delta \\ 0 & d_{ij} \geq \delta \end{cases}$, 即如果两个连通分量之间的距离小于 δ , 则认为 l_i 与 l_j 相连接, 否则认为不相连。

c) 一条完整的裂缝可能被一些细小的空隙分开, 也就是说, 一条裂缝可能由若干个连通分量组成, 但这些连通分量之间的距离很小, 根据矩阵 C 所对应的图 G_1 的定义, 裂缝上的对象(连通分量)之间是连通的。由文献[7]可知, 通过以下算法产生的矩阵 P 所对应的图 G_2 , 描述了 G_1 中直接或间接相连的对象均相连, 这样, 裂缝中被细小空隙断开的对象(连通分量)在图 G_2 中就构成一个团, 从而利用谱聚类就可以检测出整条裂缝。

设可达矩阵为 $P = (P_{ij})$, 则由 C 产生 P 的算法流程如下:

输入: 矩阵 $C, t = 1$ 。

输出: 可达矩阵 P 。

$C^{(1)} = C$;

$C^{(2)} = C^{(1)} C$;

$C^{(2)} = C^{(2)} > 0$;

while $C^{(t+1)} \neq C^{(t)}$

$C^{(t+1)} = C^{(t)} C$;

$C^{(t+1)} = C^{(t+1)} > 0$; % 更新 $C^{(t+1)}$ 中的非零元素为 1%

end

$P = C^{(t+1)}$;

按可达矩阵 P 所确定的连接关系, 所有认为相连的连通分量被连接起来, 使断开的裂缝形成一个整体。

相对非裂缝元素, 裂缝对象比较大, 所以包括的连通分量个数比较多, 因此, 可根据谱聚类算法进一步提取有效裂缝。

3.2 谱聚类算法

根据可达矩阵 P 所确定的连接关系, 根据谱聚类^[8]的方法就可以将图像中连接紧密的对象聚为一类, 而每一类所含顶点(连通分量)的个数可以由相应的特征值大小刻画。由于裂缝对象相对背景元素而言包含连通分量的个数比较多, 所以含顶点最多的一类即为裂缝上的所有连通分量, 故求矩阵 P 的大特征值 $\lambda_{\max}$ 其对应的特征向量 $v = (v_1, v_2, \dots, v_h)^T$, 则 v 中的非零元素所对应的序号即为所求的连通分量的序号, 这些连通分量便构成整条裂缝。

在图 6 基础上, 通过上述的算法, 最终得到的裂缝提取结果如图 7 所示。

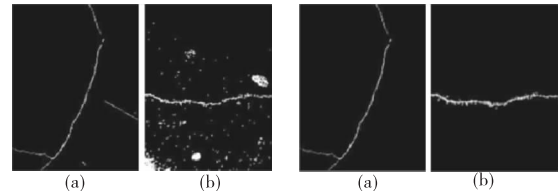


图6 去噪后图像

图7 谱聚类裂缝提取

4 本文算法和其他算法的比较

以上结果显示, 本文算法能很好地保存裂缝的特征信息, 避免强噪声干扰, 且算法速度快, 有利于数字图像裂缝的提取。而其他检测算法(如 Sobel 算子、区域生长算法)要么边缘噪声太多, 要么缺失裂缝信息, 不利于裂缝提取, 如图 8、9 所示。

从图 8 中可以看出, 图像经过 Sobel 算子处理后, 裂缝信息基本保持, 但其他边缘信息没有被抑制, 加大了裂缝进一步提取的难度。图 9 中, 区域生长算法在处理如图 9(a) 这样背景干扰小的裂缝时可以得到较好的结果, 但在处理背景复杂的裂缝时(如图 9(b)), 几乎遗失了所有裂缝信息。

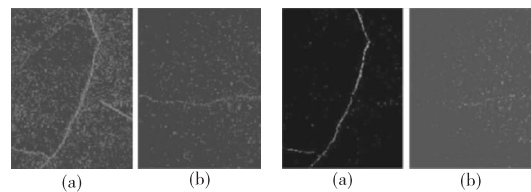


图8 Sobel算子

图9 区域生长算法

为更好地说明本实验对裂缝提取的效果, 基于本文算法下面列举了几种路面裂缝的提取过程, 如图 10 所示。图 10 中每一行的四幅图分别为裂缝原图、基于相似度提取裂缝、去除细小分量后图像、谱聚类提取裂缝。实验表明, 本文方法适用于多种情况下路面裂缝的提取, 例如图 10 中第一、二行两种裂缝图像几乎可以根据灰度值相似度直接提取有效裂缝, 特别是对第二行中图像的背景干扰能有效避免; 而本文方法对第三行图像中的白色箭头及黑色油污这些强噪声干扰均能有效排除。由此可得, 本文方法具有较强抗干扰性。(下转第 3132 页)

些问题需要改进。本文中的栅格采样是均匀采样,没有将采样频率与标量场的变化趋势有效结合,若将标量场变化陡峭的区域密集抽样,将变化缓慢的区域稀疏抽样,可能会提高曲面绘制的精准程度和速度。

参考文献:

- [1] 杨云生,张东屹,李仙茂,等. 雷达杂散发射对邻舰雷达的电磁干扰[J]. 舰船科学技术,2012,34(5):91-93.
- [2] 程振邦,李明. 运动平台雷达信号相互干扰研究[J]. 现代雷达,2006,28(12):65-68.
- [3] KIM J, HESPANHA J P. Cooperative radar jamming for groups of unmanned air vehicles[C]//Proc of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control. 2004.
- [4] 王军,赵晓哲,张琪涵,等. 基于免疫多智能体的舰艇编队协同防空体系模型[J]. 系统仿真学报,2012,24(2):1-6.
- [5] 姜弢,周旺,李迎松. 舰船电子抗电磁损伤效应评估模型研究[J]. 计算机应用研究,2011,28(6):2137-2139.
- [6] 邱航,陈雷霆,蔡洪斌. 复杂环境影响下雷达探测范围三维可视化[J]. 电子科技大学学报,2010,39(5):731-736.
- [7] 陈鹏,魏迎梅,吴玲达. 硬件加速的雷达作用范围三维可视化研究与实现[J]. 计算机工程与科学,2008,30(4):33-36.
- [8] SCHUSSMAN G L. Visualizing electromagnetic field and particle simulations in accelerators with ParaView [C]//Proc of Workshop on Ultrascale Visualization. New York: ACM Press, 2009: 19-26.
- [9] 夏栋,李敬辉,李仙茂. 编队中雷达互扰模型研究[J]. 舰船电子对抗,2008,31(5):81-84.
- [10] LORENSEN W E, CLINE H E. Marching cubes: a high resolution 3D surface construction algorithm [J]. ACM SIGGRAPH Computer Graphics, 1987, 21(4): 163-169.
- [11] GALLAGHER R S. Span filtering: an optimization scheme for volume visualization of large finite element models [C]//Proc of the 2nd Conference on Visualization. Los Alamitos: IEEE Computer Society, 1991.
- [12] HUNG C H, YANG Chuan-kai. A simple and novel seed-set finding approach for isosurface extraction [C] //Proc of Eurographics/IEEE VGTC Symposium on Visualization. 2005: 125-132.
- [13] THOMAS K, SIMON S, THOMAS E. Hardware-accelerated reconstruction of polygonal isosurface representations on unstructured grids [C]//Proc of the 12th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications. Washington DC: IEEE Computer Society, 2004: 185-196.
- [14] 吴玲达,杨超,陈鹏. 基于 GPU 的等值面提取与绘制 [J]. 计算机应用研究, 2008, 25(11): 3468-3476.
- [15] 张建华,李会敏. 海军舰艇编队雷达系统 EMC 预测分析仿真研究 [J]. 舰船电子工程, 2008, 28(11): 184-187.
- [16] MEAGHER D. Geometric modeling using octree encoding [J]. Computer Graph Image Process, 1982, 19(2): 129-147.
- [17] VARADHAN G, KRISHNAN S, SRIRAM T V N, et al. Topology preserving surface extraction using adaptive subdivision [C]//Proc of Eurographics/ACM SIGGRAPH Symposium on Geometry Processing. New York: ACM Press, 2004: 235-244.
- [18] DENNING J D, KERR W B, PELLACINI F. MeshFlow: interactive visualization of mesh construction sequences [C]//Proc of ACM SIGGRAPH. New York: ACM Press, 2011: 66.
- [19] KLOETZLI J, OLANO M, RHEINGANS P. Interactive volume isosurface rendering using BT volumes [C]//Proc of Symposium on Interactive 3D Graphics and Games. New York: ACM Press, 2008: 45-52.

(上接第 3123 页)

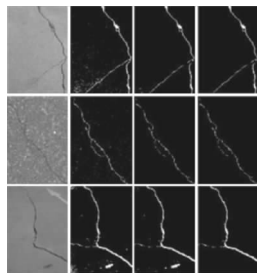


图10 其他图像的裂缝提取过程

5 结束语

由于裂缝图像背景往往具有复杂性,通常不能找到一种通用的方法来解决所有数字图像裂缝检测问题,只能对具体图像进行具体分析。本文从裂缝灰度值的相关性着手,建立裂缝灰度特征相似度函数,利用灰度相关性将图像转换为带有裂缝信息的二值图,采用一种快速简洁的方法提取二值图中的连通分量,并根据裂缝的连续性特征,利用图论及谱聚类知识对裂缝进行提取。实验表明,本文方法能够解决图像背景中具有复杂噪声的裂缝检测问题。但是当图像背景中存在太多与裂缝灰度值类似的细长对象时,算法有可能将其认定为裂缝,对此,需要加入关于裂缝的先验知识,笔者将作进一步研究。

参考文献:

- [1] BHANDARKAR S M, LUO Xing-zhi, DANIELS R, et al. Detection of cracks in computer tomography images of logs [J]. Pattern Recognition Letters, 2005, 26(14): 2282-2294.
- [2] TEOMETE E, AMIN V R, CEYLAN H. Digital image processing for pavement distress analyses [C]//Proc of Mid-Continent Transportation Research Symposium. 2005: 1-13.
- [3] IKHLAS A Q, ABUDAYYEH O, KELLY M E. Analysis of edge-detection techniques for crack identification in bridges [J]. Journal of Computing in Civil Engineering, 2003, 17(4): 255-263.
- [4] 许敬,张合,王晓锋. 基于特征点和区域生长的目标图像分割方法 [J]. 探测与控制学报, 2012, 34(1): 6-10.
- [5] 胡勇,赵春霞,郭志波,等. 基于多尺度布朗运动模型的路面破损检测 [J]. 计算机工程与应用, 2008, 44(3): 234-235.
- [6] 张宏,董安国,徐志刚,等. 种子游走算法及其在桥梁裂缝检测中的应用 [C]//第三届 IEEE 电力电子与智能交通系统国际学术会议论文集. 2010: 270-274.
- [7] 殷剑宏,吴开亚. 图论及其算法 [M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2005: 26-28.
- [8] 田铮,李小斌,句彦伟. 谱聚类的扰动分析 [J]. 中国科学 E 辑: 信息科学, 2007, 37(4): 527-543.
- [9] SUBIRATS P, DUMOULIN J, LEGEAY V, et al. Automation of pavement surface crack detection using the continuous wavelet transform [C]//Proc of IEEE International Conference on Image Processing. 2006: 3037-3040.
- [10] ROSALES M B, FILIPICH C P, BUEZAS F S. Crack detection in beam-like structures [J]. Engineering Structures, 2009, 31(10): 2257-2264.
- [11] YAMAGUCHI T, NAKAMURA S, SAEGUSA R, et al. Image-based crack detection for real concrete surfaces [J]. IEEE Trans on Electrical and Electronic Engineering, 2008, 3(1): 128-135.