

文章编号: 1001-0920(2007)02-0164-05

基于精英选择和个体迁移的多目标遗传算法

祁荣宾, 钱 锋, 杜文莉, 颜学峰
(华东理工大学 自动化研究所, 上海 200237)

摘 要: 提出基于遗传算法求解多目标优化问题的方法, 将多目标问题分解成多个单目标优化问题, 用遗传算法分别在每个单目标种群中并行搜索. 在进化过程中的每一代, 采用精英选择和个体迁移策略加快多个目标的并行搜索, 提出了控制 Pareto 最优解数量并保持个体多样性的有限精度法, 同时还提出了多目标遗传算法的终止条件. 数值实验说明所提出的算法能较快地找到一组分布广泛且均匀的 Pareto 最优解.

关键词: 多目标优化; 遗传算法; Pareto 最优解

中图分类号: TP301 **文献标识码:** A

Multiobjective genetic algorithm based on elitist selection and individual migration

QI Rong-bin, QIAN Feng, DU Wen-li, YAN Xue-feng

(Institute of Automation, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China.

Correspondent: QIAN Feng, E-mail: fqian@ecust.edu.cn)

Abstract: A new method is proposed to solve multiobjective optimization based on genetic algorithm. The method is implemented to optimize each one of the multiobjective problem separately by parallel searching of genetic algorithm. At each generation of the evolving process, an elitist selection and individual migration to improve the parallel searching speed is applied. Finite precision method is applied to control the amount of the Pareto optimal solutions and keep the individual diversity. At the same time, a new stopping condition of multiobjective genetic algorithm is proposed. The numerical results demonstrate that the proposed method can fleetly find the Pareto optimal solutions which formerly are scattered extensively and uniformly.

Key words: Multiobjective optimization; Genetic algorithm; Pareto optimal solutions

1 引 言

目前用进化方法求解多目标优化问题已成为研究的热点. 通常多目标问题的最优解不是单个解, 而是具有一组相互之间不可比较的最优解集合, 这对传统的优化方法提出了挑战. 但在众多的优化方法中, 因为进化算法的并行性, 并且每次运行能得到一组解, 所以能够快速有效地求解多目标问题.

Schaffer^[1]于 1985 年提出了基于向量评估的遗传算法(VEGA), 在每一代中, 它基于各目标函数的计算, 用适应度比例法产生一定数目的子种群, 然后将其混合起来形成新一代, 继续执行交叉和变异的遗传算法. 但 VEGA 本质上仍然是加权和的方法. 此后, 又出现了许多成功的多目标进化方法.

Fonseca 等^[2]提出了著名的多目标遗传算法(MOGA), 它主要利用 Pareto 最优概念, 将优于某个体的个体数量作为该个体的适应度值, 并采用自适应小生境技术和受限杂交技术来提高种群多样性. 但该算法受小生境技术影响, 并且适应度的计算随着种群规模的扩大将非常耗时. Srinivas 等^[3]提出了基于非控分类的多目标遗传算法(NSGA), 但其中非控分类算法复杂度较高. Leung^[4]提出了用多个适应度函数, 从多个方向对解空间进行搜索, 其中每个适应度函数都是单个目标的加权和, 通过实验设计方法选择恰当的权值. 它能找到分布一致的 Pareto 最优解, 但权值的选择非常困难. Zitzler 等^[5]提出的 SPEA 方法和 Knowles 等^[6]提出的 PAES

收稿日期: 2005-10-27; 修回日期: 2006-02-13.

基金项目: 国家 973 计划项目(2002CB3122000); 国家 863 计划项目(2003AA412010, AA413130); 2006 上海市博士后科研基金项目.

作者简介: 祁荣宾(1974—), 女, 哈尔滨人, 博士后, 从事复杂系统的控制和优化的研究; 钱锋(1961—), 男, 江苏扬中人, 教授, 博士生导师, 从事智能控制技术及其在石化生产过程中的应用等研究.

方法都引入了精英机制来提高多目标进化算法的性能,但对精英种群的规模有着严格的限制。

本文提出了多目标遗传算法,它是在单目标搜索的基础上,借助于精英选择和个体迁移来保留 Pareto 最优解,同时加快算法的收敛速度。针对 Pareto 最优解数量过多,提出了限制目标函数值的精度来控制解的数量,并保持解的多样性。根据每一代精英种群中 Pareto 最优解的更新情况,提出了多目标遗传算法的新的终止条件。最后通过仿真实验验证了所提方法的快速性、有效性。通过仿真比较,该方法能得到一组高质量的 Pareto 最优解。

2 多目标遗传算法

2.1 多目标优化问题

考虑如下的多目标优化问题:

$$\begin{aligned} \min f(x) &= (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)), \\ \text{s. t. } x &\in [a, b]. \end{aligned} \quad (1)$$

其中:决策向量 $x \in R^n$, 即 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; 目标向量 $f(x) \in R^m$ 。多目标优化问题中,各个目标通常是相互制约的关系,对其中一个目标进行优化往往以其他目标的性能降低为代价,且其最优解不是唯一的。为了对多目标问题的解进行比较,先给出 Pareto 最优解的定义。

定义 1^[7] 称 $x \in [a, b]$ 是多目标优化问题的 Pareto 最优解,如果不存在 $y \in [a, b]$, 使 $f_i(y) < f_i(x), i = 1, 2, \dots, m$, 且至少有一个严格不等式成立。

由定义 1 可知, Pareto 最优解集中的解是彼此不可比较的,解集中的解数量越多,分布越广泛,决策者的选择空间越大,越能对实际多目标问题进行合理求解。

2.2 精英选择和个体迁移

Dedieu^[8] 提出了基于单目标遗传算法与 Pareto 最优结合的 MOGA。它先按多个单目标遗传算法进行演化,然后利用 Pareto 最优概念,将进化过程中产生的所有个体进行比较,得到一组 Pareto 最优解。整个过程由于各个单目标的求解都独立进行,因此求得的多目标解的质量不高,算法收敛速度不快。本文在文献[8]的基础上,提出了基于精英选择和个体迁移的遗传算法求解多目标优化问题。下面详细描述精英选择和个体迁移策略。

每个单目标问题所生成的个体集合称为子种群,所有子种群的集合称为多目标种群,各个单目标的子种群规模是相同的,另外建立一个精英种群来保存 Pareto 最优解。在每生成新一代多目标种群后,都要基于 Pareto 最优概念,对精英种群中的个体进行更新,剔除劣解,吸收新的 Pareto 最优解,保

证精英种群中的解都是目前意义上的 Pareto 最优解。进化过程结束后,精英种群中的所有 Pareto 最优解即是所求多目标问题的解。

在进化过程中,为了加快向 Pareto 最优解收敛的速度,将精英种群中的优秀个体迁移到相应的单目标子种群中。具体地,将每个单目标的子种群和精英种群合并看作新的目标子种群,在这新的目标子种群中执行锦标赛选择法,即从中随机选择指定数目为 T_{our} 的个体,比较后将该目标函数值最优的个体选择作为该目标的父代个体,直至选择出给定规模的父代个体。这样每个单目标子种群的父代个体中既包含了本目标中优秀的个体,也包含了从其他目标种群中迁移过来的属于精英种群的优秀个体,加快了寻找最优 Pareto 解的速度。

通常在搜索初期时,通过锦标赛选择法生成的父代个体中优秀个体的复制次数较多,因为初期时精英种群中个体的数量较少,参与锦标赛选择的个体较少。而随着搜索的进行,精英种群中的个体数量会越来越多,于是参与锦标赛选择的个体规模变得很大,选出来的相同优秀个体的复制次数会明显减少。

为了防止在搜索初期由于优秀个体的复制次数过多而导致收敛到局部区域,应保证被选择的优秀个体的复制次数不超过某指定的上限。这样除了能够找到各个单目标的最优值,而且由于种群个体的多样性还能够找到更多的 Pareto 最优解。

本文提出的方法弥补了文献[8]的不足。在多个单目标问题并行进行寻优的同时,通过精英选择将各个单目标问题的 Pareto 最优解集中到精英种群中,然后通过个体迁移将精英种群中的某分目标的优秀解植入到相应分目标的种群中。这样单目标寻优问题并不是自我封闭演化,而是与其他种群进行时时地信息交换,有利于多目标问题朝着 Pareto 前沿解的方向快速收敛,而各个单目标优化的对象不同,所以这种信息交换不会使算法出现早熟现象。

2.3 交叉和变异

本文的遗传算法采用浮点数编码。这样对于一个具有 n 个决策变量的优化问题的个体编码,是一个由 n 个在各自定义域内变化的实数变量组成的数组。本文的交叉算子采用线性交叉,具体如下:

随机选择两个父代个体, $x^1 = (x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1)$, $x^2 = (x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2)$ 。产生一个随机数。如果该数大于交叉概率,则不执行交叉操作,直接将两个父代个体复制为子代个体;否则,执行线性交叉。经过线性交叉后生成两个子个体,分别为

$$y^1 = (y_1^1, y_2^1, \dots, y_n^1), y^2 = (y_1^2, y_2^2, \dots, y_n^2),$$

$y_i^1 = x_i^1 + (1 - p_1) x_i^2, y_i^2 = x_i^1 + (1 - p_2) x_i^2,$
 $0 \leq x_i^1 \leq 1$ 和 $0 \leq x_i^2 \leq 1$ 随机产生。

每个个体的每个变量都有均等的变异机会,先选定一个个体的一个变量,然后产生一个随机数,如果该数大于变异概率,则不执行变异操作;否则在该个体相应变量的定义域范围重新随机生成一个变量。

2.4 有限精度法

许多多目标优化问题有大量的或无穷个 Pareto 最优解,为了控制 Pareto 最优解的数量,同时又不失多样性,以便给决策者更多的选择空间,学者们提出了多种算法^[9,10]。这些方法在能够精确控制求解数量和保证解的分布均匀的同时,也使计算时间大量增加。事实上,大多数时候并不需要精确控制解的数量,而只是希望解的数量不要过大而影响算法的收敛速度,为此提出有限精度法。

针对不同的问题,或同一问题的不同目标值,在不影响决策的情况下,设定不同的求解精度。当某些问题的目标值是较小的小数时,可以设定该目标值精确到小数点后某几位;如果目标值是较大的数,则设定较高几位有效,后面位数的数字不再考虑。精度的设定还要结合得到的最优解的数量来确定,通过改变精度观察得到最优解数量的变化情况,尽量使最优解的数量不低于百位数也不高于千位数。有限精度法并不需要额外的计算量,因此不会增加算法的计算时间。这样通过控制目标值的求解精度,可以有效控制 Pareto 最优解的数量,减少局部区域解的分布密度,有利于全局寻优,并加快收敛速度。

2.5 终止条件

目前多目标遗传算法终止条件大都给定一个最大进化代数,这样使得算法往往还没收敛到最优解就结束了;或者已经收敛了,但还在继续搜索,降低了算法的性能。本文提出一个新的终止条件:如果连续指定的迭代次数 T_{time} 中精英种群的 Pareto 最优解都没发生变化,即新一代 Pareto 最优解集与上一代的 Pareto 最优解集完全一样,则认为算法收敛,迭代结束。这个终止条件说明,该算法已经收敛到了 Pareto 最优解。

2.6 具体实现步骤

Step1: 初始化算法参数。交叉概率 P_c , 变异概率 P_m , 锦标赛竞赛规模 $Tour$, 子种群规模 $Popsize$, 优秀个体复制次数的上限, 各个目标值的计算精度, 终止时连续迭代次数 T_{time} 。

Step2: 针对多目标问题(1)中的 m 个目标,随机生成 m 个具有 $Popsize$ 个个体的子种群,采用浮点数值对个体进行编码,计算每个个体的目标函数值。

Step3: 对所有目标中的 $m \times Popsize$ 个个体的目标函数值进行比较,得到初始的 Pareto 最优解集,并保存到精英种群中。

Step4: 判断终止条件是否满足。如满足,则结束算法;否则,继续。

Step5: 先选定某个分目标,初始化该分目标子种群和精英种群中每个个体的复制次数为 0;然后在该分目标的子种群和精英种群中,随机选择 $Tour$ 个个体。其中每随机选择一个个体,都必须保证该个体的复制次数小于指定的上限,否则重新选择,直到选择出 $Tour$ 个个体;然后通过竞争将该分目标函数值最优的个体选作该分目标的父代个体,同时该个体的复制次数加 1。这个过程重复进行,直至完成该分目标的父代个体的选择;然后再完成其他分目标的父代个体选择。

Step6: 对每个分目标的父代子种群分别执行交叉、变异操作,产生 m 个目标的新一代子种群。

Step7: 通过 m 个新一代子种群中个体间的相互比较,得到新一代种群的 Pareto 最优解集。

Step8: 将由新一代种群产生的 Pareto 最优解集与精英种群中的 Pareto 最优解进行比较,剔除精英种群中的劣解,并将新的 Pareto 最优解包含进来,完成对精英种群的更新操作;然后返回 Step4。

3 仿真实例

实例 1^[4]

$$\begin{cases} \min f_1 = 2 \sqrt{x_1}, \\ \min f_2 = x_1(1 - x_2) + 5, \\ \text{s. t. } 1 \leq x_1 \leq 4, -20 \leq x_2 \leq 10. \end{cases} \quad (2)$$

实例 2^[4]

$$\begin{cases} \min f_1 = 1/(x_1^2 + x_2^2 + 1), \\ \min f_2 = x_1^2 + 3x_2^2 + 1, \\ \text{s. t. } -3 \leq x_1 \leq 3, -5 \leq x_2 \leq 5. \end{cases} \quad (3)$$

实例 3^[4]

$$\begin{cases} \min f_1 = 0.758 [x_1(6.4 \times 10^3 - x_2^2) + (10^3 - x_1)(10^4 - x_2^2)], \\ \min f_2 = 3.298 \times 10^{-5} \left[\frac{1}{4.096 \times 10^7 - x_2^4} - \frac{1}{10^8 - x_2^4} \right] x_1^3 + \frac{10^9}{10^8 - x_2^4}, \\ \text{s. t. } 40 \leq x_2 \leq 75.2, \\ 0 \leq x_1 \leq \frac{180(4.096 \times 10^7 - x_2^4)}{9.78 \times 10^6}. \end{cases} \quad (4)$$

为了验证本文算法的有效性,采用式(2)~(4)进行测试。算法参数均设定为:每个目标的子种群规模 $Popsize = 50$,交叉概率 $P_c = 0.9$,变异概率 P_m

$= 0.2$, 竞赛规模 $Tour = 5$, 最大终止迭代次数 $Maxgen = 80$. 实例 1 的 2 个目标值都精确到小数点后 2 位, 实例 2 的 2 个目标值都精确到小数点后 3 位, 实例 3 的第 1 个目标值精确到千位, 第 2 个目标值精确到小数点后 7 位. 每个实例都随机运行 10 次, 从运行结果看, 这 10 次随机运行得到的 Pareto 最优解的分布区域和分布密度是相同的. 只给出每个实例的第一次仿真结果如图 1 ~ 图 3 所示, 可以看出 3 个实例均能找到一组分布较均匀的 Pareto 最优解.

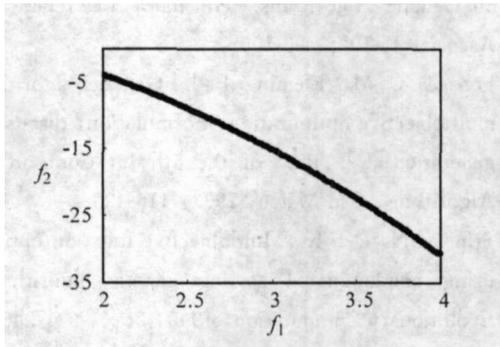


图 1 实例 1 的 Pareto 曲线

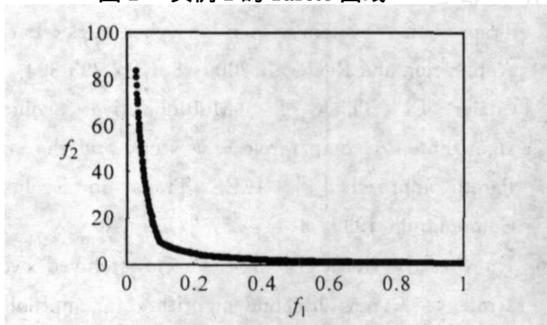


图 2 实例 2 的 Pareto 曲线

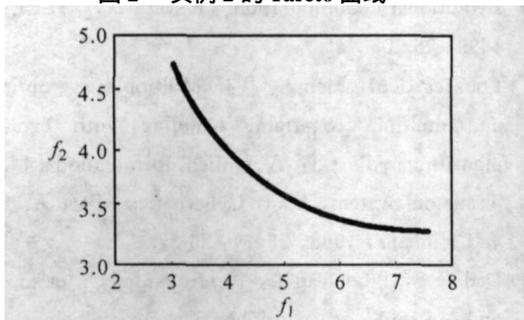


图 3 实例 3 的 Pareto 曲线

对上述 3 个实例, 通过仿真实验来测试优秀个体的复制次数对结果的影响. 每一个实例均分为 7 组实验, 即分别是优秀个体的复制次数上限为 2, 3, ..., 7, 8. 对每一个实例的每组实验随机运行 10 次, 每一次最大终止迭代次数 $Maxgen = 500$, 其余参数设定同上.

为便于比较, 在每次随机运行时, 相应实例的 7 组实验都设定相同的随机种子数, 具有相同的初始条件. 表 1 给出了 10 次随机运行的最优解和劣解的累加量, 其中每一次随机运行的劣解的数量是通过这次随机运行中 7 组实验的所有最优解进行相互比较得到的. 根据多次实验得出, 在搜索的前 20 代左右, 优秀个体的复制次数较多, 而且个体的复制次数最多不超过 7. 表 1 中给出的实例 1 和实例 2 的 7 组实验的最优解的数量是相同的, 且劣解的数量为 0. 这是因为在给定的精度下, 该算法在最大终止迭代次数为 500 时已经收敛, 个体的复制次数对结果没有产生影响. 而实例 3 的结果表明, 限制个体的复制次数可以不同程度地减少劣解的数量, 找到更多的 Pareto 最优解.

实例 4^[8]

$$\begin{cases}
 \min f_1 = \frac{x_1^2}{2} + \frac{(x_2 + 1)^2}{13} + 3, \\
 \min f_2 = \frac{x_1^2}{2} + \frac{(2x_2 + 2)^2}{15} + 1, \\
 \min f_3 = \frac{(x_1 + 2x_2 - 1)^2}{175} + \frac{(2x_2 - x_1)^2}{27} - 13, \\
 \text{s. t. } -3 \leq x_1, x_2 \leq 3.
 \end{cases} \quad (5)$$

通过实例 4 的仿真实验进一步给出个体迁移策略和精英选择方法的重要作用. 采用两种方法, 一是本文提出的方法, 二是在本文提出方法的基础上将个体迁移策略取消, 并在每个子种群中采用轮盘赌选择法. 每次实验均采用如下设定参数: 每个目标的子种群规模 $Popsize = 50$, 交叉概率 $P_c = 0.9$, 变异概率 $P_m = 0.2$, 竞赛规模 $Tour = 3$, 终止条件的连续迭代次数 $T_{time} = 5$. 每个目标值都精确到小数点

表 1 限制个体的复制次数后得到的最优解和劣解的数量

个体复制次数的上限	2	3	4	5	6	7	8
例 1 最优解	2 010	2 010	2 010	2 010	2 010	2 010	2 010
例 1 劣解	0	0	0	0	0	0	0
例 2 最优解	9 715	9 715	9 715	9 715	9 715	9 715	9 715
例 2 劣解	0	0	0	0	0	0	0
例 3 最优解	13 494	12 390	13 458	13 360	13 227	13 210	13 210
例 3 劣解	288	124	220	287	340	367	367

表2 两种方法的10次随机实验结果

序号		1	2	3	4	5
收敛	方法1	62	87	102	75	51
	方法2	140	152	134	152	61
最优解	方法1	146	155	144	140	148
	方法2	156	161	148	161	102
劣解	方法1	0	0	0	0	0
	方法2	1	0	2	0	9
序号		6	7	8	9	10
收敛	方法1	73	66	56	39	76
	方法2	140	33	144	127	89
最优解	方法1	146	143	146	139	143
	方法2	153	106	143	140	138
劣解	方法1	0	0	0	0	0
	方法2	0	14	0	0	2

后3位数字.两种方法10次随机实验的结果如表2所示.

由表2可以看出,个体迁移策略在不损失多样性的前提下,能大大加快算法的收敛速度.劣解的数量是通过将两种方法的 Pareto 最优解之间进行比较得到的.劣解的数量之少说明基于精英选择方法的有效性.图4给出了本文提出的方法的仿真结果,可以看出在较少的迭代次数内能找到一组分布广泛的 Pareto 最优解.

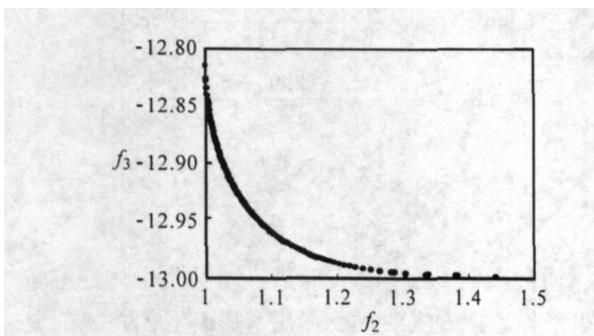
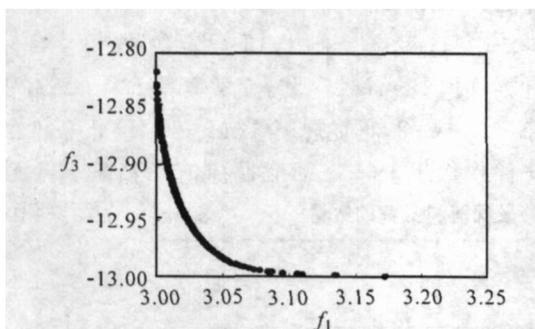
(a) Pareto 曲线(f_2, f_3)(b) Pareto 曲线(f_1, f_3)

图4 实例4的 Pareto 曲线

4 结 语

本文提出了基于精英选择和个体迁移的多目标遗传算法,在保证 Pareto 最优解质量的前提下,显著

提高了收敛速度.通过有限精度法,有效地控制了 Pareto 最优解的数量,并降低了局部区域解的分布密度,维持了种群的多样性.提出了多目标算法的基于 Pareto 最优概念的收敛条件,并基于此给出了算法的结束条件.仿真实验验证了上述方法的有效性、快速性.

参考文献(References)

- [1] Schaffer J D. Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms[C]. Proc of the 1st Int Conf on Genetic Algorithms. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, 1985: 93-100.
- [2] Fonseca C M, Fleming P J. Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation, discussion and generation [C]. Proc of the 5th Int Conf on Genetic Algorithms. San Mateo, 1993: 416-423.
- [3] Srinivas N, Deb K. Multiobjective function optimization using nondominated sorting genetic algorithms [J]. Evolutionary Computation, 1995, 2(2): 221-248.
- [4] Leung Y W, Wang Y P. Multiobjective programming using uniform design and genetic algorithm [J]. IEEE Trans on System Man, Cybernetics—Part C: Application and Reviews, 2000, 30(3): 293-304.
- [5] Zitzler E, Thiele L. Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength Pareto approach [J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 1999, 3(4): 257-271.
- [6] Knowles J, Corne D. The Pareto archived evolution strategy: A new baseline algorithm for multiobjective optimization [C]. Proc of the 1999 Congress on Evolutionary Computation. Piscataway: IEEE Press, 1999: 98-105.
- [7] Fonseca C M, Fleming P J. Multiobjective optimization and multiple constraint handling with evolutionary algorithms—Part I: A unified formulation [J]. IEEE Trans on System, Man, Cybernetics—Part A: Systems and Humans, 1998, 28(1): 26-37.
- [8] Dedieu S, Pibouleau L, Azzaropantel C, et al. Design and retrofit of multiobjective batch plants via a multicriteria genetic algorithm [J]. Computers and Chemical Engineering, 2003, 27(12): 1723-1740.
- [9] Zitzler E, Thiele L. Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength Pareto approach [J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 1999, 3(4): 257-271.
- [10] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA- [J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.