

# 基于 PSO 滚动优化的 LS-SVM 预测控制\*

陈进东, 王鲜芳, 潘 丰

(江南大学 通信与控制工程学院, 江苏 无锡 214122)

**摘要:** 针对非线性时延系统、传统预测控制算法难以建立精确模型、控制精度不高的现状, 提出一种基于最小二乘支持向量机 (LS-SVM) 的非线性系统预测控制算法。该算法通过 LS-SVM 对非线性系统输入输出数据序列的训练学习, 建立其预测模型; 然后运用粒子群 (PSO) 算法完成非线性预测控制的滚动优化。仿真结果表明, 基于该方法的非线性系统预测控制具有较好的控制效果。

**关键词:** 非线性模型预测控制; 非线性建模; 最小二乘支持向量机; 粒子群算法

**中图分类号:** TP273      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1001-3695(2009)04-1381-03

## Predictive controlling of LS-SVM based on rolling optimization by PSO

CHEN Jin-dong, WANG Xian-fang, PAN Feng

(School of Communication & Control Engineering, Jiangnan University, Wuxi Jiangsu 214122, China)

**Abstract:** It is difficult to build an accurate model using the traditional predictive control algorithm for the nonlinear time delay system, and the control accuracy is low. This paper proposed a nonlinear predictive control algorithm based on least squares support vector machines (LS-SVM) model. It obtained the nonlinear off-line model of the nonlinear system by LS-SVM to train a sequence data of input and output, and finished the whole rolling optimization procedure by PSO. The simulation results illustrate that the nonlinear predictive control using LS-SVM is effective.

**Key words:** nonlinear model predictive control; nonlinear modeling; least square SVM; particle swarm optimization (PSO)

预测控制是基于预测模型、滚动优化、反馈校正的优化控制算法, 其本质是根据对系统未来状态的预测来优化系统行为<sup>[1]</sup>。经典的预测控制算法, 一般是通过获得对象的单位阶跃响应数据或脉冲响应数据来估计所需要的模型参数, 得到的模型是近似的线性模型。针对强非线性系统, 上述方法就会存在模型失配的问题。

根据结构风险最小化原理的支持向量机较好地解决了小样本、非线性、高维数和局部极小点等实际问题, 具有很强的泛化能力<sup>[2]</sup>。最小二乘支持向量机 (LS-SVM) 是标准支持向量机的一种扩展, 简化了计算复杂性, 求解速度相对加快, 在函数估计和逼近中得到了广泛应用。

### 1 最小二乘支持向量机

支持向量机主要思想是选择一个非线性映射  $\phi(\cdot)$  把  $n$  维样本向量  $(x_1, y_1), \dots, (x_l, y_l) \in R^n$ , 从原空间  $R^n$  映射到特征空间<sup>[3]</sup>, 在此高维特征空间中构造最优线性决策函数  $y(x) = \text{sgn}[w \cdot \phi(x) + b]$ , 在构造最优决策函数时, 利用了结构风险最小化原则, 同时引入了间隔概念; 然后巧妙利用原空间的核函数取代高维特征空间的点积运算, 避免了复杂计算。

最小二乘支持向量与标准支持向量机的区别就在于利用结构风险原则时, 在优化目标中选取了不同的损失函数和约束条件。标准 SVM 选取误差  $\xi_i$  和不等式约束, LS-SVM 则选取误差  $\xi_i$  的二范数和等式约束。

Suykens 等人在文献[4]中提出了用于分类的 LS-SVM 方法, 它用如下形式的函数对未知函数进行估计:

$$y(x) = w^T \phi(x) + b \tag{1}$$

其中:  $x \in R^n, y \in R$ , 非线性函数  $\phi(\cdot): R^n \rightarrow R$  将输入空间映射为高维特征空间。给定训练及  $\{x_k, y_k\}_{k=1}^N$ , LS-SVM 定义如下优化问题:

$$\min_{w, b, \xi} J(w, \xi) = 1/2 w^T w + \gamma/2 \sum_{i=1}^N \xi_i^2 \tag{2}$$

满足约束:

$$y_i = w^T \cdot \phi(x_i) + b + \xi_i (i = 1, \dots, l) \tag{3}$$

相应的 Lagrangian 函数为

$$L = J - \sum_{i=1}^l \alpha_i [w^T \phi(x_i) + b + \xi_i - y_i] (i = 1, \dots, l) \tag{4}$$

此优化问题有如下的解析解:

$$\begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I^T \\ I & \Omega + \gamma^{-1} I \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix} \tag{5}$$

其中:  $y = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T, I = [1, \dots, 1]^T; \alpha = [\alpha_1, \dots, \alpha_N]^T; \Omega$  是一个方阵, 其第  $k$  列  $l$  行的元素是  $\Omega_{kl} = \phi(x_k)^T \phi(x_l) = K(x_k, x_l), K(\cdot, \cdot)$  是核函数。

由式(1)~(5)可以求解出  $w$ , 从而可以得到训练数据集的软测量模型:

$$y(x) = \sum_{i=1}^N \alpha_i K(x, x_i) + b \tag{6}$$

从以上推导可以看出, 等式约束在将求解优化问题转换为求解线性方程的过程中起到了重要作用, 优化问题用线性方程

收稿日期: 2008-06-18; 修回日期: 2008-09-21      基金项目: 国家“863”计划重点资助项目(2006AA020301)

作者简介: 陈进东(1983-), 男, 重庆人, 博士研究生, 主要研究方向为工业过程的建模与优化控制; 王鲜芳(1969-), 女, 河南洛阳人, 副教授, 博士研究生, 主要研究方向为工业过程的建模与优化控制(xfwang11@yahoo.com.cn); 潘丰(1963-), 男, 江苏常熟人, 教授, 博导, 主要研究方向为工业过程的建模与优化控制。

求解显然可以大大减少算法的复杂度。另外,其需要预先确定的参数比标准的 SVM 算法要少。以核函数 RBF 函数为例,标准 SVM 的参数为三个  $\varepsilon, C, \delta$ ; 而 LS-SVM 的参数为正则化参数  $C$  和核函数参数  $\delta$ 。

## 2 粒子群算法

粒子群优化算法 (PSO) 是一种进化计算技术,最初由 Kennedy 等人<sup>[5]</sup>提出,源于对鸟群捕食行为研究,已经被证明是一种很好的优化方法<sup>[6]</sup>。PSO 中的每个优化问题的解都是搜索空间中的一只鸟,称为粒子,在搜索空间中以一定的速度飞行,这个速度根据它本身的飞行经验和同伴的飞行经验来动态调整。每个粒子的坐标为  $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{id})$ , 每个粒子的飞行速度为  $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{id})$ , 每个粒子都有一个优化目标函数决定的适应值 (fitness value), 对于第  $i$  个粒子,其所经过的历史最好位置记为  $P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{id})$ , 也称为个体极值  $p_{best}$ ; 整个群体中所有粒子发现的最好位置记为  $P_g = (g_1, g_2, \dots, g_d)$ , 也称为全局极值  $g_{best}$ 。粒子就是根据这两个极值来不断更新自己的速度和位置:

$$\begin{cases} v_{ij}(k+1) = v_{ij}(k) + r_1 c_1 (p_{ij} - x_{ij}(k)) + r_2 c_2 (g_j - x_{ij}(k)) \\ x_{ij}(k+1) = x_{ij} + v_{ij}(k+1) \end{cases} \quad (7)$$

其中:  $i=1, 2, \dots, m, m$  表示粒子的总个数;  $j=1, 2, \dots, D, D$  表示一个粒子的总维数,根据具体的优化问题而定;  $r_1, r_2$  为  $[0, 1]$  之间的随机数;  $c_1, c_2$  为权重因子,一般取 2。

## 3 粒子群算法滚动优化的最小二乘预测控制

### 3.1 最小二乘支持向量机建立预测模型

运用模型进行预测控制是预测控制的基本特征,模型是否能够反映系统的特征,直接关系到控制的精度和稳定性,因此研究高精度、有效、简单的信息预测模型是目前非线性预测控制要解决的重要问题<sup>[7]</sup>。采用最小二乘支持向量机建立非线性系统预测模型的方法如下:

考虑一个单输入单输出非线性模型:

$$y(k+1) = f(y(k), y(k-1), \dots, y(j-n), x(k), x(k-1), \dots, x(k-m)) \quad y \in R^m, x \in R^m, m \leq n \quad (8)$$

其中:  $x$  和  $y$  分别代表对象的输入和输出;  $n$  和  $m$  分别是输出  $y$  和输入  $x$  的阶次;  $f(\cdot)$  是一个未知的连续非线性函数。

最小二乘支持向量机将非线性的样本数据映射为高维空间的线性输出

$$f(x) = \sum_{i=1}^n a_i K(x, x_i) + b \quad (9)$$

这里核函数采用径向基函数

$$K(x, x_i) = \exp(-\|x - x_i\|^2 / 2\sigma) \quad (10)$$

其中:  $\|x - x_i\| = \sqrt{\sum_{k=1}^n (x^k - x_i^k)^2}$ ;  $\sigma$  为核宽度。

### 3.2 粒子群算法滚动优化

预测控制是一种优化算法,它是通过某一性能指标的最优来确定未来的控制作用。这一性能指标涉及到系统未来的行为,如使对象的输出在未来采样点上跟踪某一期望轨迹的方差为最小。

对于如式 (8) 所示的非线性系统,非线性预测控制 (NMPC) 的目标函数可选为如下二次型指标:

$$\min J = 1/2 \left\{ \sum_{i=1}^P \lambda_i (y_i(y_r(k+i) - y_p(k+i))^2 + \sum_{j=1}^M \mu_j \Delta u(t+j-1)) \right\} \quad (11)$$

其中:  $P$  为预测时域;  $M$  为控制时域。在目标函数中加入控制量约束项,除可限制过大的控制量冲击、使过程输出变化平稳外,还可使采用具有不稳定零点的脉冲响应这类非参数模型的系统获得稳定的运行性能。

NMPC 的目的在于从控制量的允许区间寻找一组最优控制序列  $\{u^*(t+j-1), j=1, 2, \dots, M\}$ , 使得目标函数  $J$  最小。这个寻优构成是在线滚动进行的。

采用粒子群算法进行非线性滚动优化,寻找到一组最优控制序列  $\{u^*(t+j-1), j=1, 2, \dots, M\}$ , 使得目标函数  $J$  最小。

### 3.3 反馈校正

由于实际系统存在非线性、时变性等因素的影响,会引起预测模型的预测输出与对象实际输出之间存在着一定的偏差,称之为预测误差,为克服这个误差必须引入反馈校正。本文采用的反馈校正方法为

$$y_p(k+1) = y_m(k+1) + h e(k) \quad (12)$$

其中:  $h$  为补偿系数,根据实际应用的效果进行调整;  $e(k)$  为  $k$  时刻系统实际输出与模型预测之间的误差。

$$e(k) = y(k) - y_m(k) \quad (13)$$

### 3.4 粒子群滚动优化的最小二乘预测控制算法步骤

a) 设定预测时域  $P$ , 控制时域  $M$ , 控制加权  $\lambda$ 。

b) 由控制要求获取未来的期望输出序列  $y_r(j)$ , 通常参考轨迹采用从现在时刻实际输出值出发的一阶指数形式,如下式所示

$$W(j) = (1 - 0.3^j) \times r \quad (14)$$

$$y_r(j) = b^j y_p + W(j) \quad (15)$$

其中:  $j=1, 2, \dots, P$ ;  $y_r$  为参考轨迹;  $r$  为设定值;  $y_p$  为系统输出;  $b$  为柔化系数。

c) 利用预先测量的被控对象开环输入输出数据,把它们作为训练最小二乘支持向量机的样本,对最小二乘支持向量机进行离线训练,得到令人满意的最小二乘支持向量机模型。

d) 求出实际系统的输出  $y(k)$ 。

e) 利用最小二乘支持向量机模型求出当前时刻的模型输出  $y_m(k)$  以及未来时刻的预测输出  $y_m(k+i)$ , 经过在线的反馈校正得到系统的实际预测输出值  $y_p(k+i)$ 。

f) 采用粒子群算法滚动优化,获得控制的最优序列  $u(k+j-1)$ 。

g) 将第一控制量  $u(k)$  作用于系统,返回步骤 d)。

## 4 实例分析

### 4.1 针对如下非线性模型

$$y(k) = 0.7y(k-1)y(k-2)/(1+y(k-1)^2+y(k-2)^2) + 0.5\cos(0.4y(k-1)) + 1.5x(k-1) \quad (16)$$

为了验证本方法的有效性,针对式 (16) 所示的非线性系统,采用 LS-SVM 建立该系统的预测模型,并采用粒子群算法滚动优化进行预测控制。

在建模时采用输入均值为 0、方差为 1 的白噪声信号,共产生 400 批数据,分为八组,前五组数据用来训练,后三组用来测试。模型的输入向量为  $X = [x(k-1), y(k-1), y(k-2)]$ ,

输出向量为  $Y = [y(k)]$ , 采用 LS-SVM 进行离线建模。采用 LS-SVM 进行离线建模时,核函数采用 RBF 函数,LS-SVM 的参数通过交叉验证法确定,得到:  $c = 500, \sigma = 0.3$ 。模型的预测误差如图 1 所示。

从图 1 可以看出,通过用最小二乘支持向量机对上述非线性过程建立的预测模型,模型的预测误差在较小范围内 ( $-0.05 \sim +0.04$ )。在进行预测控制时,给定的信号为一个进行两次单位阶跃的信号,即开始时产生一个单位阶跃信号,25 s 时产生一个单位阶跃信号。优化时域  $P = 10$ ,控制时域  $M = 5$ ,柔化系数  $b = 0.2, \lambda = 0.9, \mu = 1, h = 0.1$ 。粒子群算法的参数选取,  $m$  取 10,控制律  $u(k)$  的取值为  $(-1, 1)$ 。从图 2 可以看出,通过粒子群滚动优化控制律后,系统的输出结果与动态矩阵控制(dynamic matrix control, DMC)相比,明显减小了超调量,缩短了调节时间,提高了响应速度,增强了实时性。

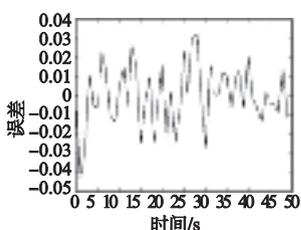


图1 LS-SVM建立预测模型误差

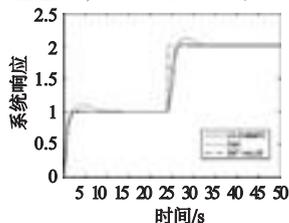


图2 粒子群算法滚动优化的LS-SVM预测控制和DMC仿真结果

#### 4.2 针对连续槽式搅拌反应器(CSTR)模型

在 CSTR 中发生的简单一级不可逆放热反应:  $A \rightarrow B$ , 采用文献[5]的研究模型,其物质和能量平衡的模型方程如下:

$$\dot{x}_1(t) = 1/\lambda x_1(t) + D_a [1 - x_1(t)] \cdot \exp[x_2(t)/1 + x_2(t)/\gamma_0] + (1/\lambda - 1)x_1(t - \tau) \quad (17)$$

$$\dot{x}_2(t) = (1/\lambda + \beta)x_2(t) + HD_a [1 - x_1(t)] \exp[x_2(t)/1 + x_2(t)/\gamma_0] + (1/\lambda - 1)x_2(t - \tau) + \beta u(t) \quad (18)$$

其中:  $u(t) \in (0, 3), \gamma_0 = 20, H = 9, \beta = 0.3, D_a = 0.072, \lambda = 0.8, \tau = 2$ 。

状态  $x_1(t)$  是反应的转换速度且  $0 < x_1(t) < 1, x_2(t)$  是温度。假设只有温度能够在线测量,即

$$y(t) = [0 \ 1] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad (19)$$

针对以上模型,采用本文所介绍的方法进行建模与控制。

在建模时输入采用  $[0, 3]$  之间的随机数,共产生四批数据,即三批训练和一批测试数据;采用 LS-SVM 离线建模。采用 LS-SVM 进行离线建模时,核函数采用 RBF 函数,LS-SVM 的参数通过交叉验证法确定,得到  $c = 300, \sigma = 0.1$ 。模型的预测误差如图 3 所示。

从图 3 可以看出,通过用最小二乘支持向量机对上述该连

续槽式搅拌反应器的反应过程建立的预测模型,模型的预测误差精度也比较高,不超过 0.03。

在进行预测控制时,给定的信号为阶跃信号。其中优化时域  $P = 5$ ,控制时域  $M = 3$ ,柔化系数  $b = 0.2, \lambda = 0.9, \mu = 1, h = 0.1$ 。粒子群算法的参数选取,  $m$  取 10。

从图 4 可以看出,在这个反应过程中,通过粒子群滚动优化的 LS-SVM 控制器,能够很快地将输出稳定在要求的控制点上,减小了超调量,并提高了响应速度,进一步验证了该方法的有效性。

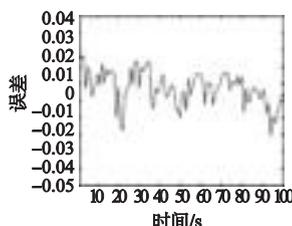


图3 LS-SVM针对CSTR建立预测模型误差

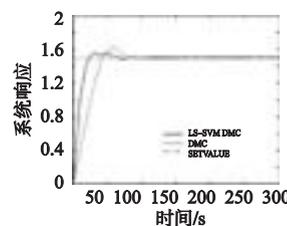


图4 CSTR模型粒子群算法滚动优化的LS-SVM预测控制和DMC仿真结果

#### 5 结束语

针对强时变的非线性系统,提出了一种基于最小二乘支持向量机的模型预测方法。首先利用最小二乘支持向量机对建立非线性系统建立预测模型;然后用粒子群算法进行非线性预测控制的滚动优化。通过两个非线性模型的实例应用,证明了该方法的有效性和可行性,具有一定的实际应用价值。

#### 参考文献:

- [1] 席裕度. 预测控制[M]. 北京:国防工业出版社,1993.
- [2] 张学工. 关于统计学习理论支持向量机[J]. 自动化学报,2000, 26(1):32-42.
- [3] VAPNIK V. The nature of statistical learning theory[M]. New York: Springer-Verlag, 1999.
- [4] SUYKENS J A K, VANDEWALLE J. Least squares support vector machine classifiers[J]. Neural Processing Letters, 1999, 9(3): 293-300.
- [5] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization[C]// Proc of IEEE International Conference on Neural Networks. Perth, Australia: [s. n.], 1995:1942-1948.
- [6] 张燕,汪镭,康琦,等. 微粒群优化算法及其改进形式综述[J]. 计算机工程与应用,2005,41(2):1-3.
- [7] 张浩然,韩正之,李昌刚. 基于支持向量机的非线性模型预测控制[J]. 系统工程与电子技术,2003,25(3): 330-334.
- [8] BAO Zhe-jing, PI Dao-ying, SUN You-xian. Nonlinear model predictive control based on support vector machine with multi-kernel[J]. Chinese Journal of Chemical Engineering, 2007,15(5): 691-697.

(上接第 1380 页)

- [7] VARSHENY U, VETTER R. A framework for the emerging mobile commerce applications[C]//Proc of the 34th International Conference on System Sciences. Washington DC:IEEE Computer Society, 2001: 1-10.
- [8] LIANG Ting-peng, WEI Chih-ping. Mobile commerce applications [J]. International Journal of Electronic Commerce, 2004, 8(3): 7-27.
- [9] KAKIHARA M, SØRENSE C. Expanding the "mobility" concept [J]. ACM SIGGROUP Bulletin, 2001, 22(3):33-37.
- [10] MENNECKE B E, STRADER T J. Mobile commerce: technology, theory, and applications[M]. Hershey, PA: Idea Group Publishing,

- 2002:26-50.
- [11] CHOI S Y, STAHL D O, WHINSTON A B. 电子商务经济学[M]. 张大力,译. 北京:电子工业出版社,2000: 14-18.
- [12] 王众托. 企业信息化与管理变革[M]. 北京:中国人民大学出版社,2001:27-35.
- [13] 苗东升. 系统科学精要[M]. 北京:中国人民大学出版社,2006, 3-6.
- [14] SIMON H A. 人工科学:复杂性面面观[M]. 武夷山,译. 上海:上海科技教育出版社,2004:5-13.
- [15] GU Hong, QIAO Shuang, TIAN Jiang. A wireless vending machine system based on GSM[C]//Proc of the 6th World Congress on Intelligent Control and Automation. Dalian: [s. n.], 2006: 8501-8504.