

计及分布式电源无功特性的弱环配电网复仿射潮流算法

陈鹏伟¹, 肖湘宁¹, Mesut BARAN²

(1. 新能源电力系统国家重点实验室(华北电力大学), 北京市 102206;

2. 未来可再生能源传输和管理系统工程中心(北卡罗来纳州立大学), 罗利 27695, 美国)

摘要:为解决前推回代复仿射潮流算法在弱环及多分布式电源(DG)接口类型配电网中的适用性问题,在详细分析前推回代复仿射潮流计算特点的基础上,引入基于道路矩阵的回路分析法来解决该适应性问题。随后,针对仿射算术无法在区间不确定性条件下准确描述 DG 无功控制特性的不足,采用无功灵敏度矩阵与电压灵敏度矩阵两步修正的方式,提出了可计及 DG 无功控制特性的复仿射潮流改进算法。最后,基于 IEEE 33 节点系统、PG&E 69 节点系统以及实际 113 节点系统扩展的含多 DG 接口类型的不同规模配电网验证了所提算法的有效性与准确性。

关键词:配电网;潮流;不确定性;前推回代;复仿射;回路分析;灵敏度矩阵

0 引言

新能源的分布式开发、多能互补综合利用已成为能源系统发展的方向之一^[1-2]。随着可再生能源的就地消纳、电动汽车负荷等不确定因素的增加,运行不确定性成为配电网的显著特征,而不确定性潮流计算将成为不确定性的有效分析工具之一。目前,不确定性潮流计算方法主要有概率潮流^[3-4]、模糊潮流^[5-6]、区间潮流^[7-9]等 3 类计算方法。对于概率潮流或模糊潮流,实际工程中往往难以获得不确定性参数准确的概率密度或隶属函数,而近似处理或人为设定又易导致分析结果出现较大偏差。相对而言,区间潮流采用区间数对不确定性参数进行描述,由于仅需已知变量的边界信息,因此在缺乏足够系统历史运行数据的条件下,区间潮流无疑具有更好的工程适用性^[9]。

文献[8]探讨了区间潮流的有效解法,提出通过牛顿算子线性化、区间高斯-塞德尔迭代法来获得区间非线性方程组的有效解范围。文献[9]则进一步采用 Krawczyk-Moore 迭代法对区间潮流进行求解,由于需要不断更新 Krawczyk 算子,整个求解过程较为繁琐。文献[10-11]通过引入区间算术,提出了基于前推回代法的配电网区间潮流算法。为改善区间算术中忽略相关性所带来的运算保守性,可计及区间相关性的仿射算术^[12]被引入到区间潮流计

算中,用于获得比区间潮流更准确的计算结果。文献[13]推导了功率的仿射方程,并引入线性规划法求解最优噪声元,推动了区间潮流与仿射算术的融合。文献[14]通过引入仿射算术来缩小 Krawczyk-Moore 区间迭代法得到有效解的范围,但运算转换过程相对复杂。文献[15]将线性潮流算法与仿射求逆方法相结合,提出了一种基于非迭代仿射求逆的配电网区间线性三相潮流算法,但存在固有误差。文献[16-18]将仿射算术用于前推回代过程,提出了复仿射潮流算法,较好地解决了辐射状配电网区间潮流结果的保守性问题。文献[19]进一步将前推回代复仿射潮流算法用于功率-电压的相关性分析中,并提出了不确定注入功率对辐射状配电网电压不确定性影响的量化方法。

考虑到配电网的辐射状结构与高阻抗比特性,前推回代复仿射潮流算法应用于配电网潮流计算时具有较好的精度与计算效率表现,但仍存在以下不足:①前推回代法仅适用于辐射状结构的配电网,因而无法直接应用于弱环配电网;②要求网络除首端平衡节点外的其余节点均为 PQ 节点,因而无法应用于含多类型分布式电源(distributed generator, DG)的配电网,如构成 PV 节点的 DG。对于确定性前推回代潮流计算,可采用灵敏度阻抗矩阵修正等方式实现对弱环及多 DG 接口类型配电网的潮流计算,但对于前推回代复仿射潮流计算而言,由于无法直接以复仿射算术准确描述区间不确定性情况下潮流状态量之间的受控关系(如 DG 接入节点无功与电压之间),因此修正法不能直接应用。

收稿日期:2018-07-19;修回日期:2019-02-09。

上网日期:2019-03-05。

中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(2016XS02)。

为解决前推回代法复仿射潮流在多 DG 接口类型及弱环配电网中的不适用问题,并针对仿射算术无法在不确定性条件下准确描述 DG 无功控制策略的不足,通过引入基于道路矩阵的回路分析,并采用无功灵敏度矩阵与电压灵敏度矩阵两步修正的方式,提出了计及 DG 无功控制特性的复仿射潮流改进算法。

1 前推回代复仿射潮流算法特征分析

前推回代复仿射潮流算法的基本步骤与传统前推回代法类似,具体可参见文献[16-18]。考虑到计算过程中存在多种噪声元处理方式且为了便于分析,本文简要说明其基本计算步骤。

步骤 1:初始化。根节点记为节点 0,其余节点记为 1,2,...,n,将各节点的注入功率区间转化为复仿射数形式。以上标“ $\wedge$ ”进行标记,具体转化方式与复仿射运算规则可参见附录 A 及文献[12,20]。对于任一节点 j , $S_j^+ = [S_j^-, S_j^+]$, S_j^+ 与 S_j^- 分别为节点注入功率上、下界,若有功与无功采用同一噪声元,则

$$\hat{S}_j = S_{j,0} + S_{j,j}\epsilon_j \quad (1)$$

式中: $S_{j,0} = (S_j^+ + S_j^-)/2$; $S_{j,j} = (S_j^+ - S_j^-)/2$; ϵ_j 为噪声元,取值范围为 $[-1,1]$ 。

为统一处理,将复仿射节点注入功率写成式(2)所示矩阵形式。

$$\hat{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} \hat{S}_1 \\ \hat{S}_2 \\ \vdots \\ \hat{S}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{1,0} & S_{1,1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ S_{2,0} & 0 & S_{2,2} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ S_{n,0} & 0 & 0 & \cdots & S_{n,n} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_n \\ \epsilon_{\text{err}} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: ϵ_{err} 为误差噪声元。

若有功与无功无相关性,则采用不同噪声元,需拓展噪声元数。初始化各节点复仿射电压,其矩阵形式与式(2)相同。若设各节点复仿射电压为 1.0 (标么值),则系数矩阵第 1 列中心值处为 1.0,其余元素均为 0,令迭代次数 $k=1$ 。

步骤 2:回代过程。计算节点注入电流复仿射值,

$$\hat{I}_{g,j}(k) = \left(\frac{\hat{S}_j}{\hat{U}_j(k-1)} \right)^* \quad (3)$$

式中: $\hat{U}_j(k-1)$ 为第 $k-1$ 次迭代节点 j 的复仿射电压;上标“ $*$ ”为取共轭运算符号。

从线路最末端开始,通过对支路电流的求和计算,获得各支路的始端复仿射电流。若采用节点-支路关联矩阵 $\mathbf{A}$,则回代过程可等效为:

$$\hat{\mathbf{I}}_b(k) = \mathbf{A}^{-1} \hat{\mathbf{I}}_g(k) \quad (4)$$

式中: $\hat{\mathbf{I}}_g(k) = [\hat{I}_{g,1}(k), \hat{I}_{g,2}(k), \dots, \hat{I}_{g,n}(k)]^T$ 为第 k 次迭代各支路始端复仿射电流向量; $\hat{\mathbf{I}}_b(k)$ 为第 k 次迭代支路电流向量。

步骤 3:前推过程。计算各支路复仿射电压降,并以根节点电压作为边界逐级求取支路末端复仿射电压,有

$$\hat{U}_j(k) = \hat{U}_{j-1}(k) - \Delta \hat{U}_j(k) \quad (5)$$

式中: $\Delta \hat{U}_j(k)$ 为节点 $j-1$ 与 j 间第 k 次迭代复仿射电压降。

步骤 4:收敛判定。两次迭代间除根节点外各节点电压最大偏差小于阈值 δ ,即

$$\max_{1 \leq j \leq n} |\hat{U}_j(k) - \hat{U}_j(k-1)| < \delta \quad (6)$$

则停止迭代,复仿射数转换为区间数,否则令 $k = k+1$,返回步骤 2。

需要说明以下三点。

1)由于式(3)涉及复仿射除法,若严格遵循复仿射算术规则,则每次回代过程均会产生新的误差噪声元,且产生数目与节点数成正比。为避免噪声元扩张带来的计算效率降低问题,可有 2 种处理方式:忽略误差噪声元^[16]、误差噪声元合并^[21]。本文采用混合处理,即忽略实仿射平方、倒数运算中新增的误差噪声元,而将其余运算(包括复仿射乘法、标量乘法、加法及减法)所涉及的误差噪声元合并,统一记为式(2)所示 ϵ_{err} ,具体原因分析见第 2.2 节。

2)前推回代复仿射潮流计算过程中节点注入功率仅由初始数据确立,为 PQ 节点在区间不确定性情况下的简单拓展,因而与传统前推回代法类似,不能兼顾不同节点类型的潮流模型,也就无法体现 DG 本地无功控制对潮流不确定性的影响。

3)回代过程由支路末端电流(即节点注入电流)依序累加获得,该过程不适用于环网。虽然配电网在正常运行时一般为辐射状结构,但在某些运行方式下,如负荷转移或故障处理等,可能会出现环网运行状态。这一应用场景要求前推回代复仿射潮流算法能够满足弱环配电网区间潮流的应用需求。

2 弱环配电网复仿射潮流

2.1 弱环配电网回路分析

对于含 b 条支路、 m 个独立回路的 N 节点弱环配电网,将根节点作为参考节点,则 $n = N-1, b =$

$m+n$ 。设回路电流复仿射列向量为 $\hat{\mathbf{I}}_m$,则由基尔霍夫电流定律可得^[22]:

$$\mathbf{B}^T \hat{\mathbf{I}}_m + \mathbf{T}^T \hat{\mathbf{I}}_g = \hat{\mathbf{I}}_b \quad (7)$$

式中: $\mathbf{B}$ 为 $m \times b$ 阶回路-支路关联矩阵; $\mathbf{T}$ 为 $n \times b$ 阶道路-支路关联矩阵;上标“T”为矩阵转置运算符号。

节点的道路是指节点沿树到根节点所经过的支路集合,对于一个给定的树,节点的道路是唯一的。以道路-支路关联矩阵表示时,若支路 j 在道路 i ,则道路-支路关联矩阵 $\mathbf{T}$ 的第 i 行第 j 列为 1,否则为 0。简单含弱环配电网如图 1 所示。

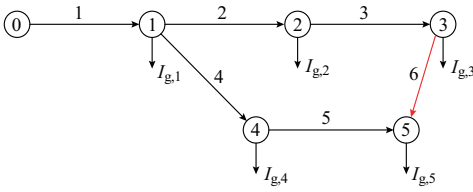


图 1 含弱环配电网示意图
Fig. 1 Schematic diagram of weak-mesh distribution network

以图 1 为例,选择支路 1 至 5 作为树支,而支路 6 作为连支,则节点-支路关联矩阵可划分为 $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_t, \mathbf{A}_l]$,其中 $\mathbf{A}_t$ 为对应树支部分的子矩阵, $\mathbf{A}_l$ 为对应连支部分的子矩阵。由 $\mathbf{AB}^T = \mathbf{0}$,可直接得回路-支路关联矩阵:

$$\mathbf{B} = [\mathbf{B}_t, \mathbf{E}_m] = [-\mathbf{A}_t^T (\mathbf{A}_t^{-1})^T, \mathbf{E}_m] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中: $\mathbf{B}_t$ 为 $\mathbf{B}$ 对应树支部分的子矩阵; $\mathbf{E}_m$ 为单位矩阵,其维数与回路数相同。

由针对树支的链式搜索,可得道路-支路关联矩阵:

$$\mathbf{T} = [\mathbf{T}_t, \mathbf{T}_l] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中: $\mathbf{T}_t$ 和 $\mathbf{T}_l$ 分别为 $\mathbf{T}$ 对应树支与连支部分的子矩阵,且 $\mathbf{T}_l = \mathbf{0}$ 表示道路不经过连支。

令支路电压降复仿射列向量为 $\Delta \hat{\mathbf{U}}_b$,支路阻抗对角阵为 $\mathbf{Z}_b$,则依序按树支和连支进行矩阵(或向量)分解后,应用基尔霍夫电压定律有:

$$\mathbf{B} \Delta \hat{\mathbf{U}}_b = [\mathbf{B}_t, \mathbf{E}_m] \begin{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{U}}_{bt} \\ \Delta \hat{\mathbf{U}}_{bl} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_t & \mathbf{E}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{bt} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Z}_{bl} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{I}}_{bt} \\ \hat{\mathbf{I}}_{bl} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (10)$$

式中: $\Delta \hat{\mathbf{U}}_{bt}$ 和 $\Delta \hat{\mathbf{U}}_{bl}$ 分别为 $\Delta \hat{\mathbf{U}}_b$ 对应树支部分和连支部分的子向量; $\mathbf{Z}_{bt}$ 和 $\mathbf{Z}_{bl}$ 分别为 $\mathbf{Z}_b$ 对应树支部分和连支部分的子矩阵; $\hat{\mathbf{I}}_{bt}$ 和 $\hat{\mathbf{I}}_{bl}$ 分别为 $\hat{\mathbf{I}}_b$ 对应树支部分和连支部分的子向量。

由式(7)代入式(10),可进一步展开为:

$$\mathbf{B}_t \mathbf{Z}_{bt} \mathbf{T}_t^T \hat{\mathbf{I}}_g + (\mathbf{B}_t \mathbf{Z}_{bt} \mathbf{B}_t^T + \mathbf{Z}_{bl}) \hat{\mathbf{I}}_m = \mathbf{0} \quad (11)$$

令 $\mathbf{Y}_m^{-1} = \mathbf{B}_t \mathbf{Z}_{bt} \mathbf{B}_t^T + \mathbf{Z}_{bl}$,则复仿射回路电流可表示为:

$$\hat{\mathbf{I}}_m = -\mathbf{Y}_m \mathbf{B}_t \mathbf{Z}_{bt} \mathbf{T}_t^T \hat{\mathbf{I}}_g \quad (12)$$

进而,可分别得树支的复仿射电流与复仿射电压降:

$$\hat{\mathbf{I}}_{bt} = \mathbf{T}_t^T \hat{\mathbf{I}}_g + \mathbf{B}_t^T \hat{\mathbf{I}}_m \quad (13)$$

$$\Delta \hat{\mathbf{U}}_{bt} = \mathbf{Z}_{bt} \hat{\mathbf{I}}_{bt} \quad (14)$$

2.2 弱环配电网前推回代复仿射潮流算法

基于上述回路分析,弱环配电网前推回代复仿射潮流算法计算步骤如下所示。

步骤 1:初始化。由各节点注入功率区间设定复仿射注入功率,初始化各节点复仿射电压,初始化方式同第 1.2 节。

步骤 2:回代过程。按式(3)计算复仿射节点注入电流,实现对树支部分的回代计算,即 $\hat{\mathbf{f}}_g(k) = \mathbf{T}_t^T \hat{\mathbf{I}}_g(k)$ 。

步骤 3:环路修正。按式(12)求复仿射回路电流 $\hat{\mathbf{I}}_m(k)$,并计算 $\hat{\mathbf{f}}_m(k) = \mathbf{B}_t^T \hat{\mathbf{I}}_m(k)$ 与 $\hat{\mathbf{I}}_{bt}(k) = \hat{\mathbf{f}}_g(k) + \hat{\mathbf{f}}_m(k)$ 。

步骤 4:前推过程。按式(14)计算各树支支路的复仿射电压降 $\Delta \hat{\mathbf{U}}_{bt}(k)$,并利用根节点电压作为边界条件求末端节点复仿射电压,同式(5)。

步骤 5:收敛判定。若两次迭代间除根节点外各节点电压最大偏差小于阈值,则停止迭代,并将复仿射数转换为区间数;否则令 $k = k + 1$,返回步骤 2。

需要指出:由于弱环配电网复仿射潮流计算过程中存在环路修正步骤,因此若采用合并方式处理误差噪声元易导致迭代过程出现数值振荡,则收敛缓慢甚至发散;而忽略误差噪声元又会使得最终的区间结果趋于保守,区间解的完备性无法保证。因此,对于上述复仿射算术过程中的误差噪声元扩张问题采用混合处理方式。

3 计及 DG 无功特性的配电网复仿射潮流算法原理

3.1 DG 无功控制模型

DG 本地无功控制会对源-荷不确定性条件下

的潮流分布产生直接影响。按其接口换流器的控制策略, DG 无功控制模型可大致分为 3 类, 如图 2 所示: ① $Q(P)$ 型, 包括定无功与定功率因数 2 种基本控制策略; ② $Q(V)$ 型, 由本地控制系统根据电压幅值确定无功参考值, 通常采用一阶分段函数表示^[23]; ③ V 恒定型, 即定电压控制, 电压参考值一般由上级能量管理系统给定。图 2 中: Q_{ref} 和 U_{ref} 分别为 DG 输出无功和电压参考值; P^-, P^+, Q^-, Q^+ 分别为有功和无功的下界和上界; Q_{max} 和 Q_{min} 分别为 DG 输出无功的上限和下限; $U_{\text{min1}}, U_{\text{min2}}, U_{\text{max1}}, U_{\text{max2}}$ 为分段点参数。

由图 2(a) 和图 2(b) 可见, 在 $Q(P)$ 型 DG 输出有功采用区间建模时, 定无功控制策略下无功可描述为仿射量中心值; 定功率因数可通过与有功共享同一噪声元来实现。从本质上说, 对 $Q(P)$ 型 DG 输出无功的描述等同于与有功相关的描述, 因而复仿射数及前推回代复仿射潮流算法对 $Q(P)$ 型 DG 具有较好的适用性。

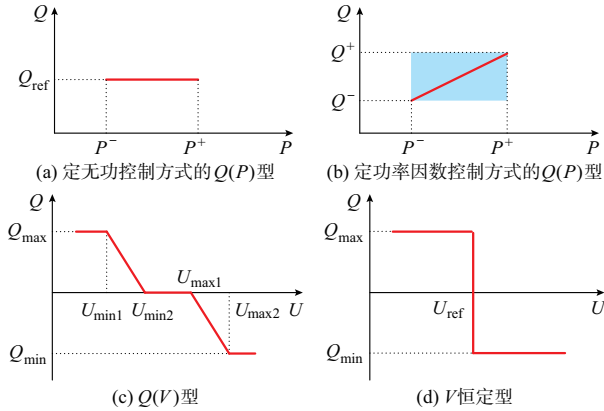


图 2 DG 无功控制策略
Fig. 2 Reactive power control strategies of DG

$Q(V)$ 型与 V 恒定型 DG 实际为电压控制的电流源, 无功注入量(即控制变量)与电压幅值(即状态变量)之间存在非线性因果关系。由于仿射算术与区间算术均存在不可逆性, 因而无法准确描述。举例而言, 对于 $x^\pm = [1, 2]$ 与 $y^\pm = 1/x^\pm$, 若采用区间算术, 则 $y^\pm = [0.5, 1]$; 若采用仿射算术, 则 $y^\pm = [0.414, 1]$, 然而对于逆运算 $z^\pm = x^\pm y^\pm$, 区间与仿射算术的结果却分别为 $[0.5, 2]$ 与 $[0.829, 1.293]$, 均不等于 1, 从而表明区间与仿射算术在描述非线性因果关系上的不足。

一般而言, 在 DG 输出有功一定的情况下, 其端电压随 DG 注入无功的增大而增大, 且对配电网其他节点电压有提升作用^[24], 这也是图 2(c) 所示无功控制策略的设计基础。由于 $Q(V)$ 型与 V 恒定型无功控制策略对 DG 端电压都是非增的, 因此在处理

时可根据端电压幅值区间中点生成确定性无功, 并通过修正的方式参与复仿射潮流迭代运算, 从而可获得较为保守的初始电压边界。无功中心值修正方程如下式所示:

$$Q_s(k) = \begin{cases} f(U_s^c(k-1)) & Q_{\min} < f(U_s^c(k-1)) < Q_{\max} \\ Q_{\max} & f(U_s^c(k-1)) \geq Q_{\max} \\ Q_{\min} & f(U_s^c(k-1)) \leq Q_{\min} \end{cases} \quad (15)$$

式中: $U_s^c(k-1)$ 为第 $k-1$ 次迭代的 DG 端电压幅值区间中心值; $f(U_s^c(k-1))$ 为无功中心值修正表达式。

$Q(V)$ 型 DG 可直接采用图 2(c) 所示一阶分段函数, 如下式所示:

$$f(U_s^c(k-1)) = \begin{cases} R_1(U_{\min1} - U_s^c(k-1)) & U_{\min2} < U_s^c(k-1) < U_{\min1} \\ 0 & U_{\min1} < U_s^c(k-1) < U_{\max1} \\ -R_2(U_s^c(k-1) - U_{\max1}) & U_{\max1} < U_s^c(k-1) < U_{\max2} \end{cases} \quad (16)$$

式中: R_1 和 R_2 为下垂系数。

对于 V 恒定型 DG 则须联合处理, 可采用灵敏度矩阵进行修正。设 V 恒定型 DG 间的戴维南等效阻抗矩阵为 $Z_s = R_s + jX_s$, 则 V 恒定型 DG 电流增量向量 $\Delta \dot{I}_s = \Delta I_{s, \text{re}} + j\Delta I_{s, \text{im}}$ 与端电压增量向量 $\Delta \dot{U}_s = \Delta U_{s, \text{re}} + j\Delta U_{s, \text{im}}$ 满足下式:

$$\begin{bmatrix} X_s & R_s \\ -R_s & X_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\Delta I_{s, \text{im}} \\ \Delta I_{s, \text{re}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta U_{s, \text{re}} \\ \Delta U_{s, \text{im}} \end{bmatrix} \quad (17)$$

令第 $k-1$ 次迭代的 DG 端电压区间的中心值为 $\dot{U}_s^c(k-1) = U_s^c(k-1) \angle \theta_s^c(k-1)$, 则相应的视在功率变化量 $\Delta S_s(k) = \Delta P_s(k) + j\Delta Q_s(k) = \dot{U}_s(k) \odot \Delta \dot{I}_s^*$, 可展开为:

$$\begin{aligned} \Delta P_s(k) &= U_s^c(k-1) \odot (\cos \theta_s^c(k-1) \odot \Delta I_{s, \text{re}} + \sin \theta_s^c(k-1) \odot \Delta I_{s, \text{im}}) \\ \Delta Q_s(k) &= U_s^c(k-1) \odot (\sin \theta_s^c(k-1) \odot \Delta I_{s, \text{re}} - \cos \theta_s^c(k-1) \odot \Delta I_{s, \text{im}}) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \Delta P_s(k) &= U_s^c(k-1) \odot (\cos \theta_s^c(k-1) \odot \Delta I_{s, \text{re}} + \sin \theta_s^c(k-1) \odot \Delta I_{s, \text{im}}) \\ \Delta Q_s(k) &= U_s^c(k-1) \odot (\sin \theta_s^c(k-1) \odot \Delta I_{s, \text{re}} - \cos \theta_s^c(k-1) \odot \Delta I_{s, \text{im}}) \end{aligned} \quad (19)$$

式中: $\odot$ 为矩阵元素积运算符号; $\sin(\cdot)$ 与 $\cos(\cdot)$ 分别表示对向量各元素进行正弦与余弦计算的运算符号。

考虑到无功修正不应影响有功, 即 $\Delta P_s(k) = 0$, 从而由式(18)与式(19)可得:

$$\Delta Q_s(k) = -U_s^c(k-1) \odot \Delta I_{s, \text{im}} \oslash \cos \theta_s^c(k-1) \quad (20)$$

式中: $\oslash$ 为向量元素除法运算符。

若忽略 $\Delta \mathbf{I}_{S, re}$, 则由式(17)可近似为:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{I}_{S, im} = & -\mathbf{X}_S^{-1} \Delta \mathbf{U}_{S, re} = \\ & -\mathbf{X}_S^{-1} (\mathbf{U}_{ref} - \mathbf{U}_S^c(k-1)) \odot \cos \boldsymbol{\theta}_S^c(k-1) \end{aligned} \quad (21)$$

式中: $\mathbf{U}_{ref}$ 为电压参考值向量。

从而可取无功灵敏度矩阵 $\mathbf{K}_{\Delta I} = \mathbf{X}_S^{-1} \mathbf{U}_S^c(k-1)$, V 恒定型 DG 的无功修正方程可表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(\mathbf{U}_S^c(k-1)) = \mathbf{Q}_S(k-1) + \Delta \mathbf{Q}_S(k) = \\ \mathbf{Q}_S(k-1) + \mathbf{K}_{\Delta I} (\mathbf{U}_{ref} - \mathbf{U}_S^c(k-1)) \end{aligned} \quad (22)$$

3.2 计及 DG 无功特性的前推回代复仿射潮流算法流程

计及 DG 无功特性的前推回代复仿射潮流算法可分内、外 2 个循环进行:内层循环承担弱环配电网复仿射潮流计算,如第 2.2 节所述;而外层循环则根据内层循环收敛结果按式(15)求解 $Q(V)$ 型或 V 恒定型 DG 注入无功修正量,并将其作为中心值叠加至 DG 接入节点复仿射注入功率上,然后再转入内层循环,直至外层无功修正量收敛。

需要指出:①由于实际每次迭代时 DG 无功改变引起的注入电流改变量对整个系统影响相对有限,因此可直接采用单层循环,即在内层循环中更新 DG 无功复仿射量,当满足电压精度要求后停止迭代;②由于配电网中 V 恒定型 DG 的数量相对有限,因而戴维南等效阻抗矩阵 $\mathbf{Z}_S$ 的规模一般较小,可利用单位电流注入法进行求解。特别地,对于弱环配电网而言,还可选择忽略联络开关所在支路,而仅针对辐射状网络求取开环戴维南等效阻抗矩阵 $\mathbf{Z}_R$ 来近似替代 $\mathbf{Z}_S$ 。 $\mathbf{Z}_R$ 可由道路矩阵直接表示为 $\mathbf{Z}_R = \mathbf{T}_R \mathbf{Z}_b \mathbf{T}_R^T$, 其中 $\mathbf{T}_R$ 为道路矩阵中 V 恒定型 DG 对应行向量所构成的子矩阵,但与之对应的是潮流计算效率可能会有所降低。

由于 DG 输出无功是按端电压幅值中点进行校正的,因此上述复仿射潮流区间结果还需进一步收缩,即边界修正。以电压上界为例,修正过程如下。

步骤 1:根据上述前推回代复仿射潮流计算初步结果 $\dot{\mathbf{U}}_0^\pm = [\dot{\mathbf{U}}_0^-, \dot{\mathbf{U}}_0^+]$, 以节点电压区间中心值计算各节点电压幅值、相角对 $Q(V)$ 型及 V 恒定型 DG 无功增量的电压灵敏度矩阵 $\mathbf{K}_{\Delta Q}$ (可由雅可比矩阵获得),并令 $k=1$ 。

步骤 2:由 $\dot{\mathbf{U}}^+(k-1) = \mathbf{U}^+(k-1) \angle \boldsymbol{\theta}^+(k-1)$ 按式(19)或式(22)推出满足 DG 输出无功上、下限约束的无功增量 $\Delta \mathbf{Q}_S(k)$, 则

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}^+(k) \\ \boldsymbol{\theta}^+(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}^+(k-1) \\ \boldsymbol{\theta}^+(k-1) \end{bmatrix} + \mathbf{K}_{\Delta Q} \Delta \mathbf{Q}_S(k) \quad (23)$$

步骤 3:若 $\Delta \mathbf{Q}_S(k)$ 满足精度要求,则停止迭代;否则令 $\mathbf{Q}_S(k) = \mathbf{Q}_S(k-1) + \Delta \mathbf{Q}_S(k)$, 并返回步骤 2。

关于电压下界的修正,与上界类似,不再重复展示。结合电压修正环节后,计及 DG 无功特性的前推回代复仿射潮流完整算法流程如图 3 所示。

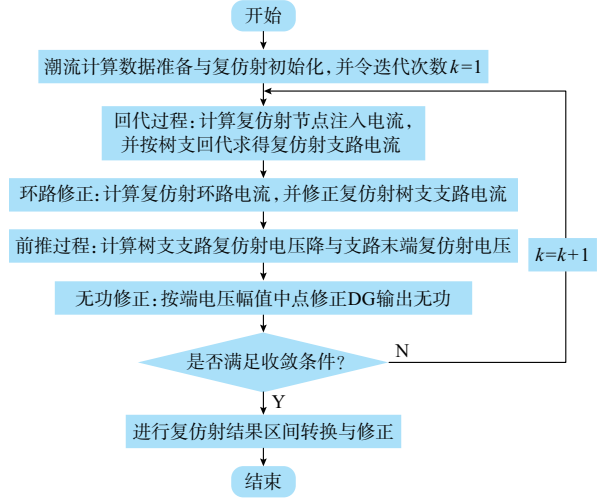


图 3 计及 DG 无功特性的前推回代复仿射潮流算法流程

Fig. 3 Flow chart of complex affine power flow algorithm considering characteristics of DG reactive power

4 算例验证与分析

4.1 测试系统参数

为验证所提复仿射潮流算法的有效性,本文以扩展的 IEEE 33 节点系统、PG&E 69 节点系统以及实际 113 节点系统为例进行测试分析,并选择光伏作为 DG 主要的接入形式。若无特殊说明,则各节点负荷变化范围均设为 $\pm 10\%$,收敛精度设为 $\eta = 1 \times 10^{-4}$,以基于牛顿-拉夫逊法的蒙特卡洛随机潮流(Monte Carlo-based probabilistic load flow, MC-PLF)的边界结果作为参照。考虑到不确定变量在区间内的概率分布不会影响输出变量最终的上、下边界,为简化处理,各不确定量在各自区间内设为均匀分布,总模拟次数设为 1×10^4 。

扩展后的 IEEE 33 节点系统结构如附录 B 图 B1 所示,光伏输出有功区间均设为 $[300, 400]$ kW,光伏输出有功占总有功负荷的比例分布为 $[29.36\%, 47.85\%]$ 。光伏 1 与 3 采用单位功率因数输出,光伏 2 与 4 则采用以下控制方案。

方案 1:定功率因数,功率因数设为 0.8。

方案 2:定电压控制, U_{ref} 分别设为 0.975 与

0.97。

方案 3: $Q(V)$ 型控制, $[U_{\min 2}, U_{\min 1}, U_{\max 1}, U_{\max 2}]=[0.97, 0.99, 1.00, 1.02]$ 。

光伏 1 至 4 的可输出无功范围均设为 $[-300, 300]$ kvar。其他测试系统的结构及参数可参见附录 C 与附录 D。

4.2 算例结果分析

表 1 给出了扩展 IEEE 33 节点系统 8 种运行方式下不同负荷波动范围的前推回代仿射潮流收敛的迭代次数。

表 1 扩展 IEEE 33 节点系统 8 种运行方式及其收敛迭代次数
Table 1 Eight operation modes of modified IEEE 33-node system and its iterative number of convergence

运行方式	环路闭合情况	控制方案	不同负荷波动范围的迭代次数			
			±5%	±10%	±15%	±20%
1	闭合环路①和②	方案 1	3	3	3	3
2	闭合环路③至⑤	方案 1	3	3	3	3
3	闭合环路①至⑤	方案 1	3	3	3	3
4	环路全部打开	方案 2	4(1)	4(2, 5)	4(2, 5)	4(2, 5)
5	闭合环路①和②	方案 2	4(3, 5)	4(3, 5)	4(3, 5)	4(3, 5)
6	闭合环路①至⑤	方案 2	4(4)	4(5)	4(3)	4(3)
7	闭合③④	方案 3	6(6)	6(5, 5)	6(6)	6(6)
8	闭合①至⑤	方案 3	7(5, 5)	7(5, 5)	7(5, 5)	7(4)

注: 括号内为电压上、下边界平均修正次数, 例如 4(1) 中 4 为主迭代次数, 1 为额外修正次数。

由表 1 可见, 对于不同回路数及负荷不确定性情况, 所提算法收敛所需前推回代迭代次数均保持稳定, 如采用相同无功控制方案的运行方式 1 至 3 与方式 4 至 6。需要指出, 对于 V 恒定型与 $Q(V)$ 型 DG 控制所需要的区间结果修正环节, 由于电压灵敏度矩阵 $K_{\Delta Q}$ 在迭代过程中为定常矩阵, 且规模一般较小, 对区间结果进行修正的计算耗时要远远小于仿射前推回代过程, 修正环节迭代次数差异不会导致计算耗时存在太大差异。因此, 本文所提前推回代仿射潮流算法基本不受回路数及负荷不确定性的影响。

针对负荷变化区间为 $\pm 10\%$ 的情况, 图 4 给出了方式 1 与 3 的仿射潮流电压幅值区间及其与 MC-PLF 的对比结果, 方式 5 与 6 的仿射潮流电压幅值区间及其与 MC-PLF 的对比则如附录 E 图 E1 所示, 方式 7 与 8 如附录 E 图 E2 所示, 其中初始

上、下界由仿射前推回代算法得到, 最终电压上、下界经修正获得。

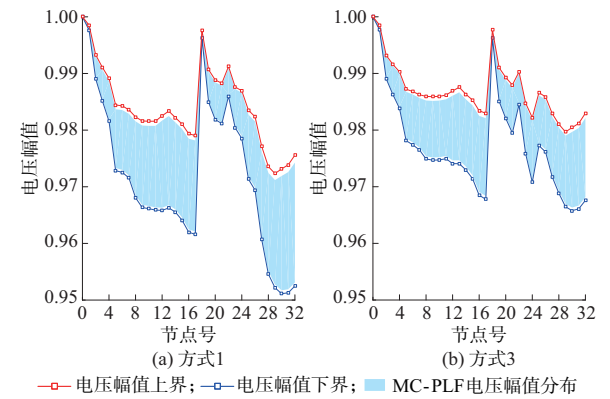


图 4 扩展 IEEE 33 节点系统仿射射潮流与 MC-PLF 电压幅值区间对比
Fig. 4 Comparison of voltage magnitude interval of modified IEEE 33-node system between complex affine arithmetic-based power flow and MC-PLF

对比图 4 与附录 E 图 E1 和图 E2 可见, 当仅含 $Q(P)$ 型 DG 时, 电压幅值区间由根节点向馈线末端逐级扩大, 电压不确定性由源、荷共同导致, 而当含有 V 恒定型与 $Q(V)$ 型 DG 时, 由于 DG 输出无功可以本地调节, 因此电压不确定性得到抑制。此外, 环路闭合后负荷离根节点的电气距离缩短, 负荷电流的变化引起负荷节点的电压波动范围也随之变小。总体而言, 对于各种环路闭合情况的弱环配电网, 所提前推回代仿射潮流算法均具有很好的准确度, 与 MC-PLF 的边界结果极其贴合。虽然对于含 V 恒定型与 $Q(V)$ 型 DG 的仿射潮流算法需要修正环节, 误差有所增加, 但在保证区间完备性的同时仍具有较好的准确度。

与图 4、附录 E 图 E1 和图 E2 对应, 不同运行方式下的电压相角区间可参见附录 E。与电压幅值区间相比, 前推回代仿射潮流算法获取的相角区间准确度有所降低, 保守性有一定增加, 尤其是含 V 恒定型与 $Q(V)$ 型 DG 的仿射潮流计算结果。算法的误差来源主要有 2 个方面: ①仿射算术中除法等非仿射运算的近似; ②DG 无功控制策略影响的修正。前者是误差的主要成因, 后者进一步扩大了该误差, 尤其体现在相角上, 但电压相角的区间解仍具有很好的完备性, 即始终包含 MC-PLF 模拟得到的电压相角分布范围。

更多关于 PG&E 69 节点系统与实际 113 节点系统的测试结果可参见附录 F 与附录 G, 与文献 [14] 所提基于 Krawczyk 迭代的区间-仿射潮流算法的对比结果可参见附录 H。本文所提算法保留了前推回代法的高效性, 并能处理弱环配电网及多

类型 DG 控制策略的影响,在不同规模测试系统中均具有较好的效率与准确性,且计算耗时远小于基于 Krawczyk 迭代的区间-仿射潮流算法。

5 结语

本文通过引入基于道路矩阵的回路分析,提出了一种适用于弱环网的前推回代复仿射潮流算法。该算法继承了前推回代法面向支路的高效计算优点,且收敛性基本不受回路数与源-荷不确定水平的影响。随后,针对仿射算术无法准确描述 DG 无功特性的不足,利用灵敏度矩阵两步修正的方式,提出了计及 DG 无功特性的前推回代复仿射潮流改进算法。基于扩展的 33 节点系统、PG&E 69 节点系统以及实际 113 节点系统,通过 MC-PLF 验证了所提算法在弱环网及 DG 不同无功控制策略下的准确性。

为提高前推回代复仿射潮流算法对 DG 不同无功控制策略的适用性,本文采用了中心值复仿射迭代与电压边界修正相结合的近似处理方式。如何在 DG 或换流站定电压及下垂控制方式下进一步提高电压幅值与相角边界的准确性将是下一步研究的重点。

附录见本刊网络版(<http://www.aeps-info.com/aeps/ch/index.aspx>)。

参考文献

[1] 王成山,李鹏,于浩.智能配电网的新形态及其灵活性特征分析与应用[J].电力系统自动化,2018,42(10):13-21. DOI: 10.7500/AEPS20171012002.
WANG Chengshan, LI Peng, YU Hao. Development and characteristic analysis of flexibility in smart distribution network [J]. Automation of Electric Power Systems, 2018, 42(10): 13-21. DOI: 10.7500/AEPS20171012002.

[2] 陶顺,陈鹏伟,肖湘宁,等.智能配电网不确定性建模与供电特征优化技术综述[J].电工技术学报,2017,32(10):77-91.
TAO Shun, CHEN Pengwei, XIAO Xiangning, et al. Review on uncertainty modeling and power supply characteristics optimization technology in smart distribution network [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2017, 32(10): 77-91.

[3] AI Xiaomeng, WEN Jinyu, WU Tong, et al. A discrete point estimate method for probabilistic load flow based on the measured data of wind power [J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2013, 49(5): 2244-2252.

[4] 叶林,张亚丽,李强,等.采用分段离散化和高斯混合模型的多场景概率潮流计算[J].电力系统自动化,2017,41(12):131-137. DOI:10.7500/AEPS20160923009.
YE Lin, ZHANG Yali, LI Qiang, et al. Calculation of multi-scenario probabilistic power flow based on piecewise and Gaussian mixture model [J]. Automation of Electric Power

Systems, 2017, 41 (12): 131-137. DOI: 10.7500/AEPS20160923009.

[5] MATOS M A, EDUARDO G. The fuzzy power flow revisited [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2008, 23(1): 213-218.

[6] BIJWE P R, VISWANADHA RAJU G K. Fuzzy distribution power flow for weakly meshed systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2006, 21(4): 1645-1652.

[7] 廖小兵,刘开培,张亚超,等.基于区间泰勒展开的不确定性潮流分析[J].电工技术学报,2018,33(4):750-758.
LIAO Xiaobing, LIU Kaipei, ZHANG Yachao, et al. Uncertain power flow analysis based on interval Taylor expansion[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2018, 33(4): 750-758.

[8] WANG Zian, ALVARADO F L. Interval arithmetic in power flow analysis[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1992, 7(3): 1341-1349.

[9] 裴爱华,刘明波,张弛.考虑负荷不确定性的区间潮流计算方法[J].电力系统及其自动化学报,2004,16(6):24-27.
PEI Aihua, LIU Mingbo, ZHANG Chi. Interval algorithm for power flow calculation with uncertain load[J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2004, 16(6): 24-27.

[10] BISWAUP D. Radial distribution system power flow using interval arithmetic [J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2002, 24(10): 827-836.

[11] 王成山,王守相.基于区间算法的配电网三相潮流计算及算例分析[J].中国电机工程学报,2002,22(3):58-62.
WANG Chengshan, WANG Shouxiang. Distribution three-phase power flow based on interval algorithm and test results [J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(3): 58-62.

[12] DE FIGUEIREDO L H, STOLFI J. Affine arithmetic: concepts and applications[J]. Numerical Algorithms, 2004, 37(1/2/3/4): 147-158.

[13] VACCARO A, CANIZARES C A, VILLACCI D. An affine arithmetic-based methodology for reliable power flow analysis in the presence of data uncertainty[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2010, 25(2): 624-632.

[14] 丁涛,崔翰韬,顾伟,等.基于区间和仿射运算的不确定潮流算法[J].电力系统自动化,2012,36(13):51-55.
DING Tao, CUI Hantao, GU Wei, et al. An uncertainty power flow algorithm based on interval and affine arithmetic [J]. Automation of Electric Power Systems, 2012, 36(13): 51-55.

[15] 敖鑫,王淳.配电网区间线性三相潮流的非迭代仿射求逆计算方法[J].电力系统自动化,2018,42(15):150-156. DOI: 10.7500/AEPS20170915008.
AO Xin, WANG Chun. Non-iterative affine inverse algorithm for interval linear three-phase power flow calculation of distribution networks [J]. Automation of Electric Power Systems, 2018, 42 (15): 150-156. DOI: 10.7500/AEPS20170915008.

[16] 韩亮,王守相.含光伏风电的基于仿射算法的配电三相潮流计算[J].电网技术,2013,37(12):3413-3418.
HAN Liang, WANG Shouxiang. Affine algorithm based calculation of three-phase power flow in distribution network

connected with PV generation and wind generation[J]. Power System Technology, 2013, 37(12): 3413-3418.

[17] 王守相,韩亮. DG 出力不确定性对配电网影响力分析的复仿射数学方法[J]. 中国电机工程学报,2014,34(31):5507-5515.

WANG Shouxiang, HAN Liang. Complex affine arithmetic based method for the analyses of DG's uncertainty influence on distribution network[J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(31): 5507-5515.

[18] WANG Shouxiang, HAN Liang, WU Lei. Uncertainty tracing of distributed generations via complex affine arithmetic based unbalanced three-phase power flow[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2015, 30(6): 3053-3062.

[19] 陈鹏伟,陶顺,肖湘宁,等. 配电网电压不确定水平区间分析模型[J]. 中国电机工程学报,2018,38(4):1035-1044.

CHEN Pengwei, TAO Shun, XIAO Xiangning, et al. An interval model to analyze the voltage levels of uncertainty in distribution network[J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38(4): 1035-1044.

[20] MANSON G. Calculating frequency response functions for uncertain systems using complex affine analysis[J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 288(3): 487-521.

[21] 王树洪,邵振国. 考虑 DG 运行不确定性的复仿射 Ybus 高斯迭代区间潮流算法[J]. 电力自动化设备,2017,37(3):38-44.

WANG Shuhong, SHAO Zhenguo. Interval power-flow algorithm based on complex affine Ybus-Gaussian iteration considering uncertainty of DG operation[J]. Electric Power Automation Equipment, 2017, 37(3): 38-44.

[22] 李红伟,张安安. 含 PV 型分布式电源的弱环配电网三相潮流

计算[J]. 中国电机工程学报,2012,32(4):128-135.

LI Hongwei, ZHANG Anan. Three-phase power flow solution for weakly meshed distribution system including PV-type distributed generation[J]. Proceedings of the CSEE, 2012, 32(4): 128-135.

[23] BIDGOLI H S, VAN CUTSEM T. Combined local and centralized voltage control in active distribution networks[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(2): 1374-1384.

[24] 张立梅,唐巍. 计及分布式电源的配电网前推回代潮流计算[J]. 电工技术学报,2010,25(8):123-130.

ZHANG Limei, TANG Wei. Back/forward sweep power flow calculation method of distribution networks with DGs[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2010, 25(8): 123-130.

陈鹏伟(1992—),男,通信作者,博士研究生,主要研究方向:电能质量、智能配电网不确定分析与优化。E-mail: chenpw2014@163.com

肖湘宁(1953—),男,教授,博士生导师,主要研究方向:电力系统电能质量控制、现代电力电子技术。E-mail: xxn@ncepu.edu.cn

Mesut BARAN(1957—),男,教授,IEEE Fellow,主要研究方向:电力系统分析与控制、电力电子技术应用。E-mail: baran@ncsu.edu

(编辑 顾晓荣)

Complex Affine Arithmetic Based Power Flow Algorithm for Weak-mesh Distribution Network Considering Reactive Power Characteristics of Distributed Generator

CHEN Pengwei¹, XIAO Xiangning¹, Mesut BARAN²

- (1. State Key Laboratory of Alternate Electrical Power System with Renewable Energy Sources (North China Electric Power University), Beijing 102206, China;
2. Future Renewable Electric Energy Delivery & Management Systems Center (North Carolina State University), Raleigh 27695, USA)

Abstract: In order to solve the applicability problems of the back/forward sweep complex affine arithmetic based power flow (CAA-PF) algorithm to the weak-mesh distribution with multi-type of distributed generators (DGs), based on the detailed calculation characteristics analysis of the back/forward sweep CAA-PF algorithm, the loop analysis based on path matrix is adopted. In terms of the limits of the affine arithmetic in describing the reactive power uncertainty characteristics of DG, an improved CAA-PF algorithm using two-step correction of the reactive power and voltage sensitivity matrices is developed. Tests on the modified distribution networks with different scales based on the IEEE 33-node system, PG&E 69-node system and a real 113-node system with multi-type DG interconnections validate the effectiveness and applicability of the proposed algorithm.

This work is supported by Fundamental Research Funds for Central Universities (No. 2016XS02).

Key words: distribution network; power flow; uncertainty; back/forward sweep; complex affine arithmetic; loop analysis; sensitivity matrix