

A Novel Dual Memristor Chaotic System Dynamics and Its Circuit Implementation*

HUANG Lili^{1*}, GU Jiacheng², LU Tianai², LEI Tengfei²

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Qilu Institute of Technology, Jinan 250200, China;
2. School of Electronic Information, Nanjing University of Information Technology, Nanjing 210000, China)

Abstract: Based on the classic Chua's chaotic circuit, by replacing Chua's diode with negative conductance, we design a fifth-order chaotic circuit with memristors, which consists of a flux-controlled memristor and a charge-controlled memristor. The fundamental dynamics of the system is studied by conventional methods. The analyses of equilibria and equilibrium stability show that the equilibrium stability is determined by the circuit parameters and the initial states of two memristors. The Lyapunov exponent spectra and bifurcation diagrams of the circuit imply that it can produce two bifurcation behaviors by adjusting its parameters, which are Hopf bifurcation and anti-period doubling bifurcation. The periodic orbits, double-scroll and single-scroll are found in the same system. Finally, the simulation results indicate that some strange attractors like Butterfly wing type exotic attractor are observed when voltage and electricity signal in observing chaotic attractors are generalized to power and energy signal, respectively. Specially, when different initial conditions of two memristors are used to simulate the circuit, we can find the coexistence phenomenon of chaotic attractors with different topological structures or quasi-periodic limit cycle and chaotic attractor. In order to ensure the occurrence of chaotic behaviors in the circuit, simulators of the charge-controlled memristor and the flux-controlled memristor are designed with conventional electronic devices, and PSpice simulation is conducted on the resulting circuit. PSpice simulation results verify the correctness of the theoretical analysis.

Key words: memristor; chaotic circuits; coexisting attractor; nonlinear dynamics; PSpice

EEACC: 1165 doi: 10.3969/j.issn.1005-9490.2020.02.018

一种新型双忆阻混沌系统动力学及其电路实现研究*

黄丽丽^{1*}, 顾加成², 陆天爱², 雷腾飞¹

(1. 齐鲁理工学院机电工程学院, 济南 250200; 2. 南京信息工程大学电子信息学院, 南京 210000)

摘要: 在经典的蔡氏混沌电路基础上, 引入三次非线性磁控忆阻模型, 利用一个磁控忆阻模型和一个荷控忆阻模型, 外加一个负电导替换变形蔡氏电路中的蔡氏二极管, 设计了一个五阶混沌电路, 用常规的方法研究系统的基本动力学特性。通过数值仿真结果表明电路在参数变化情况下能产生 Hopf 分岔和反倍周期分岔两种分岔行为, 并能产生双涡卷、单涡卷、极限环、同宿轨等不同轨道, 出现了双单摆运动。观察混沌吸引子推广到功率与能量信号, 观察到蝴蝶翅膀重叠的奇异吸引子。通过改变初始值, 能产生共存吸引子和周期极限环共存现象。为了验证电路的混沌行为, 将对设计的电路进行了 PSpice 仿真, 电路仿真结果验证了理论分析的正确性。

关键词: 忆阻器; 混沌电路; 共存吸引子; 非线性动力学; PSpice

中图分类号: O415.5

文献标识码: A

文章编号: 1005-9490(2020)02-0337-08

1971年, 美籍华人蔡少棠发表论文指出: 自然界存在一种电路元件, 它表示磁通与电荷的关系——忆阻器^[1-2]。2008年, 惠普公司的研究人员首次制造出纳米忆阻器件, 越来越多的科学工作者关注于忆阻器技术^[3-4]。忆阻器是一个典型性的非线性器件, 众多科学工作者将其与混沌动力学系统

结合, 取得了丰硕的成果, 文献[5]采用了二次型磁控忆阻器作为系统的正反馈项, 构建了超混沌电路。文献[6]提出了一个新的三维混沌系统, 该系统具有无穷平衡点的新混沌系统, 并具有奇特的动力学行为。文献[7]描述了利用荷控磁控忆阻器组成的五阶电路的仿真与电路实现, 采用分岔图以及

项目来源: 山东省自然科学基金项目(ZR2017PA008)

收稿日期: 2019-10-15 修改日期: 2019-12-12

Lyapunov 指数等工具分析了电路系统的基本动力学行为。2016 年王伟等在文献[8]采用一个荷控和两个磁控两种忆阻器构建了六阶混沌电路系统,分析了忆阻电路系统的复杂性,并通过忆阻器电荷与功率之间的关系,阐述了奇异吸引子与叠加吸引子的存在。在文献[9]中包伯成等设计了含有两个忆阻器的五阶混沌电路,对其基本动力学进行了分析研究。目前,共存吸引子已成为非线性动力学研究的热门课题之一,同时学者们也发现忆阻器电路系统也存在共存吸引子的特性,以上这些都是通过分析参数的变化,目的是为了研究混沌同步控制。在前人的基础上,通过磁控和荷控两个忆阻器外加一个负电导构建电路系统,它将有二个忆阻器内部状态变量的平衡点集^[10-13],再加上高阶电路拥有更复杂的动力学行为^[14-15],对初始条件的敏感性,可以应用在图像加密上。此外,该电路接法是由两个电容分别与负电导和一个荷控忆阻器并联,一个电感与该荷控忆阻器串联,另一个磁控忆阻器单独存在并且该电路的地与大地无导体连接。利用数学知识推出该系统的平衡点^[16-22],并分析了状态变量中的值作为可变初始值,通过 Lyapunov 指数谱分析混沌特性,不同于一般的忆阻混沌系统,该系统的平衡点是由磁控和荷控两种忆阻器的初值状态决定的。此外,本文从初始值的不同探索了共存吸引子的存在,并且通过功率与能量信号之间的特性探索了奇异吸引子的存在。最后通过电路仿真验证了混沌系统的可实现性。

1 新型五阶忆阻动力学系统模型

一个新型五阶忆阻混沌电路如图 1 所示,该电路分为三部分,其连接关系为:一部分是一个负电导(-G)与一个电容 C_1 并联,另一部分是一个荷控忆阻 $M(q)$ 与电感 L 串联,然后与另一个电容 C_2 并联,这两部分中间有磁控忆阻器 $W(\varphi)$,分别与其串联。电路由两个电容、一个电感、一个荷控忆阻器和一个磁控忆阻器构成,其对应应有 5 个状态变量分别为: v_1 、 v_2 、 i 、 q 、 φ ,其中 q 、 φ 是两个忆阻器内部状态变量。

相应的忆阻值可表示为荷控忆阻:

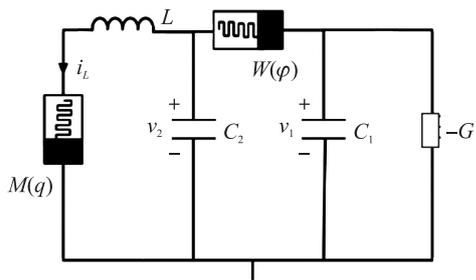


图 1 含两个忆阻器的混沌电路

$$M(q) = \frac{dq(q)}{dq} = \frac{d\varphi(q)}{dt} \frac{dt}{dq} = \frac{V(q)}{I(q)} \quad (1)$$

磁控忆导:

$$W(\varphi) = \frac{d\varphi(\varphi)}{d\varphi} = \frac{dq(\varphi)}{dt} \frac{dt}{d\varphi} = \frac{I(\varphi)}{V(\varphi)} \quad (2)$$

忆阻器两端的电压和电流关系满足

$$v = M(q)i \quad (3)$$

根据基尔霍夫电压和电流定律,可以得到一个五维的微分方程组:

$$\begin{cases} \frac{dv_1}{dt} = \frac{1}{C_1} [(v_2 - v_1)W(\varphi) + v_1G] & C_1 = a \\ \frac{dv_2}{dt} = \frac{1}{C_2} [(v_1 - v_2)W(\varphi) - i] & C_2 = b \\ \frac{di}{dt} = \frac{1}{L} [v_2 - M(q)i] & L = c \\ \frac{d\varphi}{dt} = v_2 - v_1 \\ \frac{dq}{dt} = i \end{cases} \quad (4)$$

为了便于在 MATLAB 中计算分析,式(4)中的 5 个状态变量 v_1 、 v_2 、 i 、 φ 、 q 分别为 x 、 y 、 z 、 v 、 w , 电容 C_1 的值和 C_2 的值、电感 L 的值、负电导 G 的值分别用 $\frac{1}{a}$ 、 $\frac{1}{b}$ 、 $\frac{1}{c}$ 、 $\frac{1}{d}$ 代替,则系统(4)可以用以下归一化的方程组来表示。

$$\begin{cases} \dot{x} = a[(y-x)W(v) + xd] \\ \dot{y} = b[(x-y)W(v) - z] \\ \dot{z} = c[y - zM(w)] \\ \dot{v} = y - x \\ \dot{w} = z \end{cases} \quad (5)$$

式中: $W(v) = e + 3fv^2$, $M(w) = m + 3nw^2$, 其中 m 、 n 、 e 、 f 为常量。

其中忆阻器参数 $m = 0.01$, $n = 0.03$, $e = 0.9$, $f = 0.9$, 电路参数电容 C_1 值的倒数即 $a = 9$, 电容 C_2 值的倒数即 $b = 1$, 电感 L 值的倒数即 $c = 12$, 负电导 G 值即 $d = 1$ 。

电路参数 $a = 9$, $b = 1$, $c = 12$, $d = 1$, 初始值选取 $(0.1, 0, 0.1, 0, 0)$, 采用 Jacobian 方法计算 Lyapunov 指数得 $LE_1 = 0.299 2$, $LE_2 = 0.012 5$, $LE_3 = -0.009 4$, $LE_4 = -0.014$, $LE_5 = -3.364 9$, 新五维忆阻混沌系统的 Lyapunov 维数 $D_L = 3.5$, 可见维数是分数, 因此从 5 阶忆阻电路的相轨图、Lyapunov 指数、Lyapunov 维数, 可知该系统是混沌振荡的。利用五维龙格-库塔算法, 仿真得到系统的运动轨迹在相平面的投影如图 2 所示, 从不同的相平面呈现不同形状的混沌吸引子。

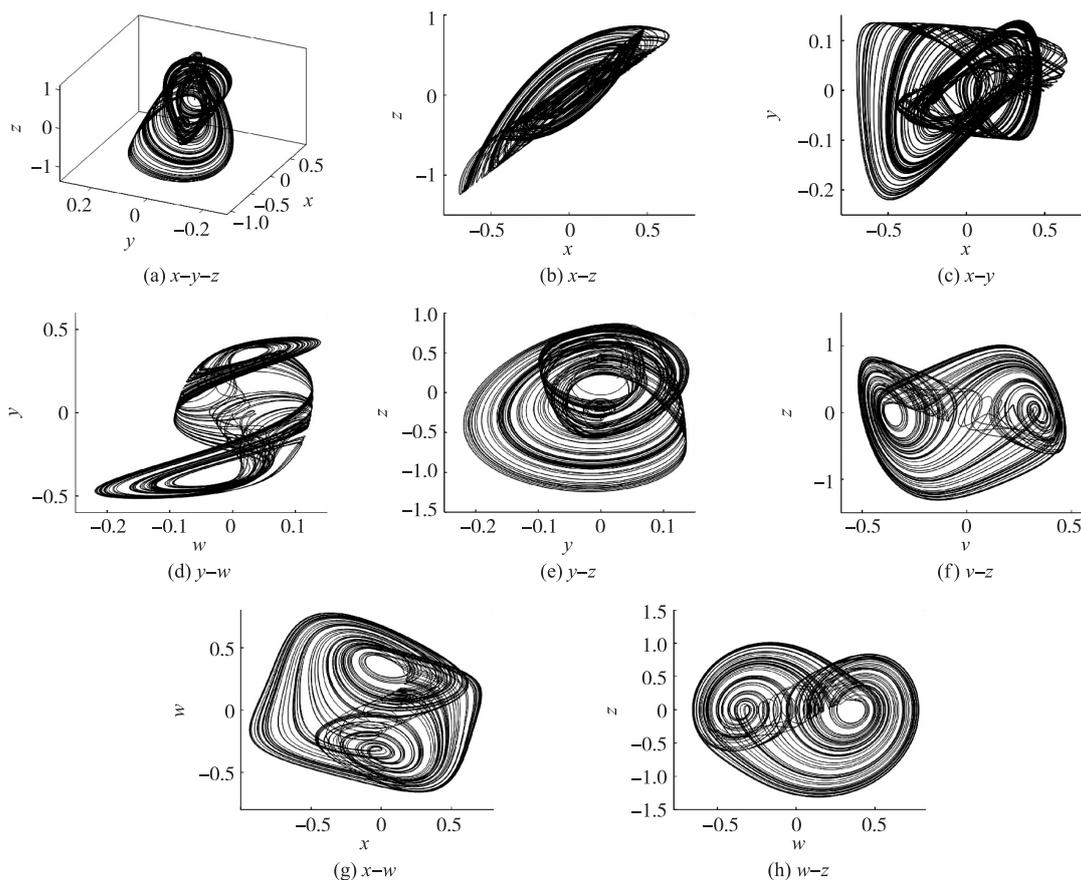


图 2 不同平面的相图

2 系统动力学分析

2.1 系统平衡点及稳定性分析

令系统(5)的右边等于 0, 可得系统的平衡点集为: $s = \left\{ (x, y, z, v, w) \mid \begin{matrix} x=y=z=0 \\ v=n_1, w=n_2 \end{matrix} \right\}$, 即五维空间中的 $v-w$ 子空间的任一点都是该系统的平衡点, n_1, n_2 为实常数, 当取电路参数 $a=9, b=1, c=12, d=1$, 忆阻器参数 $m=0.01, n=0.03, e=0.9, f=0.9$, 选择 n_1, n_2 作为可调参数, 为了研究平衡点的稳定性, 在平衡点线性化系统(5)得到其 Jacobian 矩阵为:

$$J = \begin{bmatrix} -aW(v)+ad & aW(v) & 0 & 0 & 0 \\ bW(v) & -bW(v) & -b & 0 & 0 \\ 0 & C & -cM(w) & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

根据 $\det(J-\lambda I) = 0$ 可得平衡点集 s 的特征根方程为:

$$\lambda^2(\lambda^3+a_1\lambda^2+a_2\lambda+a_3) = 0 \quad (7)$$

这里,

$$a_1 = 32.4v^2 + 0.9w^2 + 1.9$$

$$a_2 = 29.16v^2w^2 - 288.36v^2 + 8.91w^2 - 84.21$$

$$a_3 = 0.972w^2 - 2.916v^2 - 26.244v^2w^2 - 107.892$$

式(7)表明系统(5)含有 5 个特征根; 三个非零特征根和 2 个零特征根。式(7)括号中的三次多项式方程的系数均为非零实常数, 依据 Routh-Hurwitz 稳定条件, 该三次多项式方程的所有根具有负实部的充要条件是:

$$H_k = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ 1 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} > 0 \quad (8)$$

式中: $k=1, 2, 3$, 即有

$$H_1 = a_1 > 0$$

$$H_2 = a_1a_2 - a_3 > 0$$

$$H_3 = a_3(a_1a_2 - a_3) > 0 \quad (9)$$

令 $v=0$, 则 w 即坐标轴上相对应的稳定范围为

$$|w| < 0.214, 0.225 < |w| < 0.4536 \quad (10)$$

令 $w=0$, 则 v 即坐标轴上相对应的稳定范围为

$$|v| < 0.234, 0.2309 < |v| < 0.3756 \quad (11)$$

选取初始状态值 $(0.1, 0, 0.1, v, 0)$ 中的 v 为可变参数为初值, 而得到的李雅普诺夫指数谱如图 3(a) 所示。同理选取初始状态值 $(0.1, 0, 0.1, 0, w)$ 中的 w 为可变参数为初值, 而得到的李雅普诺夫指数谱

如图 3(b) 所示,从图 3 的(a)、(b)的李雅普诺夫指数谱可以看出, v 在 $[-0.4, 0.2]$ 区间出现了大于 0 的李雅普诺夫指数,而(b)图中 w 在区间 $[-0.2, 0.2]$ 内,也有大于 0 的李雅普诺夫指数谱,图 4 数值仿真结果与上述理论分析结果在 $0.2 < v < 0.4$ 区间和 $-0.4 < w < -0.2$ 区间存在差异,在此区间内系统(5)是一个稳定的汇,可见系统(5)的稳定性不能简单地由平衡点集的 3 个非零特征根来确定,下面的数值仿真结果说明了 2 个零特征根在一定的电路参数下对该五阶系统的动力学特性有着很大的影响。

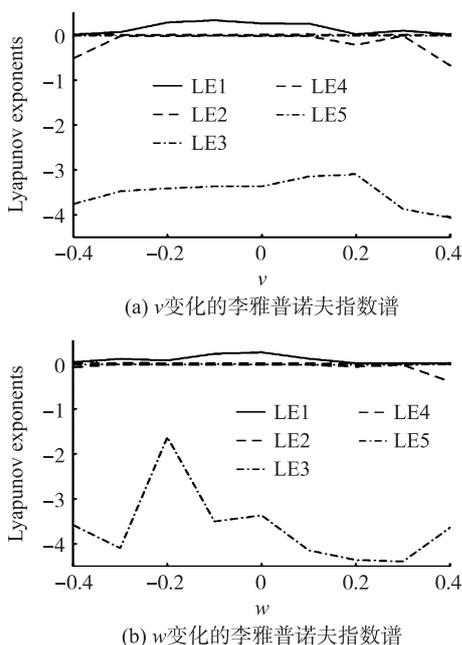


图 3 初始值随变量变化的 Lyapunov 指数谱

2.2 电路参数的影响

随着系统参数的变化,系统的平衡点的稳定性也发生变化,相应的混沌现象也会出现改变。下面就分别从系统不同参数改变下,观察动力学行为的改变。主要从不同变量的 Lyapunov 指数和分岔图进行分析,可以直观看出系统运动状态的变化,然后进行讨论研究。

固定参数 $b=1, c=12, d=1$, 改变参数 $a, a \in [6, 9.5]$ 区间变化时系统的李雅普诺夫指数谱与参与分岔图如图 4 所示,从图 4(a) 分岔图中可以看出系统在 $[7.5, 9.4]$ 处于混沌状态,从图 4(b) 李雅普诺夫指数谱上可以看出在 $[7.5, 9.4]$ 区间内最大的 Lyapunov 大于零,再者有 5 个李雅普诺夫指数谱符合 $(+, -, 0, -, -)$, 其中有一个大于 0, 该系统必为混沌。对比图 4(a)、(b) 不难看出,图中各自运行轨线所体现系统稳定与不稳定区域是相互吻合的。

据图 4(a) 所示的分岔图,可以看出系统是由倍周期分岔进入混沌,为了验证,本文作了一系列的相

图如图 5 所示,图 5(a) 为单周期吸引子,图 5(b) 为二周期吸引子,图 5(c)、(d) 为多周期吸引子,由这里的图 5(e)、(f) 可以看出,具有混沌吸引子与周期并存的出现。因此当参数 a 取不同的数值时,该系统是由周期状态到倍周期再到混沌的演变过程。

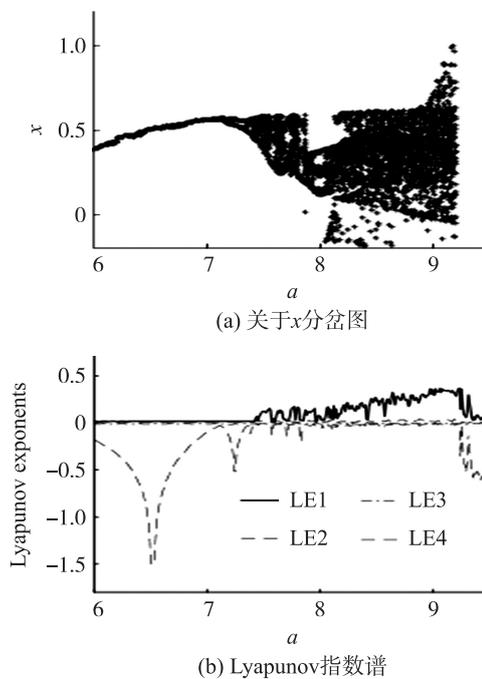


图 4 a 参数变化

同理固定参数 $a=9, b=1, d=1$, 改变参数 c, c 在区间 $[11, 16]$, 系统(5)关于 x 的分岔图及 Lyapunov 指数谱如图 6 所示。由图 6 可见系统是失稳突然进入混沌的,然后又经反倍周期分岔逐步过渡为周期轨。

3 混沌振荡行为中多稳态分析

3.1 奇异吸引子

在电路参数确定的情况下,观察混沌吸引子时都是关注电容电压、电感电流及忆阻器磁通之间的特性,现将五阶系统推广到功率与能量信号上,将会产生什么吸引子呢? 如图 7 所示。图 7(a) 反映的 q 与电感 L 的功率特性图,其相图为一个四涡卷混沌吸引子;图 7(b) 反映的是电压 v_2 与电感 L 功率间特性,其产生的相图为一个蝴蝶形吸引子,在作双单摆运动,运动状态是同宿轨。图 7(c)、(d) 分别呈现忆阻器 $W(\varphi)$ 与电压 v_2, i_L 的能量间的特性,其产生的吸引子是奇怪的像蝴蝶翅膀的两翼;图 7(e) 反映的是忆阻器 $W(q)$ 两端的 $v-i$ 特性图,体现了忆阻器斜“8”字的记忆特性;图 7(f) 呈现了忆阻器 $WW(\varphi) - WW(q)$ 能量之间产生的奇怪吸引子,其形状像忆阻器斜“8”字的记忆特性图,产生该现象的原因与忆阻器本身的记忆特性有关。

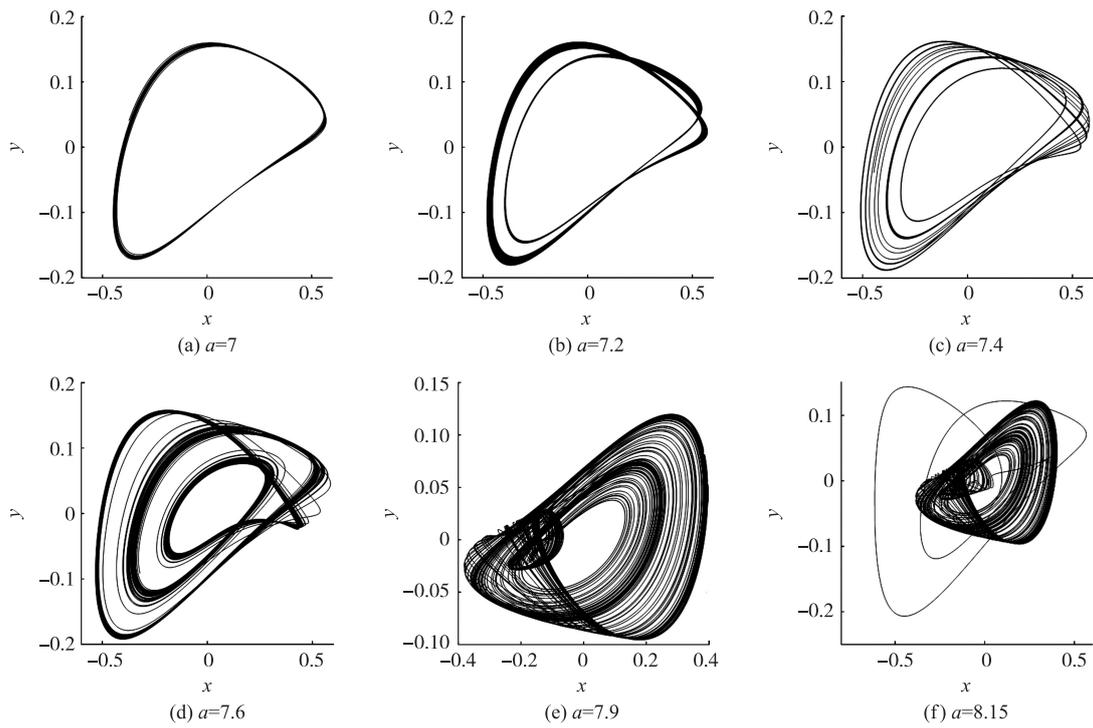


图 5 系统随 a 变化时在 x - y 平面上的相图

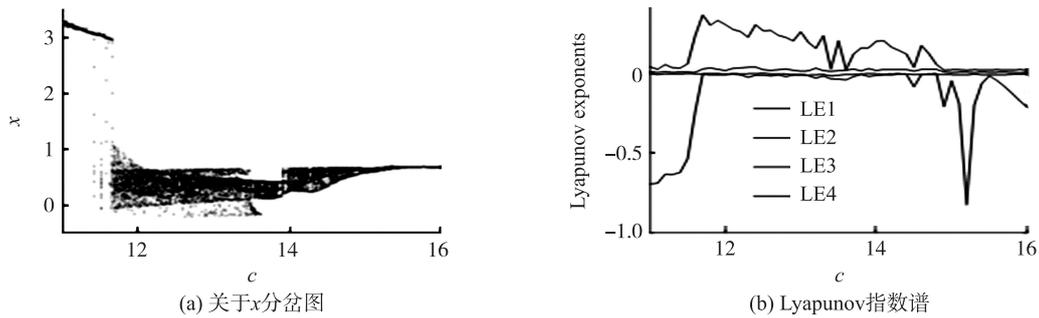


图 6 c 参数变化时的关于 x 的分岔图及 Lyapunov 指数谱

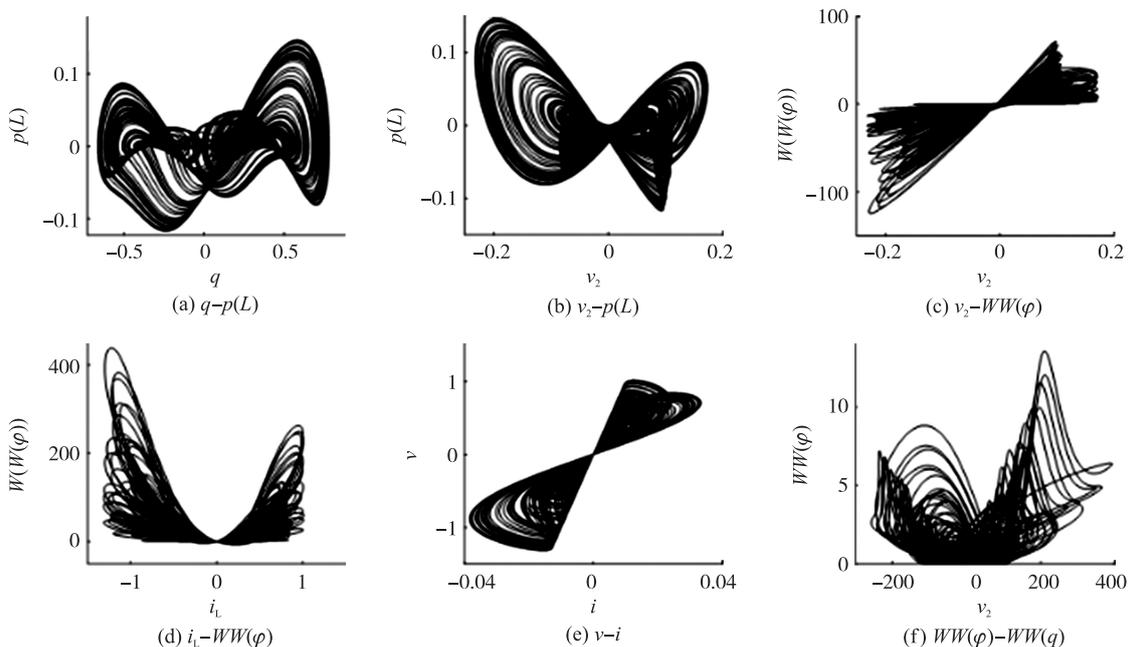


图 7 各能量间的信号传递

3.2 共存吸引子

固定原系统参数 $a=9, b=1, d=1$, 在不同的初始条件下, 能够观察到共存现象, 分别取初始值 $(0.1, 0, 0.1, 0, 0)$ 和 $(-0.05, 0, 0.1, 0, 0)$, 其对应的随着电路参数 c 变化的分岔图为图 8(a)、8(b), 为了对比两种初始条件下的状态, 特此将图 8(a)、8(b) 的坐标设置成一样。从图 8 不难看出, 共存周期态主要发生在 $[11, 11.8]$ 、 $[15, 16]$ 。选择 $c=11.5$, 可以观察到周期共存, 如图 9(a)、9(b); 从图 8(a)、8(b) 不难看出在区间 $[12.7, 13.2]$ 、 $[13.5, 14.5]$ 是周期极限环和混沌共存状态。取 $c=12.7$, 验证了周期极限环和混沌共存, 如图 9(c)、9(d) 所示; 取 $c=13.5$ 时, 两种初始值下产生了混沌吸引子共存现象, 如图 9(e)、9(f) 所示。在初始值 $(0.1, 0,$

$0.1, 0, 0)$ 和 $(-0.05, 0, 0.1, 0, 0)$ 已分别标出。基于初始值改变引起共存吸引子的存在也充分说明了该混沌系统对初始值的敏感性。

4 电路仿真和实验结果

针对不同的混沌系统, 可以选取不同的电路设计方法, 因此, 在设计混沌电路设计时, 根据该系统的混沌特性以及各种参数的指标进行选择, 本设计通过 PSpice 电路仿真与 MATLAB 实现的结果进行验证。具体的设计是由运算放大器、电阻、乘法器和电容器等分立元件, 另外乘法器 M1 与 M2 的尺度因子分别为 g_1 和 g_2 , 本文用这些元器件构建一个电路来实现忆阻器的特性。三次光滑忆阻模拟等效图如图 10 所示。

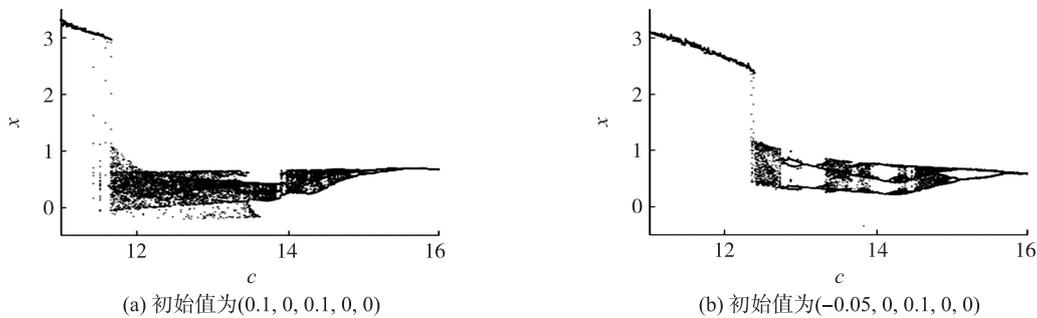


图 8 随电路参数 c 变化的分岔图

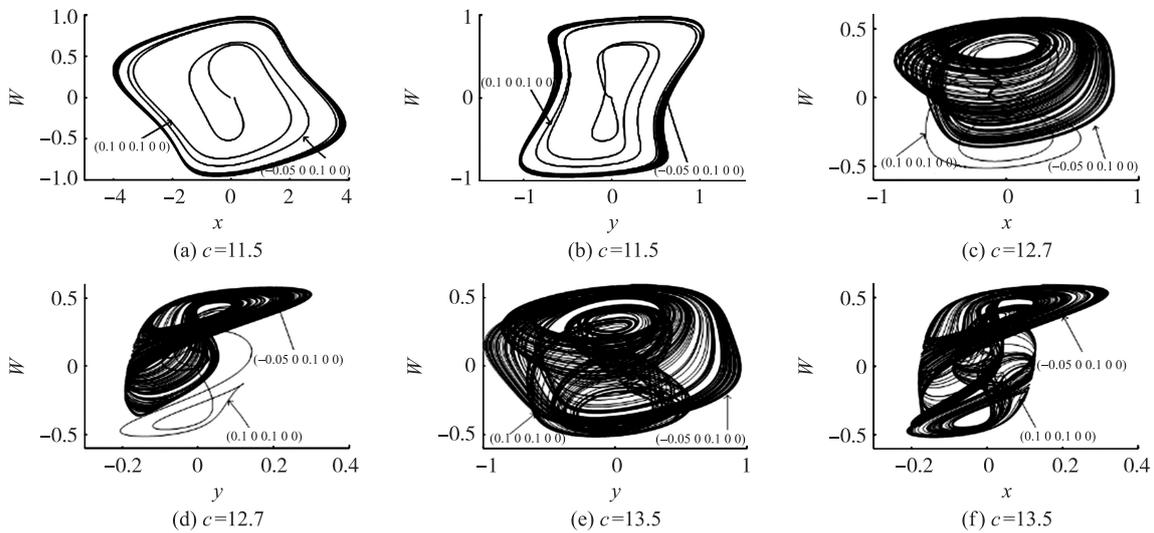


图 9 平面的共存吸引子

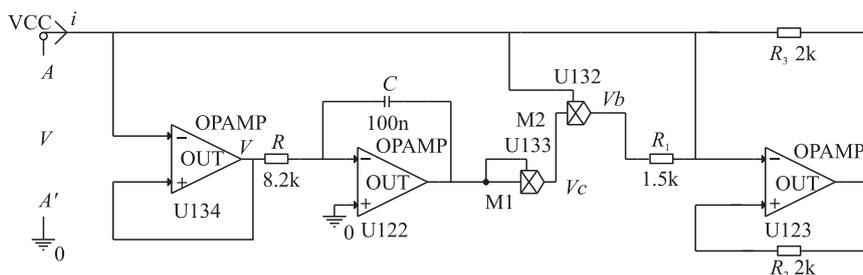


图 10 三次光滑忆阻模拟等效电路

选择 $R_2 = R_3$, 其流入的电流 i 与电压 v 之间的关系:

$$i = \frac{v_c - v}{R_1} \quad (12)$$

$$v_a = -\frac{1}{RC} \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau \quad (13)$$

而电压在一定时间内的积分为磁通 φ , 则

$$\varphi = \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau \quad (14)$$

令

$$\xi = \frac{1}{RC} \quad (15)$$

则在分别通过因数为 g_1 与 g_2 的乘法器 M1、M2 之后, 那么得到:

$$v_b = g_1 v_a^2 = (-\xi\varphi)^2 g_1 \quad (16)$$

$$v_c = v_b g_2 = v \xi^2 \varphi^2 g_1 g_2 \quad (17)$$

将式 (17) 代入式 (12) 中可得:

$$i = \left[\frac{-1}{R_1} + \frac{\xi^2 g_1 g_2}{R_1} \right] v \quad (18)$$

而由于忆阻为 $W(\varphi) = e + 3f\varphi^2$, 所以对比公式 (18) 可得知:

$$e = -\frac{1}{R_1}, 3f = \frac{\xi^2 g_1 g_2}{R_1} \quad (19)$$

通过 e, f 值可以求得 $R_1 = 1.5 \text{ k}\Omega, g_1 = g_2 = 1, R = 8.2 \text{ k}\Omega, C = 100 \text{ nF}$ 。通过 PSpice 仿真得到忆阻器的电压和电流之间的时滞曲线如图 11 所示。

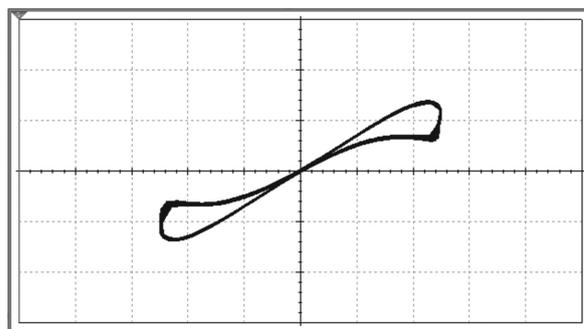


图 11 忆阻器“8 字型”时滞曲线图

所设计混沌电路 PSpice 整体仿真电路如图 12 所示, 其中包含荷控忆阻器和磁控忆阻器等效电路。分别选择电路参数 $C_1 = 158 \text{ nF}, C_2 = 15.8 \text{ nF}, L_1 = 34 \text{ mH}, C_3 = C_4 = 10 \text{ nF}, R_5 = R_8 = 1 \text{ k}\Omega, R_7 = 450 \Omega, R_6 = 15 \Omega$, 其他阻值如上图 10 所标注, 对整体电路运用 PSpice 仿真分析, 仿真结果如图 13 (a)、13 (b)、13 (c), 该图 13 (a)、13 (b)、13 (c) 是不同平面之间的相轨图, 很直观地看出结果与 MATLAB 仿真所实现的结果基本相似, 从而证实了系统的可实现性。

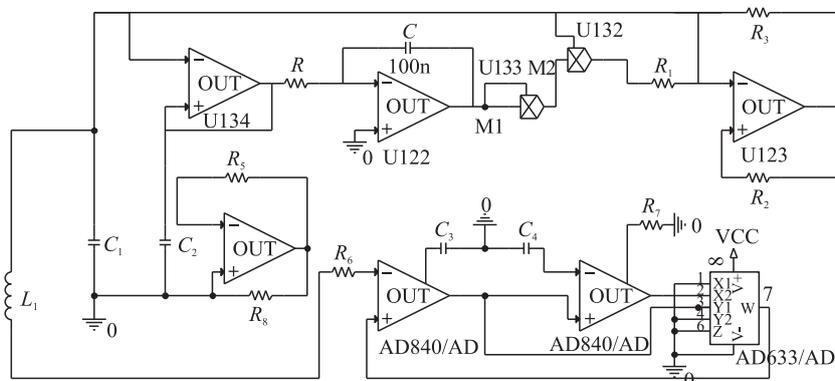


图 12 PSpice 整体仿真图

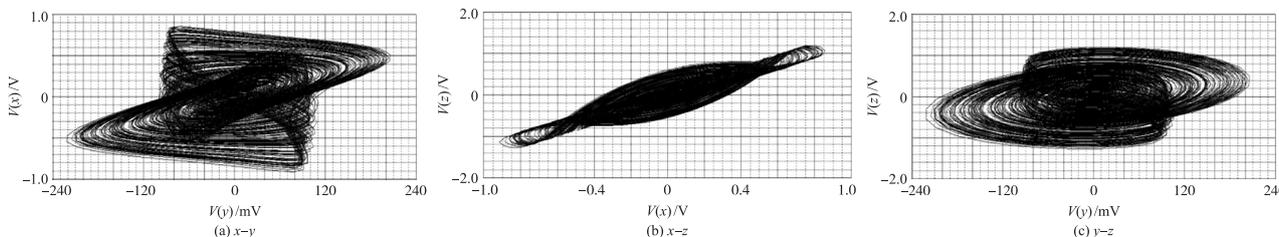


图 13 3 种平面的相图

5 结论

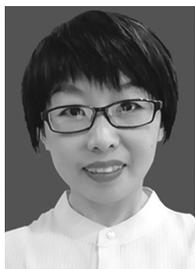
本文针对一种具有共存吸引子的忆阻器混沌状态, 利用荷控磁控与负电导组成的电路, 定量地分析

了平衡点集的稳定性。采用相图、Lyapunov 指数谱以及分岔图等动力学分析方法验证了理论分析的正确性。在合适的参数范围内, 出现了单周期、倍周期、反倍周期现象, 在不同初值下寻找了共存吸引子

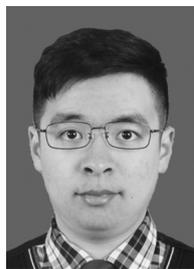
的存在,从探寻混沌吸引子时关注电压和电流信号推广到功率和能量信号,观察到像蝴蝶形等奇怪吸引子的产生。类似这样的研究在很多参考文献中有介绍,但是采用不同的五阶电路而出现的奇怪的吸引子现象尚不多见。经过分析探索,发现此系统对初始值和参数有很强的敏感性,经过参数的改变有很丰富的动力学行为,并通过 PSpice 仿真忆阻器模拟等效电路以及整体仿真,结果证实了系统的可实现性,在通信加密、微弱信号检测等工程应用领域具有很强的应用价值。

参考文献:

- [1] 欧青立,徐林波,郭子叶,等. 基于忆阻器的五阶 MCK 混沌电路研究[J]. 量子电子学报,2016,33(1):56-62.
- [2] 吴泽炎,顾梅园,李付鹏. 一个具有隐藏与共存吸引子的忆感器混沌系统[J]. 杭州电子科技大学学报(自然科学版),2019,39(04):6-11.
- [3] Wang X B, Chen Y R. Spintronic Memristor Through Spin-Torque-Induced Magnetization Motion[J]. IEEE Electron Device Letters, 2009,30(3):294-297.
- [4] Bao G, Zeng Z G. Multistability of Periodic Delayed Recurrent Neural Network with Memristors[J]. Neural Computing & Applications, 2013,23(7-8):1963-1967.
- [5] 徐昌彪,黎周. 具有共存混沌吸引子的超大范围参数混沌系统[J]. 浙江大学学报(工学版),2019,53(8):1552-1562.
- [6] 党小宇,李春彪,包伯成,等. 基于数模混合的混沌映射实现[J]. 物理学报,2015,24(5):274-278.
- [7] 洪庆辉,曾以成,李志军. 含磁控和荷控两种忆阻器的混沌电路设计与仿真[J]. 物理学报,2013,62(23):49-55.
- [8] 王伟,曾以成,孙睿婷. 含三个忆阻器的六阶混沌电路研究[J]. 物理学报,2017,66(4):29-39.
- [9] 包伯成,史国栋,许建平,等. 含两个忆阻器混沌电路的动力学分析[J]. 中国科学:技术科学,2011,41(8):1135-1142.
- [10] 鲜永菊,夏诚,钟德,等. 具有共存吸引子的混沌系统及其分数阶系统的镇定[J]. 控制理论与应用,2019,36(2):262-270.
- [11] 查进道,李春彪. 基于引力场理论的混沌同步[J]. 计算物理,2018,35(6):737-749.
- [12] 吴淑花,容旭巍,刘振永. 含两个荷控忆阻器最简混沌电路的设计与研究[J]. 系统仿真学报,2018,30(10):3985-3994.
- [13] 郑广超,刘崇新,王琰. 一种具有隐藏吸引子的分数阶混沌系统的动力学分析及有限时间同步[J]. 物理学报,2018,67(5):43-50.
- [14] 史传宝,王光义,臧寿池. 一个新的混沌系统及其共存吸引子的研究[J]. 杭州电子科技大学学报(自然科学版),2017,37(4):1-5.
- [15] 李春彪,王翰康,陈霞. 一个新的恒指数谱混沌吸引子与电路实现[J]. 物理学报,2010,59(2):783-791.
- [16] 洪庆辉,李志军,曾金芳,等. 基于电流反馈运算放大器的忆阻混沌电路设计与仿真[J]. 物理学报,2014,63(18):94-101.
- [17] 雷腾飞,刘彦芬,陈众起,等. 一类具有吸引子共存新混沌系统的动力学分析、电路仿真及应用[J]. 曲阜师范大学学报(自然科学版),2017,43(3):35-43.
- [18] 乔晓华,徐毅,孙玉霞,等. 忆阻超混沌 μ 系统的隐藏动力学特性研究[J]. 电子科技大学学报,2018,47(3):402-409.
- [19] 包涵,包伯成,林毅,等. 忆阻自激振荡系统的隐藏吸引子及其动力学特性[J]. 物理学报,2016,65(18):219-230.
- [20] Moreno Y, Pacheco F. Synchronization of Kuramoto Oscillators in Scale-Free Networks[J]. Europhysics Letters, 2004,68:603-609.
- [21] 李春来,禹思敏,罗晓曙. 一个新的混沌系统的构建与实现[J]. 物理学报,2012,61(11):127-136.
- [22] 雷腾飞,付海燕,张鑫,等. 基于 Adomian 分解法的分数阶混沌系统的动力学分析与电路实现[J]. 电子器件,2019,42(1):193-200.



黄丽丽(1984-),女,山东菏泽,讲师,硕士,研究方向为非线性系统分析与控制;



顾加成(1996-),男,南京信息工程大学在读硕士,目前主要研究方向为忆阻系统、混沌电路及其应用;



陆天爱(1995-),男,南京信息工程大学在读硕士,研究方向为信号处理、非线性动力学,主要从事非线性电路与系统的研究;



雷腾飞(1988-),男,汉族,山东肥城人,硕士,讲师,主要研究方向为分数阶混沌动力学、忆阻器和电机控制等, leitengfeicanhe@126.com。