一种基于博弈论的发电商竞价策略模型与算法

尚金成[1]，黄永皓[1]，张维存[2]，刘洪杰[2]，刘文茂[2]

（1. 河南省电力公司调度通信中心，河南省郑州市 450052）

（2. 烟台东方电子信息产业股份有限公司北京研究院，北京市 100085）

摘要：随着电力市场化改革的推进，发电厂商的竞价策略问题正在受到越来越多的关注，解决这一问题的关键在于从数学模型上对它进行合理的描述。文中将发电厂商竞价问题看成是竞标者同市场间的对策，进而用博弈论中的零和二人混合对策来进行数学描述，经过推导给出了一种简单实用的发电厂商竞价策略。该策略的目标是使发电厂商的期望收益达到最大，前提条件是市场电价的预测值服从已知的正态分布规律。最后给出了一个具体的算例说明算法和模型的实用性。

关键词：电力市场；竞价策略；博弈论

中图分类号：TM73；F123.9；O22

0　引言

电力工业的市场化改革正在全世界范围内展开，我国也正处在"厂网分开、竞价上网"这一改革的进程之中[1,2]。6个省市电力公司作为试点，已经先后开发了各自的商业化运营技术支持系统。

电网商业化运营后，发电厂商的竞价策略将直接影响其经济利益，因此，电力市场中的竞价策略问题正在受到越来越多的关注。各种研究成果不断涌现[3~5]，其中，基于博弈论的报价策略已有一些研究结果[6~9]。作者认为，应用博弈论研究电力市场中的报价策略问题，关键在于如何使问题描述更加接近实际情况。文献[6~9]中考虑的情况是已知所有竞争对手（发电厂商）的报价规律，其报价形式为一组线性函数，而这些线性函数的2个参数服从正态分布。事实上，要掌握所有竞争对手的报价规律并不容易。

本文考虑这样一种情况：已知市场电价的分布规律（正态分布），不知道其他参与市场竞价的发电厂商的竞价策略，把竞价问题看成是发电厂商和市场之间的零和二人混合对策，从而得到基于博弈论的最优报价方案。

1　博弈论简介[10]

博弈论是研究2个或2个以上参加者在对抗性或竞争性局势下，如何做出有利于己方决策的数学理论。下面介绍几个基本概念。

1.1　矩阵对策

定义1　设局中人1有 m 个策略，局中人2有 n 个策略。局中人1，2分别选择策略 i 和 j（$i=1,2,\cdots,m$；$j=1,2,\cdots,n$）时，局中人1从局中人2处得到的支付是 a_{ij}，则支付矩阵为：

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

对策由矩阵 $\boldsymbol{A}$ 完全确定。这种对策叫做矩阵对策。$\{1,2,\cdots,m\}$ 和 $\{1,2,\cdots,n\}$ 分别是局中人1和2的策略集。

a_{ij} 是局中人1得到的支付，局中人2得到的支付则是 $-a_{ij}$。这就是说，局中人1得到的就是局中人2付出的。由于参加者只有2个，并且在任何情况下双方得到的支付之和为0，即 $a_{ij}+(-a_{ij})=0$。这种对策称为零和二人对策，零和体现了双方的冲突。

局中人1希望得到的支付越大越好，局中人2则相反，他希望支付 a_{ij} 越小越好，即 $(-a_{ij})$ 越大越好。但是，在支付矩阵 $\boldsymbol{A}$ 中，每个局中人只能控制2个变量 i 和 j 中的一个：局中人1只能控制变量 i，局中人2只能控制变量 j。

如果局中人1选定一个策略 i，则他至少可以得到的支付为：

$$V_i=\min_{1\leqslant j\leqslant n} a_{ij}$$

这就是支付矩阵第 i 行的最小元素。由于局中人1希望支付值尽可能大，他可以选择 i 使上式为最大。即他可以使支付为：

$$V_{ji}\geqslant \max_{1\leqslant i\leqslant m}\min_{1\leqslant j\leqslant n} a_{ij}$$

同理，如果局中人2选定一个策略，则局中人1得到的支付为：

$$V_j\leqslant \max_{1\leqslant i\leqslant m} a_{ij}$$

这是支付矩阵第 j 列的最大元素。由于局中人2希

收稿日期：2002-03-07。

望支付值尽可能小,他可以选择 j 使上式为最小,这就是说,他可以使局中人 1 得到的支付为:

$$V_{ij} \leqslant \min_{1 \leqslant j \leqslant n} \max_{1 \leqslant i \leqslant m} a_{ij}$$

一般情况下,对于任意 $m \times n$ 矩阵对策 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})$,必有:

$$\max_{1 \leqslant i \leqslant m} \min_{1 \leqslant j \leqslant n} a_{ij} = \min_{1 \leqslant j \leqslant n} \max_{1 \leqslant i \leqslant m} a_{ij}$$

当上式中等号成立时,即

$$\max_{1 \leqslant i \leqslant m} \min_{1 \leqslant j \leqslant n} a_{ij} = \min_{1 \leqslant j \leqslant n} \max_{1 \leqslant i \leqslant m} a_{ij} = v$$

称这个值 v 为对策的值。此时,必有 1 个 $i=i^*$ 和 1 个 $j=j^*$,使

$$a_{ij^*} \leqslant a_{i^*j^*} = v \leqslant a_{i^*j}$$

对于一切 i 和一切 j 成立。

这就是说,如果局中人 1 采用策略 i^*,则若局中人 2 选择 j^* 以外的策略,支付值不可能小于 v;如果局中人 2 采用策略 j^*,则若局中人 1 选择 i^* 以外的策略,支付值不可能大于 v。i^* 和 j^* 分别称为局中人 1 和 2 的最优策略。(i^*,j^*)是对策的一个鞍点,或称为对策的一个解。

1.2 零和二人无限对策

零和二人无限对策是矩阵对策的简单推广,就是将每个局中人的策略集从一个有限集转换成一个无限集,在本问题中,这个无限集就是区间[0,1]中的全体实数。

定义 2 局中人 1 从区间[0,1]中选择一个数 x,局中人 2 完全独立地从区间[0,1]中选择一个数 y;x 和 y 称为局中人1,2 的纯策略。选定 x,y 后,局中人 1 得到支付为 $B(x,y)$,局中人 2 得到支付为 $-B(x,y)$。这种对策称为零和二人无限对策。

1.3 混合策略

定义 3 零和二人无限对策局中人 1 的混合策略是定义在[0,1]上的分布函数 $F(x)$。对于每一个 $x\in[0,1]$,$F(x)$是用某种随机方法选出的数小于或等于 x 的概率,也就是随机变量 ζ 的值小于或等于 x 的概率:

$$F(x) = P(\zeta \leqslant x)$$

局中人 2 的混合策略 $G(y)$也是定义在[0,1]上的分布函数,其意义与 $F(x)$相同,即

$$G(y) = P(\zeta \leqslant y)$$

局中人 1,2 分别按分布函数即混合策略 $F(x)$,$G(y)$在区间[0,1]中选择策略。

如果局中人 2 采用纯策略 y,局中人 1 采用混合策略 $F(x)$,则局中人 1 的期望支付是:

$$J_{y,F(x)}(x,y) = \int_0^1 B(x,y)\mathrm{d}F(x)$$

式中:积分是 Stieltjes 积分。

如果局中人 1 采用纯策略 x,局中人 2 采用混合策略 $G(y)$,则局中人 1 的期望支付是:

$$J_{x,G(y)}(x,y) = \int_0^1 B(x,y)\mathrm{d}G(y)$$

2 报价问题描述

考虑单个时段的报价问题,我们将报价方定义为局中人 1,将市场定义为局中人 2。局中人 1 采用纯策略 x;x 的实际意义就是竞标出力(单位时间的电量可用出力代替)。局中人 2 采用混合策略 $G(y)$;$G(y)$的实际意义就是市场预测电价的概率分布,这里考虑为正态分布,但其意义与混合策略中的定义有所不同,在竞价问题中应取:

$$G(y) = P(\zeta \geqslant y)$$

根据概率论的中心极限定理,实际问题中的许多随机变量,只要它们是由大量的相互独立的随机因素的综合影响所形成,而其中每一个个别的因素在总的影响中所起的作用都很微小,则这种随机变量就近似服从正态分布。其概率密度为:

$$g(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{(y-\bar{y})^2}{2\sigma^2}} \tag{1}$$

式中:$\bar{y}$ 为预测电价;σ^2 为预测电价的误差方差。

式(1)中的 $g(y)$是在 $G(y)=P(\zeta\leqslant y)$的意义下得到的,而在 $G(y)=P(\zeta\geqslant y)$的意义下,应做如下修正:

$$g(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{(y+\bar{y})^2}{2\sigma^2}} \tag{2}$$

报价方即局中人 1 的期望支付函数为:

$$B(x,y) = xy$$

考虑电能生产的费用为:

$$C(x) = ax^2 + bx + c$$

式中:a,b,c 为发电成本函数的参数。

扣除成本后,报价方的期望收益为:

$$E(G,x) = \int_0^1 B(x,y)\mathrm{d}G(y) - ax^2 - bx - c = \int_0^1 xy\mathrm{d}G(y) - ax^2 - bx - c$$

即

$$E(G,x) = \int_{\infty}^{-\infty} xy \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{(y+\bar{y})^2}{2\sigma^2}}\mathrm{d}y - ax^2 - bx - c$$

3 报价策略的推导

为使报价方的期望收益最大,投标者即局中人 1 的决策应满足:

$$\frac{\mathrm{d}E(G,x)}{\mathrm{d}x} = 0 \tag{3}$$

由于

$$\int_0^1 y\mathrm{d}G(y) = \int_{\infty}^{-\infty} y \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \mathrm{e}^{-\frac{(y+\bar{y})^2}{2\sigma^2}} \mathrm{d}y = \bar{y} - \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{\frac{-\bar{y}^2}{2\sigma^2}}$$

故有：

$$E(G,x) = x\left[\bar{y} - \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{\frac{-\bar{y}^2}{2\sigma^2}}\right] - ax^2 - bx - c$$

则由式(3)得：

$$x^* = \frac{-b + \bar{y} - \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{\bar{y}^2}{2\sigma^2}}}{2a}$$

这样，我们就得到基于博弈论的最优出力方案为：

$$P_{\mathrm{opt}} = x^* = \frac{-b + \bar{y} - \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{\bar{y}^2}{2\sigma^2}}}{2a}$$

起始出力 $P_{\mathrm{ini}} = P_{\min}$；若 $P_{\mathrm{opt}} \leqslant P_{\min}$，则无报价空间，$P_{\min}$ 为机组最小技术出力。

相应的报价 λ 为：

$$\lambda = \bar{y} - \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{\bar{y}^2}{2\sigma^2}}$$

4 报价策略的扩展

以上所得到的报价方案针对每个时段只报 1 个出力–电价。若每个时段要求报多个出力–电价，则按下面的策略进行扩展。

以上述报价方案为第 1 出力–价格，也就是最低价格，这样，该价格最有可能被采购。其余各时段价格及出力确定如下(设价格段数为 n)：

第 $i(i \geqslant 2)$ 时段起始出力 P_{ini} 为：

$$P_{\mathrm{ini}} = P_{\mathrm{opt}} + (i-2)\frac{P_{\max} - P_{\mathrm{opt}}}{n-1}$$

式中：$P_{\max}$ 为机组最大技术出力。

第 i 时段终止出力 P_{end} 为：

$$P_{\mathrm{end}} = P_{\mathrm{opt}} + (i-1)\frac{P_{\max} - P_{\mathrm{opt}}}{n-1}$$

第 i 时段报价为：

$$\lambda_i = 2a\left[P_{\mathrm{opt}} + (i-1)\frac{P_{\max} - P_{\mathrm{opt}}}{n-1}\right] + b$$

按以上方案进行报价，最低价格段方案被采购的可能性最大，这样可获得最大的期望收益；若其他价格段的报价被采购，则发电收入更大，但可能性很小。

5 算例

以某台机组为例，其技术参数和成本函数分别为：

$$P_{\max} = 300\ \mathrm{MW}, \quad P_{\min} = 100\ \mathrm{MW}$$

$$f(x) = 0.05x^2 + 3.51x + 4.44$$

市场历史电价数据(共 100 d，每日 48 个时段，取每日第 1 时段)如图 1 所示。

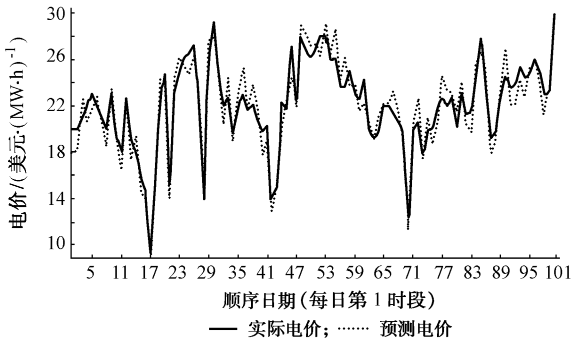

图 1 历史电价及预测电价

Fig. 1 Historical price and forecasted price of the market

用时间序列法进行预测，第 101 日第 1 时段的市场价格为 21.11 美元/(MW·h)，预测误差方差 σ^2 为 7.59。

按本文所提方法得到如下报价策略。

最佳出力 P_{opt}(单位为 MW)及报价 λ(单位为美元/(MW·h))为：

$$P_{\mathrm{opt}} = \frac{-b + \bar{y} - \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{\bar{y}^2}{2\sigma^2}}}{2a} =$$

$$\frac{-3.51 + 21.11 - \mathrm{e}^{-\frac{21.11}{2\times 7.59}}\sqrt{\frac{7.59}{6.28}}}{2\times 0.05} = 173.50$$

$$\lambda = \bar{y} - \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{\bar{y}}{2\sigma}} = 21.11 - 0.25 = 20.86$$

若每个时段需要报多个出力–电价，则按第 4 节的扩展策略进行扩展，以每个时段 5 个出力–电价为例，扩展方案如表 1 所示。

表 1 某发电厂商的报价方案

Table 1 The bidding scheme of a power provider

序号	出力 P/MW	报价 λ/(美元·(MW·h)$^{-1}$)
1	[100, 174)	20.86
2	[174, 206)	24.11
3	[206, 237)	27.21
4	[237, 269)	30.41
5	[269, 300)	33.51

6 结论

本文基于博弈论原理，将竞价问题描述为发电商和市场之间的零和二人混合对策问题，建立了竞价问题的数学模型，进而推导出了使期望收益最大化的出力–价格方案。虽然推导比较复杂，但最后的

结果简单明了。文中所要求的已知条件(市场电价的预测值及其方差)并不苛刻,符合电力市场运行的实际情况,有些预测算法(如时间序列预测)可以直接给出预测方差,或者通过历史电价的统计分析得到。最后,在某电力市场实际电价数据的基础上,给出了一个算例,其结果说明了该方法的合理性。

参 考 文 献

1 黄永皓,尚金成(Huang Yonghao, Shang Jincheng). 电力市场运营模式研究及其技术支持系统设计(Power Market Operation Mode Research and Technical Support System Design). 北京:科学出版社(Beijing:Science Press),1999

2 黄永皓,尚金成(Huang Yonghao, Shang Jincheng). 澳大利亚新南威尔士州电力市场(Power Market of NewSouth Wales, Australia). 郑州:河南省电力公司(Zhengzhou: Henan Electric Power Company),1998

3 文福拴(Wen Fushuan),David A K. 电力市场中的投标策略(Bidding Strategy in Power Market). 电力系统自动化(Automation of Electric Power Systems),2000,24(14):1～6

4 刁勤华,林济铿,倪以信,等(Diao Qinhua, Lin Jikeng, Ni Yixin, et al). 博弈论及其在电力市场中的应用(上)(Game Theory and Its Application in Power Markets, Part Ⅰ). 电力系统自动化(Automation of Electric Power Systems),2001,25(1):19～23

5 刁勤华,林济铿,倪以信,等(Diao Qinhua, Lin Jikeng, Ni Yixin, et al). 博弈论及其在电力市场中的应用(下)(Game Theory and Its Application in Power Markets, Part Ⅱ). 电力系统自动化(Automation of Electric Power Systems),2001,25(2):13～18

6 Wen F S, David A K. Optimal Bidding Strategies for Competitive Generators and Large Consumers. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2001, 23(1): 37～43

7 Wen F S, David A K. Coordination of Bidding Strategies in Day-ahead Energy and Spinning Reserve Markets. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2001, 23(1): 1～11

8 Wen F S, David A K. A Genetic Algorithm Based Method for Bidding Strategy Coordination in Energy and Spinning Reserve Markets. International Journal of Artificial Intelligence in Engineering, 2001, 15:71～79

9 Wen F S, David A K. Optimal Bidding Strategies and Modeling of Imperfect Information Among Competitive Generators. IEEE Trans on Power Systems, 2001, 16(1):15～21

10 马振华(Ma Zhenhua). 运筹学与最优化理论(Operations Research and Optimization Theory). 北京:清华大学出版社(Beijing:Tsinghua University Press),1998

尚金成(1966—),男,博士,高级工程师,主要从事电力系统及其自动化、电力市场理论及其技术支持系统、电厂竞价上网辅助决策与风险评估等方面的研究。E-mail: sjc5388@sina.com

黄永皓(1962—),男,硕士,教授级高级工程师,副总经理,主要从事电力系统规划、电力系统生产及管理、电力市场及其技术支持系统等方面的工作。

张维存(1962—),男,博士,高级工程师,主要研究方向为电力市场技术支持系统、电厂竞价决策支持系统。

A MODEL AND ALGORITHM OF GAME THEORY BASED BIDDING STRATEGY FOR AN INDEPENDENT POWER PROVIDER

Shang Jincheng[1], *Huang Yonghao*[1], *Zhang Weicun*[2], *Liu Hongjie*[2], *Liu Wenmao*[2]

(1. Henan Electric Power Company, Zhengzhou 450052, China)

(2. Beijing Institute of Yantai Dongfang Electronic Information Industry Ltd, Beijing 100085, China)

Abstract: The problem of the bidding strategy attracts more and more attention with the reform of power market, the key to this problem is to establish the reasonable mathematical model. This paper treats it as a game between a bidder and the power market itself rather than among all bidders. Then a mathematical description is presented by zero-sum two-person mixed game based on Game Theory. Furthermore, an optimized bidding strategy is obtained through deduction. The target of the strategy is to get the maximum expected income of an independent power provider. While the presupposition of the strategy is that the probability distribution function of the forecasted market price is a known normal distribution function. Finally, a detailed calculation example is given to show that the model and algorithm are applicable.

Key words: electricity market; bidding strategy; game theory