

文章编号: 1001-0920(2011)07-1105-04

基于 logistic 模型的自适应差分进化算法

陈 华^{a,b}, 范宜仁^a, 邓少贵^a

(中国石油大学(华东) a. 测井重点实验室, b. 数学与计算科学学院, 山东 东营 257061)

摘要: 提出一种基于 logistic 模型的自适应差分进化算法. 该算法在运行过程中可自动调节缩放因子和交叉概率因子的大小, 能在算法初期保持种群多样性, 提高全局最优值的搜索能力, 而在算法后期, 随着局部最优值搜索能力的提高算法渐趋稳定. 对几种典型 Benchmarks 函数进行了测试, 实验结果表明所提出的算法收敛速度快、计算精度高.

关键词: 自适应差分进化; logistic 模型; 缩放因子; 交叉概率因子

中图分类号: TP391

文献标识码: A

Adaptive differential evolution algorithm based on logistic model

CHEN Hua^{a,b}, FAN Yi-ren^a, DENG Shao-gui^a

(a. Key Laboratory of Welllogging, b. College of Mathematics and Computational Science, China University of Petroleum, Dongying 257061, China. Correspondent: CHEN Hua, E-mail: delaunay@163.com)

Abstract: An adaptive differential evolution algorithm based on logistic model is presented. The algorithm can automatically adjust scaling factor and crossover factor during the running time, so it can keep the individuals diversity and improve searching ability of global optimum in the population at the initial generations. However, the algorithm is gradually stabilized with searching ability of local optimum improved at a later time. Several classic Benchmarks functions are tested and the results show that the proposed algorithms have fast convergence and higher calculation accuracy.

Key words: adaptive differential evolution; logistic model; scaling factor; crossover factor

1 引言

差分进化(DE)算法^[1]是由 Store 等人于 1996 年提出的一种全局无导数智能优化算法. 由于 DE 算法简单、有效, 越来越受到学术界和工程界的广泛关注^[2]. 在 DE 算法的控制参数中, 缩放因子和交叉概率因子起着较为重要的作用, 它们能够平衡算法的全局搜索和局部搜索, 并对种群的多样性和收敛速度产生较大的影响^[1-3].

对于缩放因子和交叉概率因子的动态调整策略, 主要有基于时变和适应度值两种调整方式: 基于时变的调整方式是随着进化代数的增加进行动态调整^[4-8]; 基于适应度值的调整方式是根据种群中的最优个体适应度值变化进行动态调整^[9-12]. 在这些文献中, 一般通过先给出经验公式, 再利用实验验证调整策略的有效性. 本文通过分析缩放因子和交叉概率因子对全局搜索能力和局部搜索能力的影响规律, 建立了基于 logistic 的缩放因子和交叉概率因子数学模型, 求

解得到了缩放因子和交叉概率因子的自适应计算公式. 该自适应差分进化(ADE)算法能在算法初期保持种群多样性, 加快全局收敛速度, 随着算法进展逐步降低变异率, 避免陷入局部最优值, 提高了算法的稳定性.

2 标准 DE 算法^[3]

标准 DE 算法的基本思想是, 从某一随机产生的初始群体开始, 将种群中任意 2 个个体进行变异和交叉操作, 然后将新个体与当代种群中某个预先决定的个体进行选择操作, 通过不断地迭代计算, 保留优良个体, 淘汰劣质个体, 引导搜索过程向最优解逼近.

若种群规模为 N , 则第 t 代种群表示为 $X(t) = \{X_1(t), X_2(t), \dots, X_N(t)\}$. 其中: $X_i(t) = (x_1^i(t), \dots, x_n^i(t))$, $i = 1, 2, \dots, N$; $x_j^i(t)$ ($j = 1, 2, \dots, n$) 表示第 t 代种群中第 i 个个体的第 j 个分量. 在标准 DE 算法的计算过程中, 基本操作主要包括变异、交叉和选择等 3 种操作.

收稿日期: 2010-05-04; 修回日期: 2010-07-04.

基金项目: 国家油气科技专项项目(2008ZX05035-02); 山东省自然科学基金项目(Y2007F25); 中央高校基本科研业务费专项项目(09CX04001A).

作者简介: 陈华(1972-), 男, 副教授, 从事测井智能信息处理的研究; 范宜仁(1962-), 男, 教授, 博士生导师, 从事地球物理测井实验与方法等研究.

1) 变异操作

变异操作是指随机选择 2 个不同的个体向量相减生成差分向量, 将差分向量赋予权值之后按一定的规则加到第 3 个随机选择的个体向量上, 生成变异向量. 设第 t 代 2 个不同的个体向量分别为 $x^{r_1}(t)$ 和 $x^{r_2}(t)$, 待变异个体向量为 $x^{r_3}(t)$, 则变异公式为

$$v^i(t) = x^{r_3}(t) + F(x^{r_1}(t) - x^{r_2}(t)). \quad (1)$$

其中: $r_1, r_2, r_3 \in \{1, 2, \dots, N\}$, 为互不相同的整数, 且 r_1, r_2, r_3 与当前目标向量索引 i 不同, 因此种群规模 $N \geq 4$; F 为缩放因子, 控制差分向量缩放.

2) 交叉操作

交叉操作是指将变异向量与目标向量进行参数混合, 生成实验向量的过程, 即第 t 代群体中目标向量 $x^i(t)$ 与变异向量 $v^i(t)$ 进行交叉操作, 产生实验向量 $u^i(t)$. 引进交叉概率因子 CR, 通过随机选择决定实验向量 $u^i(t)$ 中的哪些分量是由目标向量 $x^i(t)$ 中的分量继承过来, 还是由变异向量 $v^i(t)$ 中的分量产生. 交叉操作公式为

$$u_j^i(t) = \begin{cases} v_j^i(t), & \text{rand}(0, 1) < \text{CR}, \text{ or } j = j_{\text{rand}}; \\ x_j^i(t), & \text{else.} \end{cases} \quad (2)$$

其中: $j = 1, 2, \dots, n$; 交叉概率因子 CR 一般预先给定, 取值范围为 $[0, 1]$; $j_{\text{rand}} \in [1, 2, \dots, n]$ 为随机选择的维数变量索引, 用于保证实验向量至少有一个分量由变异向量产生, 否则实验向量有可能与目标向量相同而不能生成新个体.

3) 选择操作

选择操作是指若实验向量的适应值优于目标向量的适应值, 则用实验向量替代目标向量形成下一代个体向量. 选择操作公式为

$$X_i(t+1) = \begin{cases} u^i(t), & f(u^i(t)) < f(x^i(t)); \\ x^i(t), & \text{else.} \end{cases} \quad (3)$$

3 基于 logistic 模型的自适应参数调整策略

3.1 缩放因子调整策略

由式 (1), F 越大, 则越有利于收敛到最优解. 当 $F > 1$ 时, 收敛速度将变慢, 且易发生早熟现象; F 越小, 收敛速度越快, 但过小则容易收敛于非最优解. 因此, 为避免早熟, F 值在算法初期应较大, 可保持个体的多样性, 易于找到全局最优值, 并且其值减小的速度也较大, 可加快最优解的收敛速度; 在算法后期, F 值减小的速度应趋缓, 易于局部最优值的搜索和稳定. 设 F 的最小值和最大值分别为 F_{max} 和 F_{min} , 若迭代开始时 F 的衰减率为 a , 则随着迭代次数的增加衰减率减少, 当 F 减少到最小值 F_{min} 时, F 停止减少, 即衰减率为零. 因此, F 的变化规律符合 logistic 模型^[13], 模型为

$$\begin{cases} \frac{dF}{dt} = a \left(1 - \frac{F}{F_{\text{min}}}\right) F, \\ F(0) = F_{\text{max}}. \end{cases} \quad (4)$$

对式 (4) 使用分离变量法求解, 可得到缩放因子 F 的动态调整公式

$$F(t) = \frac{F_{\text{min}}}{1 + \left(\frac{F_{\text{min}}}{F_{\text{max}}} - 1\right) e^{-at}}. \quad (5)$$

其中: t 为迭代次数, 参数 a 为初始衰减率. 调整 a 的值可调整曲线的曲率, 即调整缩放因子 F 的下降速度.

为了在保持种群多样性与收敛性之间寻求平衡, F 一般在 $[0.5, 1]$ 之间取值, 即 $F_{\text{min}} = 0.5$, $F_{\text{max}} = 1$. 初始衰减率 a 值越大, F 在迭代前期的下降速度越快; 反之, F 的下降速度比较慢. 当 $t = 0$ 时, $F = F_{\text{max}}$, 而当 $t \rightarrow +\infty$ 时, 易证 $F = F_{\text{min}}$.

3.2 交叉概率因子调整策略

由式 (2), CR 越大, 从变异向量 $v^i(t)$ 中得到的分量越多, 当 CR = 1 时, 则新个体所有的分量均来自变异向量 $v^i(t)$, 有利于局部搜索和提高收敛速度; CR 越小, 继承目标向量 $x^i(t)$ 中的分量越多, 当 CR = 0 时, 则新个体向量完全继承了目标个体向量 $x^i(t)$, 有利于保持种群的多样性和全局搜索. 因此, CR 值在算法初期应较小, 可提高全局搜索能力; 在算法后期应逐步增加 CR 值, 以提高局部搜索能力. 设 CR 的最小值和最大值分别为 CR_{max} 和 CR_{min} , 若迭代开始时 CR 的增长率为 b , 则随着迭代次数的增加增长率减少, 当 CR 增长到最大值 CR_{max} 时, CR 停止减少, 即增长率为零. 因此 CR 的变化规律也符合 logistic 模型, 模型为

$$\begin{cases} \frac{d\text{CR}}{dt} = b \left(1 - \frac{\text{CR}}{\text{CR}_{\text{max}}}\right) \text{CR}, \\ \text{CR}(0) = \text{CR}_{\text{min}}. \end{cases} \quad (6)$$

对式 (6) 使用分离变量法求解, 可得到交叉概率因子 CR 的动态调整公式

$$\text{CR}(t) = \frac{\text{CR}_{\text{max}}}{1 + \left(\frac{\text{CR}_{\text{max}}}{\text{CR}_{\text{min}}} - 1\right) e^{-bt}}. \quad (7)$$

其中: t 为迭代次数, 参数 b 为初始增长率. 调整 b 的值可调整曲线的曲率, 即调整交叉概率因子 CR 的增长速度.

为在保持种群多样性与收敛速度之间寻求平衡, CR 一般在 $[0.5, 1]$ 之间取值, 即 $\text{CR}_{\text{min}} = 0.5$, $\text{CR}_{\text{max}} = 1$. 初始增长率 b 值越大, CR 的增长速度越快; 反之, CR 的增长速度比较慢. 当 $t = 0$ 时, $\text{CR} = \text{CR}_{\text{min}}$, 而当 $t \rightarrow +\infty$ 时, 易证 $\text{CR} = \text{CR}_{\text{max}}$.

4 自适应差分进化算法步骤

Step 1: 对各参数进行初始设置, 包括种群规模, 缩放因子和交叉概率因子的最大值和最小值, 种群的

最大进化代数, 自变量的下界和上界. 随机生成初始种群, 并令迭代次数 $t=1$.

Step 2: 计算每个个体的适应值, 并更新种群最优解.

Step 3: 如果种群满足终止准则, 则输出种群中具有最小适应值的个体作为最优解; 否则, 执行 Step 4.

Step 4: 用式 (5) 和 (7) 分别计算缩放因子和交叉概率因子.

Step 5: 用式 (1) 对当前种群进行变异操作.

Step 6: 用式 (2) 对变异操作后的种群进行交叉操作.

Step 7: 用式 (3) 对交叉操作后的种群进行选择操作.

Step 8: 新的种群生成后, 令 $t=t+1$, 转 Step 2.

5 数值实验

5.1 Benchmarks 典型测试函数

为了更有效地测试基于 logistic 模型的缩放因子和交叉概率因子调整策略, 采用著名的 Benchmarks 测试函数集对算法进行测试^[5,9]. 本文选用其中具有典型特点的 Sphere 函数、Griewank 函数、Rosenbrock 函数和 Rastrigrin 函数, 其全局最优值均为 0. 取维数为 20, 各函数具体的公式和变量范围如表 1 所示.

表 1 测试函数

函数名	公式	变量范围
Sphere	$\sum_{i=1}^n x_i^2$	$[-100, 100]$
Griewank	$\sum_{i=1}^n x_i^2/4000 - \prod_{i=1}^n \cos(x_i/\sqrt{i}) + 1$	$[-100, 100]$
Rosenbrock	$\sum_{i=1}^{n-1} [100(x_{i+1}^2 - x_i) + (1 - x_i)^2]$	$[-30, 30]$
Rastrigrin	$\sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10]$	$[-5.12, 5.12]$

实验参数设置如下: 种群规模为 200; DE 算法中缩放因子为 0.85, 交叉概率因子为 1.0^[2]; ADE 算法中缩放因子范围为 [0.5, 1], 交叉概率因子范围为 [0.5, 1], 最大进化代数为 1000.

5.2 logistic 模型中参数对算法的影响

在 ADE 算法中, 需要设置初始缩放因子衰减率 a 和初始交叉概率因子增长率 b . 为计算简便, 令两参数相同, 在区间 [1e-3, 1e+3] 上按对数均匀分布取值. 针对不同的参数值, 均对 Sphere 函数进行 20 次寻优计算, 取平均值. 从图 1 可以看出, 参数大于等于 0.01 的最大最优值、最小最优值和平均最优值的变化不同, 对计算精度的影响不大. 从图 2 中的每代平均适应值的变化看, 随着参数的增大, 其收敛速度加快, 当参数大于等于 100 时趋于稳定.

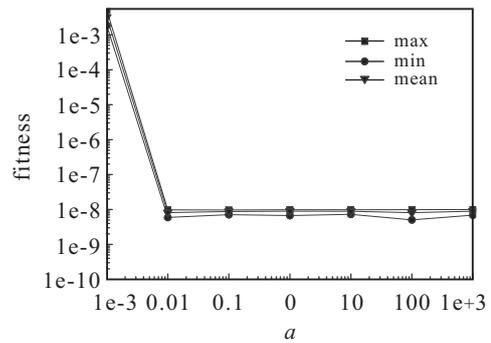


图 1 参数变化对计算精度的影响

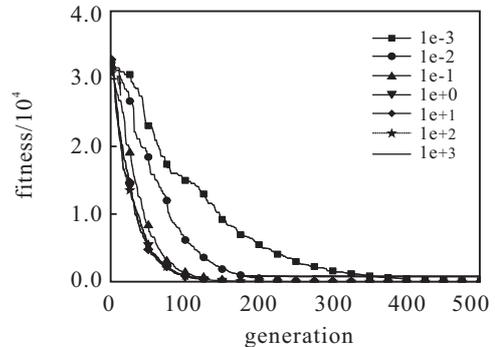


图 2 参数变化对收敛速度的影响

5.3 ADE 算法的性能分析

采用 5.1 节中的参数设置, 初始缩放因子衰减率和初始交叉概率因子增长率均为 100, 对 DE 算法、ADE 算法、文献 [4] 中的指数模型的 NLDE 算法以及文献 [7] 中采用线性模型的 LDE 算法单独运行 20 次, 实验结果分别如表 2 和图 3 所示.

表 2 算法寻优结果比较表

函数	算法	最大最优值	最小最优值	平均最优值
Sphere	DE	7.62e+03	3.00e+03	5.19e+03
	LDE	7.78	2.28	4.65
	NLDE	9.90e-09	7.41e-09	8.61e-09
	ADE	9.86e-09	5.04e-09	8.12e-09
Griewank	DE	2.96	1.68	2.46
	LDE	0.82	0.47	0.62
	NLDE	9.84e-09	9.05e-09	9.43e-09
	ADE	9.98e-09	6.46e-09	9.15e-09
Rosenbrock	DE	9.47e+06	2.22e+06	4.68e+06
	LDE	1.07e+03	3.93e+02	7.09e+02
	NLDE	9.16	6.42	7.26
	ADE	9.81	5.09	7.04
Rastrigrin	DE	2.13e+02	1.54e+02	1.86e+02
	LDE	1.45e+02	1.20e+02	1.32e+02
	NLDE	1.05e+02	88.36	98.15
	ADE	1.07e+02	82.88	97.72

由表 2 和图 3 可知, ADE 算法和 NLDE 算法在收敛速度和计算精度上明显高于 LDE 算法和标准 DE 算法. 与 NLDE 算法相比, 二者之间的计算性能相差不多, 说明指数形式的参数模型具有较好的自适应能力, 而 ADE 算法中自适应公式更具一般意义. 针对每一个函数形式, ADE 算法的特点是: 对于 Sphere 函

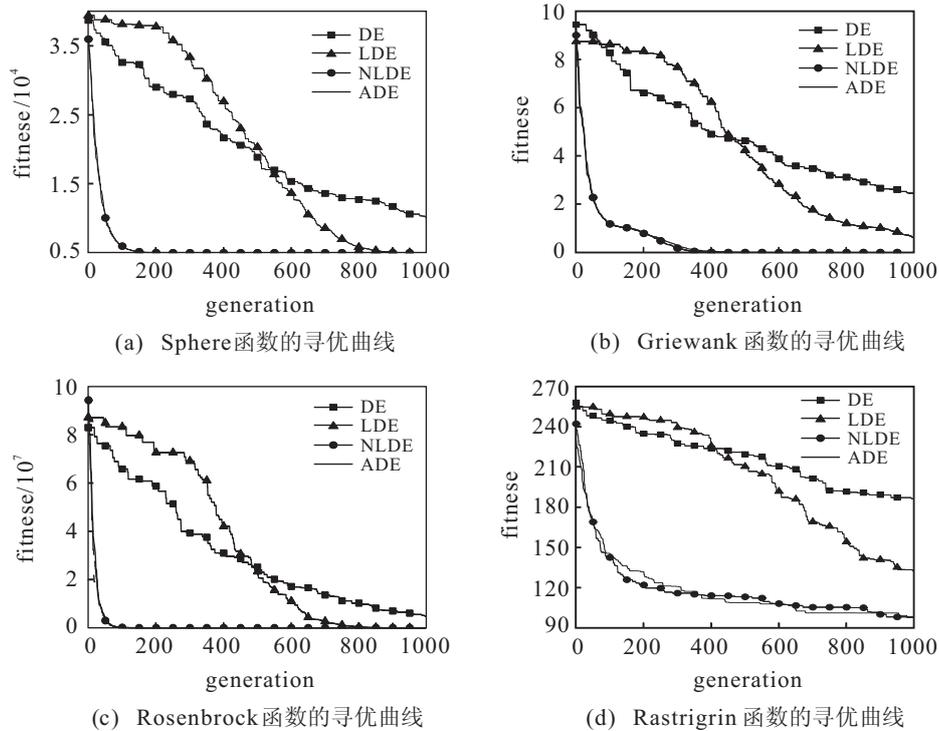


图3 4种测试函数的寻优曲线

数,其寻优精度高,收敛速度快,说明新算法具有更高的寻优能力;对于Rosenbrock函数,它能越过函数中全局最优与局部最优之间的狭窄山谷,搜索到全局最优点,说明新算法具有良好的执行性能;而对于Griewank函数和Rastrigrin函数,ADE算法能跳出函数中大量存在的局部最优点陷阱,说明新算法具有较强的全局寻优能力。

6 结 论

由于DE算法对控制参数的依赖性,提出合理选取参数的指导性方法或结论同样值得重视^[2]。本文利用缩放因子和交叉概率因子在搜索全局最优值和局部最优值的过程中的变化规律,求解得到了基于logistic模型的自适应缩放因子和交叉概率因子的计算公式。通过采用benchmarks测试函数集中典型函数对算法进行测试,实验表明该自适应策略具有较好的全局搜索和局部搜索平衡能力,能有效加快全局收敛速度,提高计算精度。

参考文献(References)

- [1] Storn R, Price K. Differential evolution—A simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces[J]. *J of Global Optimization*, 1997, 11(4): 341-359.
- [2] 刘波,王凌,金以慧. 差分进化算法研究进展[J]. *控制与决策*, 2007, 22(7): 721-729.
(Liu B, Wang L, Jin Y H. Advances in differential evolution[J]. *Control and Decision*, 2007, 22(7): 721-729.)
- [3] Price K V, Storn R M, Lampinen J A. Differential evolution: A practical approach to global optimization[M].

Berlin Heidelberg: Springer, 2005.

- [4] 颜学峰,余娟,钱锋. 自适应变异差分进化算法估计软测量参数[J]. *控制理论与应用*, 2006, 23(5): 744-748.
(Yan X F, Yu J, Qian F. Adaptive mutation differential evolution algorithm and its application to estimate soft sensor parameters[J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(5): 744-748.)
- [5] 邓泽喜,刘晓冀. 差分进化算法的交叉概率因子递增策略研究[J]. *计算机工程与应用*, 2008, 44(27): 33-36.
(Deng Z X, Liu X J. Study on strategy of increasing cross rate in differential evolution algorithm[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2008, 44(27): 33-36.)
- [6] 谭跃,谭冠政,涂立. 具有局部搜索策略的差分进化算法[J]. *计算机工程与应用*, 2009, 45(7): 56-58.
(Tan Y, Tan G Z, Tu L. Differential evolution algorithm with local search strategy[J]. *Computer Engineering and Application*, 2009, 45(7): 56-58.)
- [7] Jixiang Cheng, Gexiang Zhang. Improved differential evolutions using a dynamic differential factor and population diversity[C]. *Conf on Artificial Intelligence and Computational Intelligence*. Washington: IEEE Computer Society Press, 2009, 1: 402-406.
- [8] Daniela Zaharie. Influence of crossover on the behavior of differential evolution algorithms[J]. *Applied Soft Computing*, 2009, 9(3): 1126-1138.
- [9] Gilberto Reynoso-Meza, Javier Sanchis, Xavier Blasco. An adaptive parameter control for the differential evolution algorithm[C]. *IWANN 2009, Part I*. Berlin: Springer Verlag, 2009: 375-382.

(下转第1112页)