

47-50

# 梁-板-桩空间组合结构的电算程序编制及应用

陈明关 贾学敏<sup>√</sup> 冯永忠

(河海大学航运及海洋工程系 南京 210098)

TU3P8.P01

**摘要** 本文介绍了梁-板-桩空间组合结构的有限元计算程序的编制方法及计算原理。在计算方法上,对桩-土关系的计算提出了高精度的梁-土复合单元,能够计算桩在多层地基上的内力变形。程序适用于梁-板-桩-地基梁-地基板构成的一般空间组合结构的计算。本文以桩-土侧向非线性作用及微折板码头作为程序应用的实例。

**关键词** 空间梁-板-桩 梁-土复合单元 结点弹簧 非固接单元 刚臂 计算程序

目前,结构计算越来越重视结构的空  
间整体受力分析。空间结构的计算有时需用  
空间梁-板-桩组合并考虑非线性文克尔假  
定的方法,有时还需考虑构件的非固接连  
接,带刚臂连接等情况。例如,当大管桩承  
受较大水平力,桩-土关系进入明显的非线  
性阶段时,采用非线性  $P-Y$  曲线法计算;  
当地基梁有脱离泥面部分时,采用非线性文  
克尔假定计算;对微折板结构,采用梁、板  
组合计算,对铰接梁,采用非固接连接单元计  
算等。为解决此类结构计算问题,编制了该程序。

## 1 程序的编制方法及特点

### 1.1 关于桩-土相互作用的计算

桩-土相互作用分为轴向与侧向两方  
向。侧向一般用  $m$  法、 $c$  法、 $k$  法、张氏法及  
非线性  $P-Y$  曲线法;轴向一般用压缩系数  
法与分离桩侧与桩尖作用的  $T-Z$  曲线、 $Q-Z$   
曲线法计算。

关于  $P-Y$  曲线(或  $T-Z$  曲线)的计算  
方法目前主要方法有解析法、无量纲迭代  
法、差分法和假想结点非线性弹簧法等,这  
些方法需划分较多的结点或单元,不能或不  
便用于多层非线性地基上的桩结构物计算。

本文提出采用非线性梁-土复合单元计算。  
这种单元精度高,每根桩只要划分 5~8 个  
单元就有足够的精度,且应用灵活,能用于  
多层地基情况。

### 1.2 关于梁、板的计算

工程中相连接的梁、板构件轴线一般不  
在同一平面上,板轴面不仅有垂直板面的变  
形,而且还有平行板面的变形,对微折板结  
构,板还具有壳的受力特点,程序采用把板  
划分为网格,用矩形空间壳单元的方法计  
算。关于梁-板的连接,采用可带刚臂的  
单元处理(单元各端的刚臂可不相等)。本文  
规定单元的端点、刚臂、结点位置如图 1 所  
示。

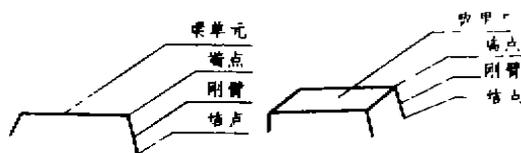


图 1 单元的端点、刚臂、结点位置示意图

对非固接连接的单元(包括非线性梁-土  
复合单元),采用由固接单元直接消元的方法  
推算非固接单元的端点荷载及切线刚度。

### 1.3 程序特点

程序的通用性较好,能计算梁-板-桩-  
地基梁-地基板等构成的结构物。桩基侧向

能按  $m$  法、 $c$  法、 $k$  法、张氏法、非线性  $P-Y$  曲线法；轴向能按压缩系数法、 $T-Z$  曲线及  $Q-Z$  曲线法计算；地基梁、板能按非线性文克尔假定计算，能考虑构件的非固定连接，能采用刚臂处理构件连接端不重合的情况，结点上还可添加非线性弹簧。

程序考虑了各种荷载及荷载组合问题，并能输出单元任意截面的内力及荷载组合的内力包络值。

程序具有一定的前处理功能，也能采用参数输入信息，若需反复计算，仅需改变参数的同类结构，十分方便。

## 2 程序主要算法原理

### 2.1 结点上添加非线性弹簧的分析

设非线性弹簧的位移-反力关系为  $Q = Q(r)$ ，它作用于  $j$  结点上，弹簧的方向向量为  $p^0 = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)^T$ ， $j$  结点当前的线位移状态为  $v_j$ ，则非线性弹簧的位移状态为  $r = v_j \cdot p^0$ ，非线性弹簧对  $j$  结点的切线刚度贡献为

$$k_j = \begin{bmatrix} \cos^2\alpha & \cos\alpha\cos\beta & \cos\alpha\cos\gamma \\ \cos\beta\cos\alpha & \cos^2\beta & \cos\beta\cos\gamma \\ \cos\gamma\cos\alpha & \cos\gamma\cos\beta & \cos^2\gamma \end{bmatrix} \cdot \frac{dQ}{dr}$$

非线性弹簧对  $j$  结点的线反力为

$$p_j = Q(r) \cdot p^0 \\ = Q(r) \cdot (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)^T$$

### 2.2 梁-土复合单元的分析

梁-土复合单元的端点等效力及切线刚度均为梁单元与土的位移-反力两部分的贡献叠加而成，本文仅叙述土的位移-反力产生的端点等效力及切线刚度的计算原理，为简明起见，仅以  $P-Y$  曲线的平面问题为例说明。

设单元长度为  $l$ ，两端点为  $I, J$ ，单元间任意点  $A$  的土位移-反力关系为： $p = p(x, y)$ 。其中  $x$  为单元  $A$  点的位置； $y$  为  $A$  点的侧向位移； $p$  为  $A$  点的土反力。单元  $I$

端点的侧向位移、转角及  $J$  端点的侧向位移和转角记为  $U = (u_1, u_2, u_3, u_4)^T$ 。

单元间的侧向位移函数取

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3$$

设  $u_1, u_2, u_3, u_4$  对应的形函数为  $N_1(x), N_2(x), N_3(x), N_4(x)$ ，则单元端点等效土反力为

$$f_i = \int_0^l p(x, y) N_i(x) dx$$

单元端点土的切向刚度为

$$d_{ij}'' = \int_0^l N_i(x) N_j(x) \frac{\partial p(x, y)}{\partial y} dx$$

### 2.3 壳单元的处理

程序采用矩形空间壳单元，它由板的弯曲问题与平面问题叠加而成。

对板弯曲问题，每个结点有 3 个自由度，即一个垂直板面的线位移及两个垂直板面的角位移，单元内垂直板面的线位移分布函数为

$$W = a_1 + a_2x + a_3y + a_4x^2 + a_5xy \\ + a_6y^2 + a_7x^3 + a_8x^2y + a_9xy^2 \\ + a_{10}y^3 + a_{11}x^3y + a_{12}xy^3$$

对于板的平面问题，每个结点取平行板面的两个线位移自由度，单元内平行板面的  $x, y$  方向线位移分布函数为

$$u = b_1 + b_2x + b_3y + b_4xy \\ v = c_1 + c_2x + c_3y + c_4xy$$

矩形壳单元每个结点有 5 个自由度，为了使混合单元的连接以及坐标转换方便，矩形壳单元再增加一个板面上的转角自由度，即在新增自由度对应的位置上，端点等效力与切线刚度都扩充零元素。

矩形壳单元的端点等效荷载及切线刚度计算公式可见文[1]。

### 2.4 非固定连接的分析

设单元中无约束的自由度为  $u_i' = (u_{i1}', u_{i2}', \dots)^T$ ，固接的自由度为  $u_j' = (u_{j1}', u_{j2}', \dots)^T$ ，不失一般性，可假设单元的自由

度  $U^e = (u_i^e, u_j^e)^T$ 。

设单元在  $U^e$  状态下, 固接单元的端点反力为  $p^e$ , 切线刚度为  $k^e$ , 固接单元的平衡方程可分块表示为

$$\begin{bmatrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_i^e \\ u_j^e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_i^e \\ p_j^e \end{Bmatrix}$$

由上式可推得无约束自由度增量为

$$\Delta u_i^e = - (k_{ii}^e)^{-1} p_i^e - (k_{ii}^e)^{-1} k_{ij}^e \Delta u_j^e$$

非固接单元切线刚度为

$$d_j^e = k_{jj}^e - k_{ji}^e (k_{ii}^e)^{-1} k_{ij}^e$$

非固接单元等效力反力为

$$g_j^e = p_j^e - k_{ji}^e (k_{ii}^e)^{-1} p_i^e$$

为了连接方便, 程序将  $d_j^e, g_j^e$  扩大为满单元自由度的矩阵, 扩大的方法是把单元无约束自由度所对应的元素充零。

## 2.5 带刚臂单元的分析

设单元端点的刚臂向量为  $R = (a, b, c)^T$  (规定刚臂向量方向从结点指向端点)。

令单元端点的整体坐标到局部坐标的位移旋转矩阵为  $T$ , 单元结点到端点的整体坐标位移转换矩阵为  $S$ 。  $T$  矩阵的计算公式见文[1]。

$$S = \begin{bmatrix} S_1 & & & & & 0 \\ & \ddots & & & & \\ & & S_i & & & \\ & & & \ddots & & \\ 0 & & & & & S_n \end{bmatrix}$$

( $n$  为单元端点数)

其中

$$S_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & c_i & -b_i \\ 0 & 1 & 0 & -c_i & 0 & a_i \\ 0 & 0 & 1 & b_i & -a_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

式中的  $a_i, b_i, c_i$  为第  $i$  端点的刚臂向量分量。

设单元的结点整体坐标荷载向量为  $F$ , 整体坐标切线刚度为  $K$ , 单元端点的局部

坐标荷载向量为  $F^e$ , 局部坐标切线刚度为  $K^e$ 。

令  $D = T \cdot S$ , 则  $K = D^T K^e D, F = D^T F^e$ 。

## 2.6 程序的求解方法与步骤

由于考虑桩-土的  $p-y, t-z, q-z$  非线性关系, 因此计算问题具有非线性性质, 程序采用求解非线性问题的增量法计算。

设整体等效结点荷载为  $Q_0$ , 增量法一般是分级加载, 从零逐渐加至  $Q_0$ 。分级情况应视  $p-y, t-z, q-z$  曲线的非线性性质而定, 对单调上升的非线性弹性曲线, 荷载可不用分级, 直接按  $Q_0$  计算。设某级荷载为  $Q$ , 位移状态为  $V$ , 程序的计算步骤如下:

a. 计算  $V$  状态下结点的平衡荷载  $P$ 。结点的平衡荷载是根据  $V$  状态下单元的结点反力求得, 即  $P$  与  $V$  是平衡的, 不平衡荷载为:  $F = Q - P$ 。

b. 判断该级荷载的收敛条件。如果  $F$  的各元素、单元无约束自由度所对应的端点反力、计算位移与已知位移之差等均小于给定的允许误差, 则该级荷载满足收敛条件, 计算下一级荷载, 否则继续以下各步。

c. 计算  $V$  状态下结构的整体切线刚度矩阵  $K$ 。

d. 由公式  $K \cdot \Delta V = F$ , 计算结点新的位移增量  $\Delta V$ 。

e. 将结点位移状态及单元无约束自由度位移状态移到新点上, 重复步骤 a 的计算, 直到收敛为止。

程序框图如图 2 所示。

## 3 计算实例

例 1 设桩的刚度为  $EI = 10^{10} \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$ , 侧向桩-土的位移-反力关系为  $p = \alpha y^{0.5}$ , 水平力 100 kg 作用于泥面以上 100 cm 处, 桩顶自由, 本程序计算结果与日本港研法规范表中的理论值比较见表 1, 两者相差小于 3% [2]。

