

文章编号: 2095-4980(2014)02-0284-06

一种稀疏信道非零抽头检测的新方法

傅剑斌, 彭 华, 董 政

(信息工程大学 信息工程学院, 河南 郑州 450002)

摘 要: 为了提高稀疏信道估计时的精确度, 需对其非零抽头位置进行检测。传统的匹配追踪系列算法在检测时须以信道的稀疏度为先验信息, 或给出严格的迭代终止条件。针对这一情况, 引入了一种新的方法——分层检测算法实现信道非零抽头位置检测。实验仿真表明, 分层检测算法在 SNR 大于 10 dB 时检测信道非零抽头位置的性能是与匹配追踪算法相当的, 而当信噪比较低时, 其性能更优。在算法实现过程中同时分析了影响其性能的原因, 并在此基础上对其进行了改进。

关键词: 稀疏信道; 稀疏度; 匹配追踪算法; 非零抽头检测

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

doi: 10.11805/TKYDA201402.0284

A novel method for nonzero taps detection of sparse channel

FU Jian-bin, PENG Hua, DONG Zheng

(Institute of Information System Engineering, Information Engineering University, Zhengzhou Henan 450002, China)

Abstract: To improve the accuracy of sparse channel estimation, nonzero taps detection is required. In the matching pursuit algorithm, the sparsity of channel must be taken as prior information, or strict stop criterion of algorithm iteration must be given. To avoid the mentioned problem, the multistage detection algorithm is introduced to obtain the location information. Experiment result shows that the multistage detection algorithm performs almost equivalently to matching pursuit algorithm when it is used to detect the nonzero taps under SNR>10 dB, and its performance will be much better than that of matching pursuit algorithm when the SNR is low. And the reasons causing the unstable performance of the algorithm are also analyzed, then an improved method is provided.

Key words: sparse channel; sparsity; matching pursuit; nonzero taps detection

信道估计是现代通信及信号处理中一个不可或缺的环节, 通过对信道估计的实现可以有效地确保通信的高效、畅通进行。在现实世界中, 随着研究的深入, 越来越多的信道在一定程度上呈现出了稀疏的特性。信道的稀疏特性是指其冲激响应在时域上只有少数几个非零值。这类信道集中表现为高清晰数字电视(High-definition Digital TV, HDTV)传播信道、水下声音通信(Underwater Acoustic Communication)信道和超宽带(Ultra-wideband)信道等^[1]。

一直以来, 在研究实现对稀疏信道的估计过程中都是通过直接利用其稀疏性质, 并对算法附加某些形式的稀疏约束来实现。主要包括 l_0 , l_1 和 l_p ($0 < p < 1$) 系列范数。 l_0 范数能准确表示稀疏信道中非零抽头的个数, 匹配追踪(Matching Pursuit, MP)系列算法^[2]就是通过直接求解 l_0 范数的最小化来实现信道估计。但是由于对 l_0 范数的直接求解是一个 NP-hard(Non-deterministic Polynomial Time Hard)问题, 因而, 在解决此类问题时通常使用 l_1 范数来替代。这是因为, 一方面, l_1 范数在一定条件下可以较好地实现对 l_0 范数的近似; 另一方面, 在求解 l_0 范数时的 NP-hard 问题也在某种程度上得到了解决。基追踪(Basis Pursuit, BP)算法^[3-4]就是把 l_0 范数最小化转化为 l_1 范数最小化并通过线性规划(LP)来求解实现。但是, l_1 范数的使用会较多地受到条件限制。因此, 目前使用最多的就是 l_p ($0 < p < 1$) 范数。在 l_p ($0 < p < 1$) 范数^[5]的使用中通过对 p 值的调节可以实现其在 l_1 与 l_0 范数之间性能的均衡, 研究表明, 当 $p = 0.5$ 时其性能最佳。

收稿日期: 2013-02-25; 修回日期: 2013-04-24

另一方面,由于自适应滤波方法在信道估计问题上不仅具有使用较为成熟的优点,且其性能也表现出了较大的优越性,因此,近年越来越多的研究试图将此算法运用到解决稀疏信道估计的问题上。主要有文献[6-8]中谷源涛等提出的稀疏 LMS 算法,其在实现过程中是通过加上 l_0, l_1 范数来实现稀疏约束,从而在算法的实现过程中对各抽头施加相同或不同的零吸引力;而文献[9]中 Babadi B 等提出的稀疏 RLS 算法则是将传统的 RLS 算法实现稀疏信道估计转变为一个最优化问题,从而利用已有的 MP 算法等解决稀疏信道估计问题的方法来完成对信道的估计。

纵上所述,其都是通过直接对信道的稀疏性质加以利用来实现对其估计的。而从另一个角度来考虑这个问题时可以发现,在信道估计的实现过程中要完成其中占据主要数目的零抽头的估计是一种既费时,又费力且无法带来太多实际效用的做法。因此,为了解决这个问题提出了信道非稀疏化的方法。其中较为主要的思路就是在获取信道中非零抽头位置的基础上通过对非零抽头的提取来实现信道的非稀疏化,从而避免了对众多的零抽头的估计。传统的 MP 系列算法在实现对稀疏信道的估计过程中就具备定位信道中非零抽头位置的功能,但是为了确保位置获取的准确性需要将信道的稀疏度作为先验信息,或者在算法的迭代实现过程中给出严格的终止条件,这都较大程度地限制了问题的解决范围。本文将提出一种既不需要已知稀疏度,又不需要在算法的迭代过程中使用类似于 MP 系列算法中所求取的严格终止条件就能实现信道非零抽头位置获取的估计方法。

1 MP 算法实现稀疏信道非零抽头位置检测

在本文中假设考虑的为一个单用户系统,因此,发送信号经过长度为 L 的稀疏信道后,得到的接收信号用矩阵形式可以表示为:

$$\mathbf{r} = \mathbf{S}\mathbf{h} + \mathbf{n} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{r} = [r(0), r(1), \dots, r(N+L-1)]^T$ 为所得到的接收信号; $\mathbf{h} = [h(0), h(1), \dots, h(L-1)]^T$ 是长度为 L 的稀疏信道,其绝大部分的抽头为零;而

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s(0) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ s(1) & s(0) & 0 & \dots & 0 \\ s(2) & s(1) & s(0) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\ s(N-1) & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & s(N-1) & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & s(N-1) \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{s} = [s(0), s(1), \dots, s(N-1)]$ 为发送的信号序列; $\mathbf{n} = [n(0), n(1), \dots, n(N+L-1)]^T$ 是与 \mathbf{s} 相互独立的高斯白噪声。

为了方便讨论 MP 系列算法对稀疏信道非零抽头位置估计的实现,忽略噪声 \mathbf{n} 所带来的影响,式(1)可以变为:

$$\mathbf{r} = \mathbf{S}\mathbf{h} \quad (3)$$

因此,对式(3)利用 MP 系列算法就可以实现对信道 \mathbf{h} 的估计。在使用 MP 系列算法实现信道估计的过程中, $\mathbf{S} = [s_0, s_1, \dots, s_{L-1}]$ 就是用于算法迭代实现的原子库,而其中的 $s_i (0 \leq i \leq L-1)$ 也就是原子库中的每个原子。假设 $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}$ 为算法迭代实现估计的原始残差,则

$$l_0 = \arg \max_i \langle s_i, \mathbf{r}_0 \rangle \quad (4)$$

根据式(4)就可以实现对信道中的非零抽头按照系数由大到小的顺序定位。更新残差分量为进一步实现对次最大抽头位置的获取做准备:

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_0 - \langle s_{l_0}, \mathbf{r}_0 \rangle s_{l_0} \quad (5)$$

在残差分量更新的基础上,就可以完成 MP 算法的迭代实现,从而依次获取信道非零抽头的位置,而算法的终止条件可以总结为:

- 1) 信道的稀疏度已知时,可以将其稀疏度值作为算法的迭代次数;
- 2) 信道的稀疏度未知时,设定一个终止门限 ε ,当残差能量满足 $\|\mathbf{r}_i\|^2 \leq \varepsilon$ 时,就可以使得迭代终止。

MP 系列算法在迭代实现对稀疏信道中非零抽头位置获取时存在以下主要缺点:一是由于 MP 系列算法在式(4)得到的是一个局部最大化的值,因此,在抽头位置的获取过程中并不一定是严格按照由大到小的顺序实现的,

同时,由此也可能导致已经检测到的抽头在以后的迭代过程中会重复出现;二是当终止条件需要以已知的稀疏度为依据时将很大程度上限制算法的使用,而采取设定终止门限的方法中,其门限的设定也是较难实现的问题。本文中所采用的方法将在实现位置获取的同时避开以上 2 个问题所带来的影响。

2 信号模型

对式(1)中所要解决的问题通过变形可以得到

$$\mathbf{r} = \mathbf{U}\mathbf{b} + \mathbf{n} \quad (6)$$

式中 $\mathbf{U} = \mathbf{S}\text{diag}(\mathbf{h})$, 而

$$b_i = \begin{cases} 1 & h(i) \neq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

因此, \mathbf{b} 所表示的就是信道非零抽头的位置。同时,也就可以通过对 \mathbf{b} 的估计获取信道非零抽头的位置,而不必直接对 \mathbf{h} 进行估计。

在通常的对信道进行估计的问题中常会引入 LS(Least Squares)准则来实现估计结果的一个初步的验证,因此,在此首先利用 LS 准则对信道做粗估计,从而得到一个忽略掉信道任何结构特征的无约束解,其可以用作实现信道非零抽头检测的先验信息:

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{S}^+ \mathbf{r} = [\mathbf{S}^T \mathbf{S}]^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{r} \quad (8)$$

式(6)中要完成对 \mathbf{b} 的估计就是要在给定接收信号的基础上选定一个最佳的 \mathbf{b} 值使得相应的噪声能量最小,具体表现为:

$$\hat{\mathbf{b}} = \arg \min_{\mathbf{b} \in \{0,1\}^L} \|\mathbf{r} - \hat{\mathbf{U}}\mathbf{b}\|^2 \quad (9)$$

式中 $\hat{\mathbf{U}} = \mathbf{S}\text{diag}(\hat{\mathbf{h}})$ 。由文献[10]可以知道直接解决式(9)所示问题是一个 NP-hard 问题,因此,要完成对 \mathbf{b} 的估计需另寻他径。

式(9)所示问题可以转变为:

$$\min f(\tilde{\mathbf{b}}) = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{b}}^T \boldsymbol{\Theta} \tilde{\mathbf{b}} + \mathbf{c}^T \tilde{\mathbf{b}} \quad \text{s.t. } \tilde{\mathbf{b}} \in \{0,1\}^L \quad (10)$$

式中: $\boldsymbol{\Theta} = \hat{\mathbf{U}}^T \hat{\mathbf{U}}$ 是一个 $L \times L$ 的正定矩阵,并且为了使算法收敛,需保证其在算法的迭代实现过程中一直保持正定; $\mathbf{c}^T = -\mathbf{r}^T \hat{\mathbf{U}}$ 可以视为 \mathbf{b} 的一个充分统计量。

存在任意对角矩阵 $\boldsymbol{\Phi} = \text{diag}\{\phi^T\}$ 使得式(10)可变为:

$$\min f(\tilde{\mathbf{b}}) = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{b}}^T \bar{\boldsymbol{\Theta}} \tilde{\mathbf{b}} + \bar{\mathbf{c}}^T \tilde{\mathbf{b}} \quad \text{s.t. } \tilde{\mathbf{b}} \in \{0,1\}^L \quad (11)$$

式中: $\boldsymbol{\phi} = [\phi_0, \phi_2, \dots, \phi_{L-1}]^T$; 而 $\bar{\boldsymbol{\Theta}} = \boldsymbol{\Theta} - \boldsymbol{\Phi}$, 以及 $\bar{\mathbf{c}} = \mathbf{c} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\phi}$ 。

3 分层检测算法实现稀疏信道非零抽头检测

对于式(10)而言,一旦得到了其估计值 $\tilde{\mathbf{b}}$, 由文献[11]可以得到式(9)所要求的 $\hat{\mathbf{b}} \in \{0,1\}^L$ 。之所以能如此求得所需要的结果是因为 $f(\tilde{\mathbf{b}})$ 是以 $f(\hat{\mathbf{b}})$ 为上界的。在算法的迭代实现过程中,当 $f(\tilde{\mathbf{b}})$ 逐步逼近 $f(\hat{\mathbf{b}})$ 时,也同时实现了 $\tilde{\mathbf{b}}$ 对 $\hat{\mathbf{b}}$ 的逼近,从而求得了所期望的结果,这个过程可以称为分层检测(Multistage Detection, MD)算法^[11]。

由上文可知, $\tilde{\mathbf{b}}$ 是式(10)的解,假设 $\boldsymbol{\Theta}$ 的第 i 个对角元素是依 ϕ_i 减少的,因此,求解式(10)中的最小值时其更新原则为:

$$\Delta f = \frac{\phi_i}{2} \left[\frac{\left(\frac{1 - \tilde{b}_i}{2} \right)^2}{(\phi_i g_{ii} - 1)} + \frac{1}{4} \right] \quad (12)$$

式中: g_{ii} 是 Θ^{-1} 的第 i 个对角元素, 则 g_i 是 Θ^{-1} 的第 i 列。若 q_{ii} 是 Θ 的第 i 个对角元素, 则 MD 算法的实现过程可以总结为:

1) 给定 \tilde{b}_m , 使其满足 $f_m = f(\tilde{b}_m)$ 。则对于 $j=1, 2, \dots, L$, 存在:

$$t_j = \begin{cases} \tilde{b}_j & \text{if } \tilde{b}_j \leq \frac{1}{2} \\ 1 - \tilde{b}_j & \text{if } \tilde{b}_j > \frac{1}{2} \end{cases} \quad (13)$$

由式(13)可以得到 $|t_p| = \max(|t|)$ 的位置 p , 因而, \tilde{b}_p 就是所得的最小值里与所要求的 0-1 值相距最远的部分。

2) 计算 ϕ_p , 得到 \tilde{b} , 更新 Θ, Θ^{-1} 和 c ;

$$\phi_j = \begin{cases} 2\tilde{b}_j / g_{jj} & \tilde{b}_j \leq \frac{1}{2} \\ 2(1 - \tilde{b}_j) / g_{jj} & \tilde{b}_j > \frac{1}{2} \end{cases} \quad (14)$$

由此可得:

$$\tilde{b} = \tilde{b} + \tau g_p \left(\frac{1}{2} - \tilde{b}_p \right) \quad (15)$$

式中 $\tau = \phi_j / (\phi_j g_{jj} - 1)$ 。

更新 Θ, Θ^{-1} 和 c :

$$Q = Q - \phi_j e_j e_j^T \quad (16)$$

$$Q^{-1} = Q^{-1} - \tau g_j g_j^T \quad (17)$$

$$c = c + \frac{1}{2} \phi_j e_j \quad (18)$$

式中: e_j 是一个在 j 位置值为 1, 其余位置为 0 的向量。

3) 求取 \hat{b} , 计算、比较并保留值最小的 $f(\hat{b})$;

$$\hat{b} = \frac{\text{sign}\left(\tilde{b} - \frac{1}{2}\right) + 1}{2} \quad (19)$$

4) 重复以上过程, 直到算法的迭代次数满足 $k \geq M$ 。其中, M 是此分层检测算法所设定的层数。

4 性能分析

对于 MD 算法而言, 最主要的就是通过计算 $f(\hat{b})$ 及对 Θ^{-1} 的更新来求取 \tilde{b} , 从而得到所需的估计值 \hat{b} 。在 MD 算法中, 层数 M 是与信道长度 L 无关的, 一般设定 $M=3, 4$ 就能保证算法收敛。大多数情况下, MD 算法都会具有较好的收敛性能。但是, 仍然存在某些情况使得 MD 算法并不能很好地收敛。这是因为, 由式(6)和(8)可知, 随着信噪比的增大, 利用 LS 算法对信道进行粗估时所得到的结果会越来越准确, 因此, 式(8)所求得的 \hat{h} 中值逼近于零的位置同时也会越来越多, 而真实信道中抽头系数为零的位置在 \hat{h} 中所表现出的值也将越来越接近于零。从而, 将导致其后所求取的 Θ 的正定性遭到某种程度上的破坏而趋近于半正定, 由此所带来的影响就是 MD 算法的收敛性能受到了一定的破坏, 其具体表现为某些抽头位置在进行 Monte Carlo 实验时在某几个值之间摆动。解决这个问题一个较为有效的方法就是对 MD 算法中所存在的摆动位置的抽头进行提取、单独估计, 其具体改进如下:

1) 对所要解决的问题利用 MD 算法进行 Monte Carlo 实验求取所需要的值;

2) 将 Monte Carlo 实验中所得到的多组求解结果进行比较, 提取其中变动次数最多的位置, 假设所提取的位置个数为 2;

3) 对位置 1 的估计。首先, 将 Monte Carlo 实验中所出现次数最多的位置用 1 值来表示, 从而, 得到有 $L-1$ 个位置需要估计的向量 \hat{b}' 。同样的, 利用 MD 算法来解决此问题;

- 4) 对于位置 2, 重复上一步骤, 求解。选取所得结果中使得式(9)最小的值, 从而得到最终的估计值 $\hat{\mathbf{b}}$;
- 5) 当所提取的位置个数大于 2 时同样可以按照上述过程得到所求解的结果。

5 实验仿真及分析

本文通过对估计所得向量 $\hat{\mathbf{b}}$ 中值为 1 的位置与所要估计的信道 \mathbf{h} 中非零抽头的位置对比即可以得到 MD 算法的估计准确率。实验仿真中所用到的信道为阶数 100, 稀疏度为 15 的稀疏信道。为了保证信道的阶数不发生变化, 令 $h(99)=1$, 也就是设定信道的主径处在 $h(99)$ 。训练序列长度为 1 000 点的 BPSK 信号, Monte Carlo 实验次数为 100。本文设计了 3 个仿真实验: OMP 算法仿真用来作为参考比较; MD 算法仿真得到了算法的性能演示, 同时也通过仿真结果较好地体现出了文中所提出的问题所带来的影响; MD 算法改进仿真其目的主要是验证文中所给出的对 MD 算法改进的可行性及其在性能上所得到的提升。

5.1 OMP 算法仿真实现

为了进一步突出 MD 算法在实现稀疏信道非零抽头检测上的优越性, 采用 OMP 算法来进行仿真对比。这是因为, OMP 算法在实现过程中需要将每一步所选取的原子与已选取的原子做 Gram-Schmidt 正交, 从而得到更好的性能。但是, 对于其定位非零抽头的功能而言还是与 MP 算法相同的。由图 1 可以看出, 在已知信道稀疏度, 并以其为算法的迭代终止条件时, OMP 算法能较好地实现对信道的非零抽头估计。在信噪比较低的情况下, 由于噪声的存在, 估计的准确率会受到一定影响, 而随着信噪比的提高, 其估计的准确率也会得到提升。在实际情况中, 由于 OMP 算法会受到文中所提到的局部最大化的影响, 其对稀疏度进行估计时并不能保证完全准确, 鉴于 OMP 算法只是作为本文中的对比实验, 因此, 在此选取较为理想的实验结果作为仿真实验的参照。另外, 在稀疏度未知的条件下要确定算法的迭代终止是较为复杂的, 因此, 本文中也并未给出此种情况的实验仿真。

5.2 MD 算法仿真实现

由图 2 可以看出, 利用 MD 算法也能较好地实现信道非零抽头的估计。在信噪比较低的情况, 虽然估计的准确率也会受到噪声的影响, 但是其同样能达到近似于已知稀疏度的 OMP 算法估计的准确率。而随着信噪比的提高, 估计的准确率也会得到提升, 但是, 在高信噪比的条件下, 使用 MD 算法来进行估计并不能保证估计准确率的稳定, 上文的理论分析中已经给出了当信噪比提高时, 正定性的破坏会导致算法不一定能很好收敛, 并且随着信噪比的增加, 初估时所得的结果更加准确, 又将导致这种现象更为明显, 进而表现出 1~2 个非零抽头位置估计得不准确。下面将给出改进后的 MD 算法用来实现信道非零抽头检测时的仿真结果及对其的分析。

5.3 MD 算法改进仿真实现

图 3 所得到的就是对 MD 算法改进后来进行信道非零抽头检测时的准确率。由图中的仿真结果可以看出, 利用文中所给出的算法的改进方法一方面能较好地解决由于正定性破坏所带来的抽头估计位置的摆动而造成的准确率下降问题; 另一方面, 其也能在低信噪比的条件下提高估计的准确率, 使算法的总体性能得到提高。可以看出, 文中针对问题原因所提出的改进方法在一定程度上较好地解决了 MD 算法在实现过程中所遇到的问题。

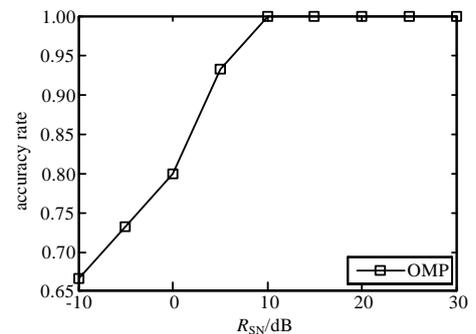


Fig.1 Realization of OMP tap detection algorithm
图 1 OMP 算法实现抽头检测

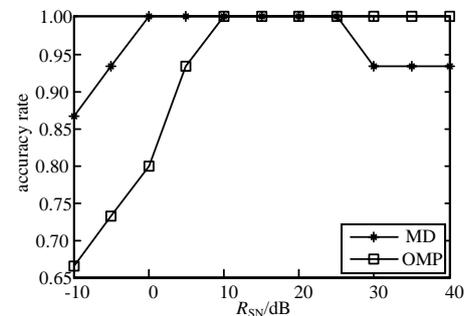


Fig.2 Realization of MD tap detection algorithm
图 2 MD 算法实现抽头检测

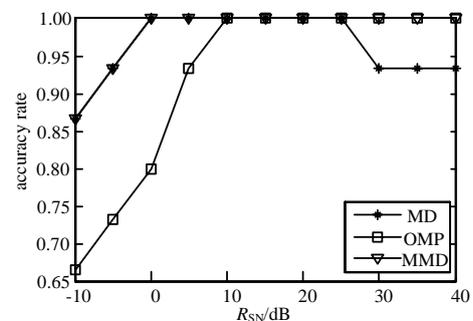


Fig.3 Results of the improved MD tap detection algorithm
图 3 MD 算法改进实现抽头检测

6 结论

本文给出了一种不需要已知信道稀疏度,也不需要通过给出严格的算法迭代终止条件就能较好地实现对信道非零抽头位置估计的方法。MD算法通过实现对一个0-1向量的估计来获取非零抽头的位置极大地降低了估计的先验条件,也为信道的非稀疏化奠定了基础。其在估计实现时能达到接近于已知稀疏度时OMP算法的性能,文中不仅给出了在信噪比提高时算法性能受到影响的原因,同时也给出了解决问题的方法。在准确实现稀疏信道非零抽头检测的基础上可以进一步提高其估计的精确度,具有较大的理论及实际意义。

参考文献:

- [1] Sudheesh P, Jayakumar A, Siddharth R, et al. Cyclic prefix assisted sparse channel estimation for OFDM systems[C]// Proceeding of ICCCA. Dindigul, Tamilnadu: IEEE, 2012: 1-4.
- [2] Hussain Z, Shawe-Taylor J, Hardoon D R, et al. Design and Generalization Analysis of Orthogonal Matching Pursuit Algorithms[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2011, 57(8): 5326-5341.
- [3] Mota J F C, Xavier J M F, Aguiar P M Q, et al. Distributed Basis Pursuit[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2012, 60(4): 1942-1956.
- [4] Mota J F C, Xavier J M F, Aguiar P M Q, et al. Basis Pursuit in Sensor Networks[C]// Proceeding of ICASSP. Prague, Czech: IEEE, 2011: 2916-2919.
- [5] Taheri O, Vorobyov, Sergiy A. Sparse Channel Estimation with l_p norm and Reweighted l_1 norm Penalized Least Mean Squares[C]// Proceeding of ICASSP. Prague, Czech: IEEE, 2011: 2864-2867.
- [6] GU Yuan-tao, JIN Jian, MEI Shun-liang. l_0 norm Constraint LMS Algorithm for Sparse System Identification[J]. IEEE Signal Proc. Letters, 2009, 16(9): 774-777.
- [7] 金坚, 谷源涛, 梅顺良. 用于稀疏系统辨识的零吸引最小均方算法[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2010, 50(9): 1312-1315. (JIN Jian, GU Yuan-tao, MEI Shun-liang. Adaptive Algorithm for Sparse System Identification: Zero Attracting LMS[J]. J. Tsinghua Univ. : Sci & Tech. edition, 2010, 50(9): 1312-1315.)
- [8] 曲庆, 金坚, 谷源涛. 用于稀疏系统辨识的改进 l_0 -LMS 算法[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(3): 604-609. (QU Qing, JIN Jian, GU Yuan-tao. An Improved l_0 -LMS Algorithm for Sparse System Identification[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2011, 33(3): 604-609.)
- [9] Babadi B, Kalouptsidis N, Tarokh V. SPARLS: The Sparse RLS Algorithm[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(8): 4013-4025.
- [10] CHEN Xin, PENG Ji-ming, ZHANG Shu-zhong. Sparse Solutions to Random Standard Quadratic Optimization Problems[J]. Mathematical Programming, 2012.
- [11] SHI Zhen-liang, DU Wei-xiu, Driessen P F. A New Multistage Detector for Synchronous CDMA Communications[J]. IEEE Transactions on Communications, 1996, 44(5): 538-541.

作者简介:



傅剑斌(1988-), 男, 湖南省桃江市人, 在读硕士研究生, 主要研究方向为通信信号处理。
email: etta.fuu@163.com.

彭华(1973-), 男, 江西省萍乡市人, 博士, 教授、博士生导师, 研究方向为软件无线电、通信信号处理等。

董政(1984-), 男, 河南省西平市人, 在读博士研究生, 研究方向为通信信号处理与软件无线电、差错控制编码、水声信号处理等。