

基于模拟电感的蔡氏电路硬件实验

闵富红* 胡 飞 许彦武 陈成杰

(南京师范大学 电气与自动化工程学院, 南京 210023)

摘要:蔡氏电路含有不易调节且成本高的电感元件,在教学实验中较难开展电路设计与硬件实验。对原始电感元件采用里奥登电感等效替换,通过 Altium Designer 软件绘制电路原理图,开展了基于模拟电感的蔡氏电路硬件实验。结果表明,基于模拟电感的蔡氏电路不仅能重塑经典蔡氏电路的动力学行为,其电感值还更易于调节,为大规模集成电路设计与创新性教学实验提供了优良方案。

关键词:蔡氏电路;模拟电感;电路实验

中图分类号:G642.3, TM13

文献标识码:A

文章编号:1008-0686(2023)0 -0000-00

Hardware Experiment of Chua's Circuit Based on Analog Inductance

MIN Fuhong* HU Fei XU Yanwu CHEN Chengjie

(School of Electrical and Automation Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing Jiangsu 210023, China)

Abstract: Chua's circuit contains the inductance which is not easy to adjust and cost high, thus it is difficult to carry out the circuit design and hardware experiment in teaching experiment. By replacing the original inductance with the Riorden inductance, the Chua's circuit based on analog inductor is constructed thereby. The circuit simulations are executed by Multisim software, besides, the hardware experiments are carried out via drawing the circuit board on Altium Designer software. The results show that Chua's circuit based on analog inductance can reconstruct the dynamics of the classical Chua's circuit, and its inductance value is easier to adjust. Certainly, such circuit provides good schemes for developing the large-scale integrated design of Chua's circuit and deploying the innovative circuit teaching experiment.

Key words: Chua's circuit; analog inductance; circuit experiment;

在电网络理论中,混沌常被定义为确定性系统中的随机运动,它具有内在随机性、初值敏感性等特性,广泛应用于信息安全和神经形态电路等工程领域^[1-4]。混沌电路是产生非线性振荡信号的最直接工具,1983 年蔡少棠教授在目睹了实现 Lorenz 系统等效电路实验之后,与学生一起提出了著名的混沌电路——蔡氏电路。蔡氏电路结构简单,仅由五个电路元件构成,包含一个电阻器和四个非线性元件,通过调节任意一个元件都可以演示周期与混沌振荡行为,目前已成为非线性电路实验教学的典型范例^[5-7]。但是,电路中电感元件具有体积大、成本高且不易调节等特点,众多学者围绕该问题提出了许多解决方法,文献[8-9]中提出了等效无感蔡氏电路,即利用基于 RC 结构的运算放大器构成不同通道的积分运算电路,可以重现

蔡氏电路的动力学行为,但综合电路至少需要六个运算放大器,电路结构复杂。此外,一些学者对蔡氏电路电感模块进行了改进,即利用模拟电感电路替换蔡氏电路中的电感元件,构建基于模拟电感的蔡氏电路并开展相关实验,但针对电路设计与硬件实验描述较少,且改进后的电路无法验证原始蔡氏电路的丰富运动行为和复杂动力学演化^[10]。

本文对含里奥登电感的改进型蔡氏电路,基于 Altium Designer 软件绘制原理图,开展电路设计以及硬件实验。重点研究实际硬件设计制作以及调试过程,通过简易调节里奥登模拟电感电路的可变电阻器实现对电感值的等效调节,观察不同周期运动和单、双涡卷混沌吸引子等有趣的物理现象,证明实验设计的可行性与有效性。这有助于激发学生对非线性电路的兴趣和自主思考思维,引导他们

收稿日期:2022-10-05;修回日期:2023-02-20

基金项目:国家自然科学基金项目(61971228);江苏省研究生教育教学改革课题(JGKT22_C031);南京师范大学创新性实验教学建设项目

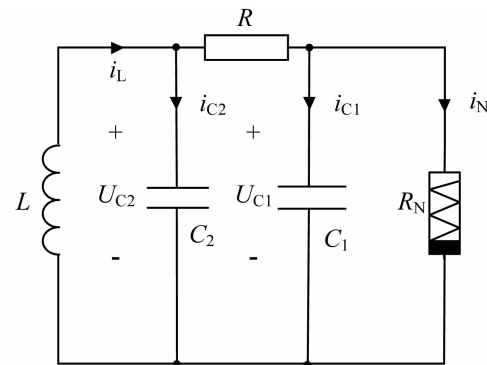
第一作者:闵富红(1970—),女,博士,教授,主要从事非线性电路的教学和研究工作,E-mail: minfuhong@njnu.edu.cn

树立正确的实践观和价值观。这种教学方法,有利于开拓学生视野,符合实验课程"两性一度"建设与改革需求。

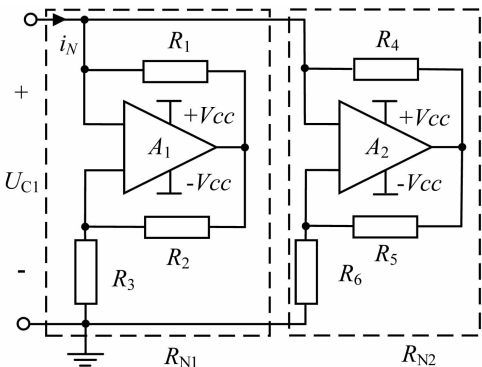
1 电路设计

蔡氏电路是混沌电路的典型示例,可以被看作作为一个混沌信号发生器,通过调节某个电路元件产生不可预测的单、双涡卷混沌振荡信号。蔡氏电路包含五个电路元件,其原理图如图 1(a)所示。其中,电感 L 和电容 C_2 构成 LC 振荡电路,非线性电阻 R_N 和电容 C_1 构成有源 RC 滤波电路,这两组电路再通过电阻 R 进行线性耦合。非线性电阻 R_N 也称作蔡氏二极管,是蔡氏电路产生涡卷吸引子的必要元件,其实现电路如图 1(b)所示。

由于传统的电感元件性能不佳、体积过大、难以集成,因此无法开展蔡氏电路大规模实验设计。电感的等效电路有多种形式,包括里奥登电感等效电路、新型无损电感、通用阻抗变换器等^[13]。该文采用常用的里奥登电感等效电路,将其代替传统的电感元件,构建了基于模拟电感的蔡氏电路。通过改变模拟电路的电阻值可以实现电感值的等效变化,用里奥登模拟电感电路替换蔡氏电路中的电感元件后,电路如图 2 所示,其中 R_L 部分为里奥登模拟电感电路。



(a) 蔡氏电路



(b) 非线性电阻 R_N

图 1 电路原理图

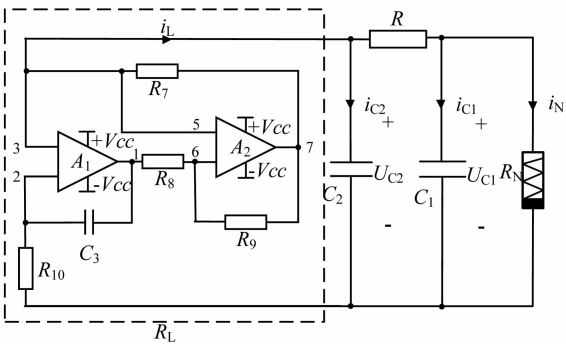


图 2 含模拟电感的蔡氏电路

根据图 2 所示里奥登模拟电感 R_L 的电路结构,通过基尔霍夫定律、网孔分析法以及节点分析法,可以推导出下述方程:

$$\frac{U_1 - U_{C_2}}{R_8} = \frac{U_{C_2} - U_7}{R_9} \tag{1}$$

$$-i_L = \frac{U_{C_2} - U_7}{R_7} \tag{2}$$

$$U_1 = \left(1 + \frac{1}{j\omega R_8 C_3}\right) U_{C_2} \tag{3}$$

将式(3)代入式(1),得:

$$U_7 = \left(1 - \frac{1}{j\omega R_8 C_3}\right) U_{C_2} \tag{4}$$

则电路输入阻抗为:

$$Z = \frac{U_{C_2}}{-i_L} = \frac{j\omega C_3 R_8 R_{10} R_7}{R_9} \tag{5}$$

因此,该电路的模拟电感值与电路中各元件的数学关系为:

$$L = \frac{C_3 R_8 R_{10} R_7}{R_9} \tag{6}$$

取 $R_7 = R_8 = R_9 = 1 \text{ k}\Omega$, $C_3 = 10 \text{ nF}$, 则有:

$$L = 10 R_{10} (\mu\text{H}) \tag{7}$$

根据图 2 搭建 Multisim 模拟仿真电路,其电路参数见表 1。

表 1 基于模拟电感的蔡氏电路的电路参数

电路参数	值	电路参数	值
R_1 、 R_2	22 k Ω	R_7 、 R_8 、 R_9	1 k Ω
R_3	10 k Ω	C_1	10 nF
R_4 、 R_5	220 Ω	C_2	100 nF
R_6	2.2 k Ω	C_3	10 nF

据此,通过调节电阻 R 或者模拟电感电路的电阻 R_{10} ,即可在示波器上观测到电路的各种动力学行为及其演化过程。

(1) 当固定电阻 $R_{10} = 1500 \text{ }\Omega$,即相当于等效电感 $L = 15 \text{ mH}$ 时,调节电阻 R ,当电阻 $R = 1890 \text{ }\Omega$ 时,系统处于单周期运动状态,如图 3(a)所示。当电阻 $R = 1790 \text{ }\Omega$ 时,此时系统处于双周期运动状

态,如图 3(b)所示;当电阻 $R = 1750\ \Omega$ 时,系统处于单涡卷运动状态,如图 3(c)所示。当电阻 $R = 1670\ \Omega$ 时,系统处于双涡卷运动状态,如图 3(d)所示。

(2)当固定电阻 $R = 1700\ \Omega$ 时,调节电阻 R_{10} ,当电阻 $R_{10} = 1200\ \Omega$ 时,系统处于单周期运动状态,如图 3(e)所示。当电阻 $R_{10} = 1350\ \Omega$ 时,此时系统处于双周期运动状态,如图 3(f)所示。当电阻 $R_{10} = 1450\ \Omega$ 时,此时系统处于单涡卷运动状态,如图 3(g)所示。当电阻 $R_{10} = 1550\ \Omega$ 时,此时系统处于双涡卷运动状态,如图 3(h)所示。

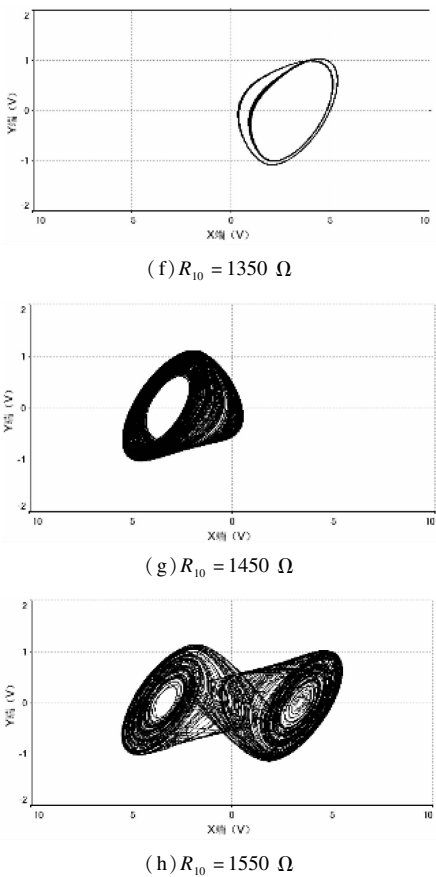
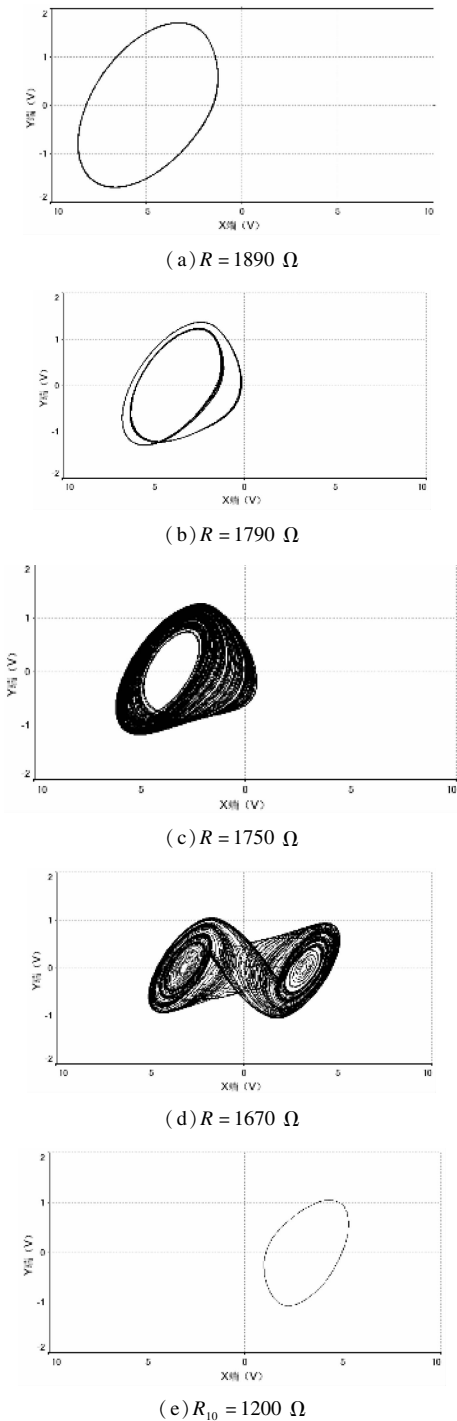


图 3 基于模拟电感的蔡氏电路仿真结果

2 硬件实验

以 Multisim 软件的模拟电路仿真为基础,利用 Altium Designer 软件对电路的原理图以及印刷电路板 (PCB 板) 进行设计和绘制,最后再利用实际器件进行硬件实验并完成调试。

2.1 PCB 电路设计

Altium Designer 软件是通过结合原理图设计、PCB 板设计与绘制,将电路设计知识以及技术手段联系在一起,为设计制作印刷电路板提供的很大的便利。与传统的面包板相比,PCB 板具有更高的可靠性和美观性,且可批量进行生产。

首先,利用 Altium Designer 软件对含模拟电感的蔡氏电路进行原理图的绘制,如图 4 所示。可以看出,从左到右,从上到下依次是等效电感模块、电容 2 模块、电阻模块、信号输出模块、电容 1 模块、负阻模块、电源模块。值得注意的是,原理图中设计的待连接点并非系统自带的排插器件预留孔,而是采用自主寻找的可选插头线所配套的插孔器件,其经过测量以及实际的检验,最后采用内径为 3.85 mm,外径为 6.07 mm 的孔位,进行 PCB 板的绘制。另外,关于信号输出模块的设计,采用实际器件型号为 BNC - KY 的器件,和上述的选插头线

预留空位的设计方法一致,采用内径为 9.38 mm,外径为 12.49 mm 的孔位。

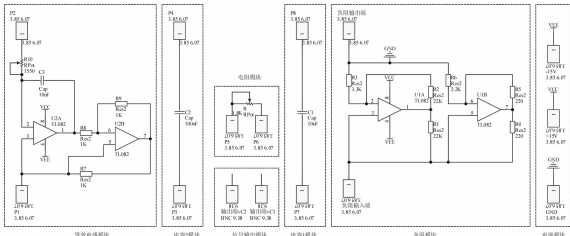
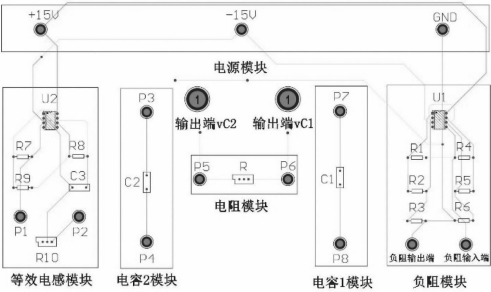
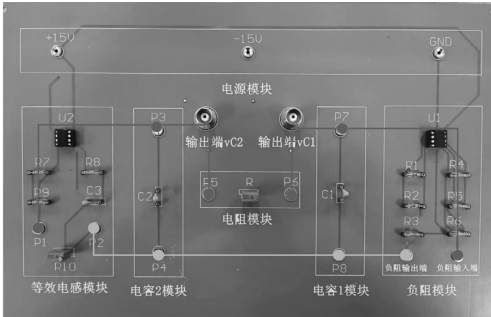


图 4 基于模拟电感的蔡氏电路原理图

其次,对 PCB 板设计与绘制。图 5 为基于模拟电感的蔡氏电路 PCB 板设计图与实物接线图。在设计过程中,首先遵循原理图设计的原则,将各个模块进行区域的划分,并将对应的器件置于该区域内,对其进行标注。一般而言,器件的摆放可采取与原理图摆放位置对应的相同摆放位置的方式或者是采取同类器件有序整合排列的方式。这里采取第二种方式,这是由于等效电感模块以及负阻模块中,均含有两个运算放大器,在之前的仿真以及实际实验中所采用的是内置两个运算放大器的 TL082 芯片,而非只具有一个运算放大器的 AD711 芯片,从而减少芯片的使用数量以及电路整体的功耗。这也导致器件摆放再根据原理图的形式去摆放,并不具备明显的特征,因此采用同类器件有序摆放的方式会更加的美观。另外,关于信号输出模块的连接,在设计过程中,需连接地线以及对应的信号至其预留孔位的附近,并预留焊盘,方便后续焊接过程中,信号的有效输出。



(a)PCB 设计图



(b)PCB 实物接线图

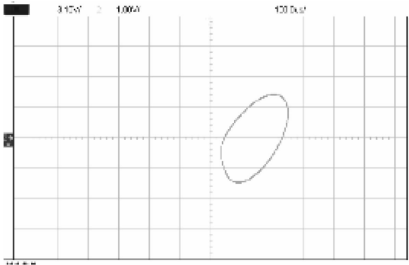
图 5 基于模拟电感的蔡氏电路 PCB 图

2.2 实验结果

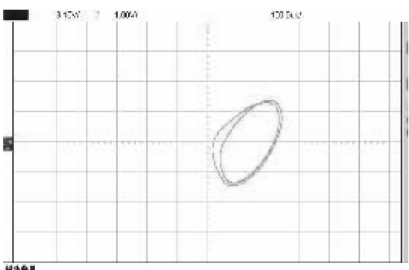
接着,开展基于模拟电感的蔡氏电路实验,根据图 2 所示原理图,电容器选取性能较好、精度较高的陶瓷电容,其值分别为 $C_1 = 10\text{ nF}$, $C_2 = 100\text{ nF}$, $C_3 = 10\text{ nF}$ 。选取误差范围为 $\pm 1\%$ 的精密电阻元件,其值分别为 $R_1 = R_2 = 22\text{ k}\Omega$, $R_3 = 3.3\text{ k}\Omega$, $R_4 = R_5 = 220\text{ }\Omega$, $R_6 = 2.2\text{ k}\Omega$, $R_7 = R_8 = R_9 = 1\text{ k}\Omega$ 。选取型号为 3296W 的 $5\text{ k}\Omega$ 精密可调电位器, UTP3702S 的直流电源为运算放大器 TL082CP 芯片提供电源。电路中的耦合电阻 R 以及里奥登电感电路的电阻 R_{10} 均作为可调参数并由电位器调节,通过改变电位器 R 以及 R_{10} 的阻值,可以在 MSO - X 3104T 数字示波器上观测到蔡氏电路的丰富动力学行为及复杂演化过程。蔡氏电路的实物图如图 5(b)所示,为方便器件更换与测量,实验 PCB 板上的元件位置均放置排母,通过将元件插入排母中进而有效接入电路。

里奥登电感模拟电路中电位器固定为 $R_{10} = 1500\text{ }\Omega$,即相当于设置电感值 $L = 15\text{ mH}$,调节电位器 R 并观测示波器的相图。当耦合电阻 $R = 1890\text{ }\Omega$ 时,电路表现为单周期运动状态,如图 6(a)所示。当耦合电阻 $R = 1790\text{ }\Omega$ 时,电路表现为双周期运动状态,如图 6(b)所示。当耦合电阻 $R = 1750\text{ }\Omega$ 时,电路表现为单涡卷混沌运动状态,如图 6(c)所示。当耦合电阻 $R = 1670\text{ }\Omega$ 时,电路表现为双涡卷混沌运动状态,如图 6(d)所示。

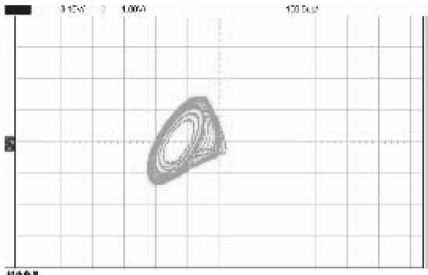
值得注意的是,示波器捕捉到的运动轨迹随机的出现在原点两侧,即左侧吸引子和右侧吸引子,这是由电路初始触发状态决定的,相同参数值时观测到的左侧和右侧吸引子为共存吸引子。



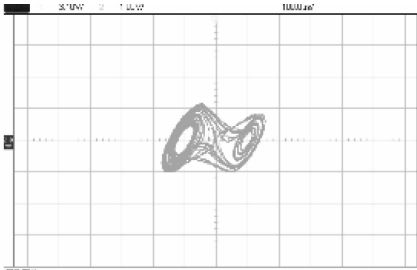
(a) $R = 1890\text{ }\Omega$



(b) $R = 1790\text{ }\Omega$



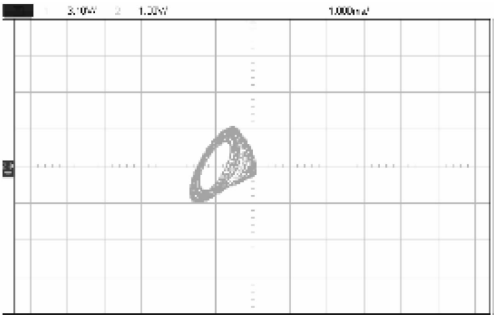
(c) $R = 1750\ \Omega$



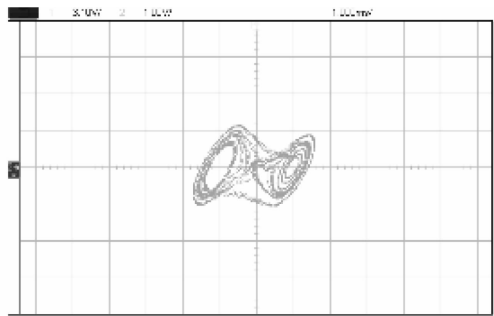
(d) $R = 1670\ \Omega$

图 6 耦合电阻 R 下基于模拟电感的蔡氏电路实验相图

进一步地,由于电路的电感值可通过电阻 R_{10} 调节,因此在实验中讨论电阻 R_{10} 对电路的影响。固定耦合电阻 $R = 1700\ \Omega$,调节里奥登电感模拟电路中的电位器 R_{10} ,则当 $R_{10} = 1200\ \Omega$ 时,即相当于设置电感值 $L = 12\ \text{mH}$,电路表现为单周期运动,如图 7(a) 所示。当 $R_{10} = 1350\ \Omega$ 时,即相当于设置电感值 $L = 13.5\ \text{mH}$,电路表现为双周期运动状态,如图 7(b) 所示。当阻值 $R_{10} = 1450\ \Omega$ 时,即相当于设置电感值 $L = 14.5\ \text{mH}$,电路表现为单涡卷运动状态,如图 7(c) 所示。当阻值 $R_{10} = 1550\ \Omega$ 时,即相当于设置电感值 $L = 15.5\ \text{mH}$,电路表现为双涡卷运动状态,如图 7(d) 所示。



(c) $R_{10} = 1450\ \Omega$



(d) $R_{10} = 1550\ \Omega$

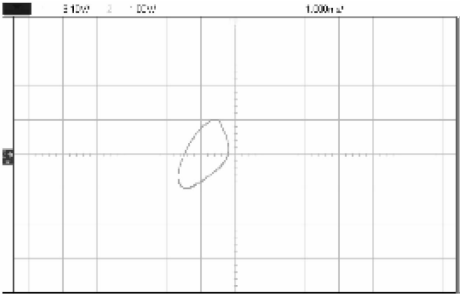
图 7 电阻 R_{10} 下基于模拟电感的蔡氏电路实验相图

由图 7 可以看出,当电阻 R_{10} 逐渐增加时,即电路的电感值逐渐增加,基于模拟电感的蔡氏电路同样出现由周期一至双涡卷混沌吸引子的演变,证明了基于模拟电感蔡氏电路的可行性。

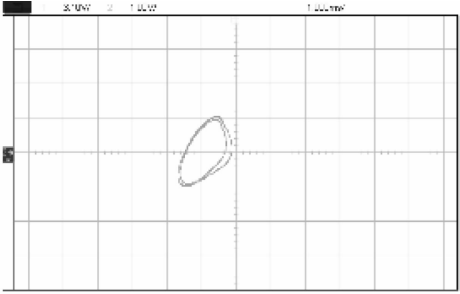
综上所述,基于模拟电感的蔡氏电路可以重塑经典蔡氏电路的运动状态和动力学演化,并通过 PCB 硬件电路验证,相较于经典蔡氏电路,电感值更易于调节,更有利于观测电路呈现的李莎育图形。

3 结语

蔡氏电路是非线性电路的典型范例,结构简单、电路方程易推导,但是在电路的实验设计中电感元件的制作较为困难。里奥登模拟电感电路仅通过改变单一的电阻可以实现对整体电感值的等效调节。因此,利用里奥登模拟电感电路替换蔡氏电路的电感元件,构建了基于模拟电感的蔡氏电路,给出了较为详细的硬件电路实验过程,这有助于实验教学课程的开展。一方面,通过硬件电路设计的综合,可以加深学生对蔡氏电路的理解以及掌握对应的实际技能,激发学生的探究学习热情,提高学生的工程实践能力;另一方面,开展基于模拟电感的蔡氏电路的硬件电路实验,方便学生形象化的理解非线性电路现象,拓宽学生对传统非线性电路的认识,同时,培养学生的开拓思维 and 创新能力。



(a) $R_{10} = 1200\ \Omega$



(b) $R_{10} = 1350\ \Omega$

参考文献

- [1] SUNG S H, KIM T J, SHIN H, et al. Simultaneous emulation of synaptic and intrinsic plasticity using a memristive synapse [J], Nat. Commun., 2022, 13: 2811.
- [2] 闵富红, 田恩刚, 叶彪明, 等. Lorenz 混沌系统模块化电路设计与硬件实验[J]. 实验技术与管理, 2018, 35(04): 44–47.
- [3] LI Y, LI C B, ZHANG S, CHEN G R, et al. A self-reproduction hyperchaotic map with compound lattice dynamics [J]. IEEE Trans. Ind. Electron., 2022, 69(10): 10564–10572.
- [4] 陈墨, 陈成杰, 包伯成, 等. 忆阻突触耦合 Hopfield 神经网络的初值敏感动力学[J]. 电子与信息学报, 2020, 42(4): 870–877.
- [5] 薛雪, 刘晓文, 陈桂真, 等. 蔡氏混沌电路综合设计性实验 [J]. 实验技术与管理, 2017, 34(6): 44–49.
- [6] 刘恒, 刘远林, 吴朝阳, 等. 一种蔡氏混沌电路实验设计 [J]. 实验科学与技术, 2020, 18(6): 8–13.
- [7] XU H, ZHANG Z, PENG M. Novel bursting patterns and the bifurcation mechanism in a piecewise smooth Chua's circuit with two scales [J]. Nonlinear Dyn., 2022, 108(2): 1755–1771.
- [8] 闵富红, 马美玲. 基于二极管的限幅蔡氏电路实验研究 [J]. 电气电子教学学报, 2014, 36(4): 48–51.
- [9] 闵富红, 彭光娅, 叶彪明, 等. 无感蔡氏电路混沌同步控制实验 [J]. 实验技术与管理, 2017, 34(2): 43–46.
- [10] 段晓飞, 高同强. 一种基于有源模拟电感的单电源蔡氏电路 [J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2021, 19(6): 1120–1125.