

文章编号: 1001-0920(2002) 01-0096-03

不确定时滞混沌系统的鲁棒控制

关新平, 刘奕昌, 彭海朋, 陈彩莲
(燕山大学 电气工程学院, 河北 秦皇岛 066004)

摘要: 针对不确定时滞混沌系统中不稳定不动点的控制需要, 应用线性矩阵不等式(LMI)方法, 得到了系统存在时滞反馈控制器的充分条件, 并利用该控制器对系统中存在的不稳定周期轨道的跟踪问题进行研究。数值仿真结果表明了该方法的有效性。

关键词: 不确定性; 时滞混沌系统; 跟踪控制
中图分类号: TP 27 **文献标识码:** A

Robust control of uncertain chaotic systems with delay

GUAN Xin-ping, LIU Yi-chang, PENG Hai-peng, CHEN Cai-lian
(Institute of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: An LMI-based control method is presented to meet the requirement of controlling unstable fixed point of uncertain time-delay chaotic systems. Sufficient conditions for the existence of the time-delay feedback controller are obtained. The controller is also applied to tracking the unstable periodic orbit. Numerical examples show the effectiveness of the results.

Key words: uncertainty; time-delay chaotic systems; tracking control

1 引言

自从 Mackey 和 Glass^[1]首次发现时滞系统中的混沌现象以来, 时滞混沌系统引起了人们浓厚的兴趣^[2, 3]。然而, 由于时滞系统具有无穷维状态空间, 使得时滞混沌系统的分析和控制变得十分困难, 因此相关的文献并不多见。在实际控制系统中, 受控对象精确模型往往难以得到, 导致系统中不确定性的出现。其控制问题的研究具有重要的理论意义和应用价值, 并已成为控制理论界十分活跃的一个领域^[4, 5]。然而, 由于不确定时滞混沌系统的复杂性, 对时滞混沌系统的鲁棒控制问题的研究仍是一个空白。

本文通过对误差系统的讨论, 研究了一类一般

化的不确定时滞混沌系统的鲁棒控制问题。控制器的设计仅要求解一个 LMI 即可得到, 并进一步研究了系统中不稳定周期轨道的跟踪控制问题。仿真结果表明, 控制器具有很强的鲁棒性。

2 不稳定不动点的控制问题

考虑如下不确定时滞混沌系统

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & (A + \Delta A(t))x(t) + Bu(t) + \\ & Cx(t - \tau) + f(x(t), t) + \\ & g(x(t - \tau), t) \end{aligned} \quad (1)$$

其中, A, B, C 为具有适当维数的常数矩阵, 且 (A, B) 能控, $u(t) \in R^m$ 为系统的控制向量, f 和 g 为非线性函数, τ 为系统的时滞常数, $\Delta A(t)$ 为系统中的时变

收稿日期: 2000-09-29; 修回日期: 2000-12-11

作者简介: 关新平(1963—), 男(满族), 黑龙江齐齐哈尔人, 教授, 博士生导师, 从事时滞系统的鲁棒控制、混沌控制等研究;

刘奕昌(1976—), 男, 江西宜春人, 博士生, 从事时滞系统鲁棒控制等研究。 http://www.cnki.net

不确定性,且满足限制条件 $\Delta A(t) = H F(t) E$, 其中 $F^T(t) F(t) \leq 1, H$ 和 E 为适当维数的已知常数矩阵。

采用如下时滞反馈控制器

$$u(t) = K(x(t) - x(t - \tau)) \tag{2}$$

其中, K 为控制参数矩阵, τ 为控制时滞。不妨设系统 (1) 存在不稳定不动点 $\bar{x}(t) = \text{常数}$, 且 $\bar{x}(t) = \bar{x}(t - \tau)$, 则

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) &= (A + \Delta A(t))\bar{x}(t) + C\bar{x}(t - \tau) + \\ &BK(\bar{x}(t) - \bar{x}(t - \tau)) + f(\bar{x}(t), t) + \\ &g(\bar{x}(t - \tau), t) \end{aligned} \tag{3}$$

定义系统的误差为 $e(t) \triangleq x(t) - \bar{x}(t)$, 则可得到如下的误差系统

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= (A + \Delta A(t))e(t) + F(e(t)) + \\ &G(e(t - \tau)) + Ce(t - \tau) + \\ &BK(e(t) - e(t - \tau)) \end{aligned} \tag{4}$$

其中

$$\begin{aligned} F(e(t)) &= f(x(t)) - f(\bar{x}(t)) \\ G(e(t - \tau)) &= \\ &g(\bar{x}(t - \tau) + e(t - \tau), t) - g(\bar{x}(t - \tau), t) \end{aligned}$$

显然 $F(0) + G(0) = 0$, 则在零点对 $F(e(t)) + G(e(t - \tau))$ 进行泰勒展开, 得到

$$\begin{aligned} F(e(t)) + G(e(t - \tau)) &= \\ &\alpha e(t) + [\text{HOD}]|_{e(t)} + \beta e(t - \tau) + \\ &[\text{HOD}]|_{e(t - \tau)} \end{aligned}$$

其中, $\alpha = \frac{dF}{de}, \beta = \frac{dG}{de(t - \tau)}, [\text{HOD}]|_{e(t)}$ 和 $[\text{HOD}]|_{e(t - \tau)}$ 分别为 $e(t)$ 和 $e(t - \tau)$ 的高阶项。

由以上分析, 误差系统 (4) 变为

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= (A + \Delta A(t) + BK + \alpha)e(t) + \\ &(\beta - BK + C)e(t - \tau) + \\ &[\text{HOD}]|_{e(t)} + [\text{HOD}]|_{e(t - \tau)} \end{aligned} \tag{5}$$

对于系统 (5), 若 $t \rightarrow \infty, e(t) \rightarrow 0$, 则称系统 (5) 是渐近稳定的, 于是 $x(t)$ 渐近收敛于 $\bar{x}(t)$ 。

得如下线性不等式 (LMI)

$$\begin{bmatrix} \bar{A} & P \\ P & M \end{bmatrix} < 0 \tag{6}$$

成立, 其中

$$\begin{aligned} \bar{A} &= (A + \alpha)^T P + P(A + \alpha) + 2I + E^T E \\ M &= - (H H^T + 4B B^T + C C^T + \beta \beta^T)^{-1} \end{aligned}$$

如果 $e(t)$ 充分小, 则由系统 (1) ~ (3) 组成的闭环系统渐近稳定, 即当 $t \rightarrow \infty$ 时, $x(t)$ 被控制到系统的不稳定不动点 $\bar{x}(t)$, 且时滞反馈控制律如式 (2)

所示, 其中 $K = B^T P$ 。

证明 对于误差系统 (5), 取 Lyapunov 函数

$$V(e(t)) = e^T(t) P e(t) + \int_{\tau}^t e^T(\sigma) R e(\sigma) d\sigma \tag{7}$$

为方便起见, 在不产生歧义的前提下, 在以后的叙述中省略自变量 t , 并将 $e(t - \tau)$ 简写为 e_{τ} 。对式 (7) 求时间导数, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &= \\ &e^T[(A + \Delta A + BK + \alpha)^T P + \\ &P(A + \Delta A + BK + \alpha)]e + 2e^T P(\beta - \\ &BK + C)e_{\tau} + e^T R e - e_{\tau}^T R e_{\tau} + \\ &2[\text{HOD}]|_e + \text{HOD}|_{e_{\tau}}] P e \end{aligned}$$

运用不等式 $X^T Y + Y^T X \leq X^T X + Y^T Y, \pm 2XY \leq X^T X + Y^T Y$, 并令 $K = B^T P$, 则有

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &\leq \\ &e^T[(A + \alpha)^T P + P(A + \alpha) + \\ &P H H^T P + E^T E + 2P B B^T P]e + \\ &e^T P \beta \beta^T P e + e_{\tau}^T \tau e_{\tau} + e^T P B B^T P e + \\ &e_{\tau}^T P B B^T P e_{\tau} + e^T P C C^T P e + e_{\tau}^T \tau e_{\tau} + e^T R e - \\ &e_{\tau}^T R e_{\tau} + 2[\text{HOD}]|_e + \text{HOD}|_{e_{\tau}}] P e \end{aligned}$$

令 $R = 2I + P B B^T P$, 若 $e(t)$ 充分小, 则可省略高阶项 $[\text{HOD}]|_{e(t)} + [\text{HOD}]|_{e(t - \tau)}$, 得到 $\dot{V}(e) \leq e^T M e$ 。其中

$$\begin{aligned} M &= (A + \alpha)^T P + P(A + \alpha) + \\ &P(H H^T + 4B B^T + C C^T + \beta \beta^T)P + \\ &2I + E^T E \end{aligned}$$

由 Lyapunov 稳定性理论知, 若 $M < 0$, 则系统 (5) 鲁棒稳定。由 Schur 补定理知, $M < 0$ 等价于定理 1 中的式 (6)。所以若式 (6) 满足, 且 e 充分小, 则由系统 (1) ~ (3) 组成的闭环系统渐近稳定, 即 $t \rightarrow \infty$ 时, $x(t) \rightarrow \bar{x}(t)$ 。□

3 追踪控制问题

我们利用时滞反馈控制研究系统 (1) 中存在的
不稳定周期轨道的追踪控制问题。设系统 (1) 具有
不稳定周期轨道 $\bar{x}$, 其周期为 $t_p > 0$ 。本节的目的是
利用时滞反馈控制器 (2) 使得 $\lim_{t \rightarrow \infty} |x(t) - \bar{x}(t)| =$
0。因为 $\bar{x}(t)$ 是系统 (1) 的不稳定周期轨道, 则

$$\dot{\bar{x}} = (A + \Delta A)\bar{x} + f(\bar{x}) + g(\bar{x}, \tau) + C\bar{x}\tau \tag{8}$$

并且

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t - t_p) &= \\ &(A + \Delta A)\bar{x}(t - t_p) + f(\bar{x}(t - t_p)) + \end{aligned}$$

$$g(\bar{x}(t - \tau - t_p)) + C\bar{x}(t - \tau - t_p)$$

类似于前面的分析,有如下的误差系统

$$\begin{aligned} \dot{e}' &= (A + \Delta A)e' + F(e') + G(e') + \\ &Ce' + BK(x - x\tau) \end{aligned} \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} e' &= x - \bar{x}(t - t_p) \\ e' &= x\tau - \bar{x}(t - \tau - t_p) \\ F(e') &= f(x) - f(\bar{x}(t - t_p)) \\ G(e') &= g(x\tau) - g(\bar{x}(t - t_p - \tau)) \end{aligned}$$

引理 2^[6] 对混沌系统 $\dot{x} = f(x)$, 采用控制器 $u = K(x - x\tau)$, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 如果受控轨迹 x 跟踪不稳定周期轨迹 $\bar{x}$, 且矩阵 K 非奇异, 则时滞 τ 等于 t_p 或 t_p 的整数倍。

推论 1 对时滞混沌系统 $\dot{x} = f(x) + g(x\tau)$, 采用控制器 $u = K(x - x\tau)$, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 如果受控轨迹 x 跟踪不稳定周期轨迹 $\bar{x}$, 且矩阵 K 非奇异, 则时滞 τ 等于 t_p 或 t_p 的整数倍。

推论的证明类似于引理 2 的证明^[6], 此略。

由推论得 $\bar{x} = \bar{x}(t - t_p) = x\tau$, 则误差系统(9)成为

$$\begin{aligned} \dot{e}' &= (A + \Delta A + BK)e' + \\ &F(e') + G(e') + Ce' \end{aligned}$$

显然 $F(0) + G(0) = 0$, 对 $F(e') + G(e')$ 在零点处泰勒展开为

$$\begin{aligned} F(e') + G(e') &= \\ &\alpha e' + [\text{HOD}]|_{e'} + \beta e' + [\text{HOD}]|_{e'} \end{aligned}$$

其中 $[\text{HOD}]|_{e'}$ 和 $[\text{HOD}]|_{e'}$ 为高阶项。则得如下误差系统

$$\begin{aligned} \dot{e}' &= (A + \Delta A + BK + \alpha)e' + \\ &(C + \beta)e' + [\text{HOD}]|_{e'} + [\text{HOD}]|_{e'} \end{aligned} \quad (10)$$

定理 2 当控制器的控制时滞 τ 等于 t_p 或 t_p 的整数倍时, 误差系统如式(10), 若存在对称正定矩阵 P , 使得如下线性不等式(LMI)

$$\begin{bmatrix} \bar{A} & P \\ P & M \end{bmatrix} < 0 \quad (11)$$

成立, 其中

$$\begin{aligned} \bar{A} &= (A + \alpha)^T P + P(A + \alpha) + 2I + E^T E \\ M &= -(HH^T + 2BB^T + CC^T + \beta\beta^T)^{-1} \end{aligned}$$

如果 e' 充分小, 则由式(1), (2), (8) 组成的闭环系统渐近稳定, 即当 $t \rightarrow \infty$ 时, x 跟踪系统的不稳定周期轨道 $\bar{x}$, 且控制器增益为 $K = B^T P$ 。

定理 2 的证明类似于定理 1 的证明, 此略。

4 数值仿真

考虑如下具有结构参数扰动的不确定时滞 Logistic 方程^[2]

$$\dot{x} = (-\lambda + \Delta A)x + rx\tau(1 - x\tau)$$

由文献[2]知, 当 $\lambda = 26, r = 104, \Delta A = 0, \tau = 0.5$ 时, 系统为混沌系统, 且系统含有两个不稳定的不动点: $\bar{x}_0 = 0, \bar{x}_1 = 1 - \lambda/r = 0.75$ 。系统的混沌行为如图 1 所示。

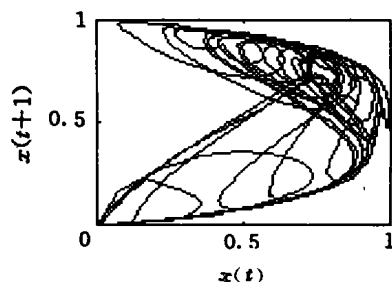


图 1 混沌吸引子相图

当系统中的结构参数扰动为 $\Delta A(t) = HF(t)E, H = 0.5, F(t) = \sin t, E = 0.8, B = 0.8, C = 0$ 时, 将 $F(e)$ 和 $G(e\tau)$ 进行分解, 可得 $\alpha = 0, \beta = -11$ 。根据定理 1, 解 LMI(6) 得 $P = 61.8243$, 所以 $K = B^T P = 49.4594$ 。控制器从 $t = 5$ 时开始加入, 如图 2 所示。系统中的混沌被控制到不稳定的不动点。仿真结果表明, 该控制器具有良好的控制效果。

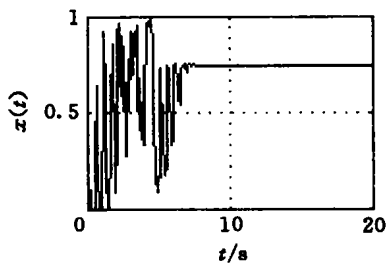


图 2 系统被控制到不动点

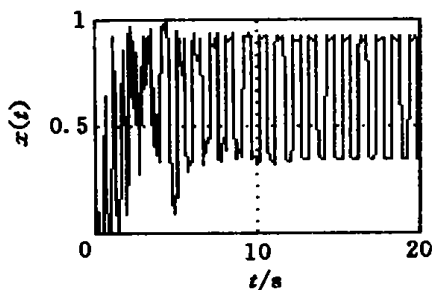


图 3 系统被控制到周期轨道

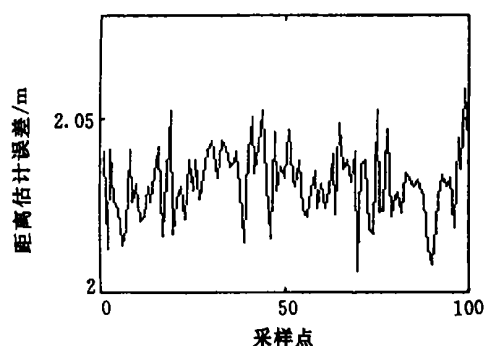


图 4 概率数据关联滤波法的距离估计误差

后根据典型样本进行学习, 进一步优化参数。仿真结果表明, 在杂波密度较高的情况下, 采用本文方法可获得较好的跟踪效果。

参考文献(References):

- [1] D B Reid. An algorithm for tracking multiple targets [J]. IEEE Trans on AC, 1979, 24(6): 843-854.
- [2] C B Chang. Application of state estimation to target tracking[J]. IEEE Trans on AC, 1984, 29(2): 98-109.

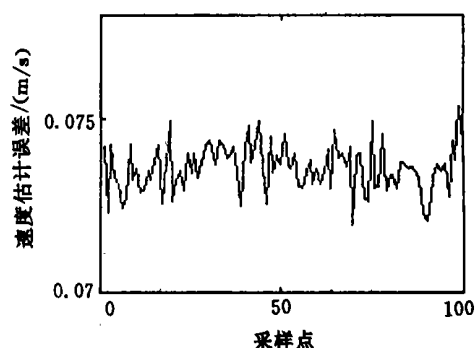


图 5 概率数据关联滤波法的速度估计误差

- [3] Y Bar Shalom, E Tse. Tracking in a cluttered environment with probabilistic data association [J]. Automatica, 1975, 11(3): 451-460.
- [4] S Mori. Tracking and classifying multiple targets without a priori identification [J]. IEEE Trans on AC, 1986, 31(5): 401-409.
- [5] 蔡庆宇, 薛毅, 张伯彦. 相控阵雷达数据处理及其仿真技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 1997.

(上接第 98 页)

考虑对不确定时滞混沌系统的跟踪控制问题。运用文献[6] 提出的参数估计方法, 可知系统有一个周期为 $t_p = 0.9999$ 的不稳定周期 2 轨道。根据推论 1 和定理 2, 取 $\tau = t_p$, $P = 59.2736$, 可得 $K = 47.4189$ 。控制器从 $t = 5$ 时开始加入, 仿真结果如图 3 所示。从图中可以看出, 混沌系统快速地趋于一个稳定的周期。

5 结 论

本文研究一类具有时变不确定性的时滞系统的混沌现象和不动点的控制问题, 控制器的存在性依赖于相应的 LMI 的解。LMI 中虽含有多个未知参数, 但利用 Matlab 软件中 LMI 工具箱可一次性求出, 无需调整参数, 求解非常方便、有效。数值仿真进一步表明, 该控制器对系统中的不稳定周期具有良好的跟踪效果。

参考文献(References):

- [1] Mackey M C, Glass L. Oscillation and chaos in physiological control system [J]. Science, 1977, 197: 287-289.
- [2] Tian Y C, Gao F R. Adaptive control of chaotic continuous-time system with delay [J]. Physica D, 1998, 117: 1-9.
- [3] Lu H, He Y, He Z. A chaos-generator: Analysis of complex dynamical of a cell equation in delayed cellular neural networks [J]. IEEE Trans Circ Syst, 1998, 45(2): 287-291.
- [4] Farmer J D. Chaotic attractors of infinite dimensional dynamical systems [J]. Physica D, 1982, 4: 366-372.
- [5] Lien C H, Hsieh J G, Sun Y J. Robust stabilization for a class of uncertain systems with multiple time delays via linear control [J]. J Math Analysis and Appl, 1998, 218(2): 369-378.
- [6] Chen G, Yu X. On time-delayed feedback control of chaotic systems [J]. IEEE Trans Circ Syst, 1999, 46(6): 767-775.