裂隙粗糙度系数及其分数维研究

吴继敏[1],陈　玲[2],孙少锐[1],朱家祥[1]

(1.河海大学土木工程学院,江苏 南京　210098;2.浙江省水利水电勘测设计院,浙江 杭州　310002)

摘要:以巴顿提出的10条典型粗糙度剖面模型为基础,从立体学和形态数学原理出发,讨论巴顿模型的线粗糙度和面粗糙度特征及其分数维特征.并通过一些学者研究成果的比较,对巴顿模型进行了一定的探讨,得出了结构面的抗剪强度不仅与裂隙粗糙度系数或分数维有联系,而且还与岩性特征有关的结论.

关键词:裂隙岩体;粗糙度系数;模型;分数维

中图分类号:TU452　　文献标识码:A　　文章编号:1000-1980(2003)02-0152-04

1　裂隙粗糙度系数(*JRC*)

Barton①对粗糙程度不同的8种岩体裂隙进行剪切模拟试验,通过量测其峰值剪应力 τ($\tau=\sigma_n\tan(\varphi+i)$)、压应力 σ_n 以及峰值剪胀角,并经适当化简及统计回归分析,得到了极其著名的巴顿方程

$$\tau=\sigma_n\tan\left[JRC\lg\left(\frac{JCS}{\sigma_n}\right)+\varphi\right] \tag{1}$$

式中:φ——内摩擦角;JRC——裂隙粗糙度系数(Joint Roughness Coefficient);JCS——裂隙抗压强度(Joint Compressive Strength).同时,对于裂隙粗糙度系数的确定,提出了10条典型粗糙剖面的模型,用于野外工作 JRC 的对比确定,见图1.

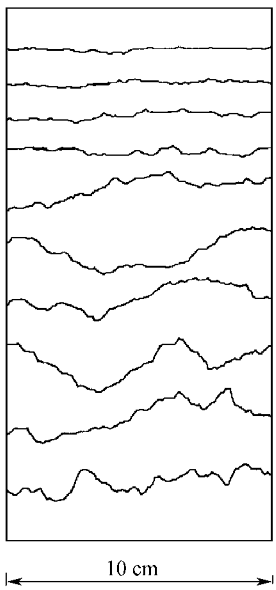

图1　*JRC* 及典型裂隙剖面模型①

Fig.1　*JRC* and typical models of fracture profiles①

Hoek等②指出,该方程在低应力条件下极为有用.由于绝大多数边坡的失稳,均在该低应力条件下,因此,他们极力推荐该方程的应用.

Gentier等③应用立体学原理,推导出裂隙的线粗糙度

$$R_L=\frac{L_t}{L} \tag{2}$$

式中:L——实际测量长度;L_t——投影长度.同时推导出裂隙面粗糙度的经验模型

$$R_A=\frac{\pi}{2}\sqrt{R_L^2-1+\frac{4}{\pi^2}} \tag{3}$$

式中 R_A 为粗糙裂隙面实际面积与裂隙面投影面积之比.

2　分数维原理及其应用

在分数几何里,分数曲线的长度定义为

$$B_r=N_r r \tag{4}$$

收稿日期:2002-04-22

基金项目:国家教育部留学回国人员科研启动基金资助项目

作者简介:吴继敏(1956—),男,江苏宜兴人,教授,博士生导师,主要从事地学统计、岩体稳定性分析、图像处理的地学应用等方面的研究.

① Barton N R.A relationship between joint roughness and shear strength.In:Proc International Symposium on Rock Fractured.Nancy France,1971.1—8.

② Hoek E,Bray J W.Rock slope engineering.third edition,1994.358.

③ Gentier S,Riss J.Spherical distribution of fracture surface elements from linear and/or areal roughness.Acta Stereol,1987.877—882.

式中:N_r——步长为 r 的段数;B_r——曲线的长度.

事实上,r 越小,N_r 越大,B_r 也越接近曲线的真实长度. Mandelbrot①解释 Richardson 定律时,建立了分数理论. 如果 $\lg B_r$ 为 $\lg r$ 的函数且呈线性关系变化时,则

$$B_r = \lambda r^{1-D} \tag{5}$$

式中:D——分数维;λ——与 D 有关的恒量. 如果 $D = 1$,曲线为一直线,$N_r = 1$,$B_r = r$;如果 $1 < D < 2$,曲线为分数周边,周边的弯曲度随 D 的增加而增加.

Mandelbrot②应用统计自模拟和分数维方法评价英国海岸线的长度时,就奠定了分数维的基础. 1977 年,他正式系统地提出了分数维的概念. 分数维的评价方法有很多[1],在周长变化解答方面有变量扩大法、等步长导线测量法、图像分析香肠法、检验截距法、连续像素数间隔顶点导线测量法,在关系解答方面有面积和周长关系法、解答与个数关系法、变化图与分维关系法、傅立叶与分维关系法. Rigaut 在研究生物细胞时也提出了半分数维方法.

分数维的应用越来越广,Xie 等③应用节理平均基长 L^* 和平均粗糙长度 H^*,从分维理论入手,模拟自然界的随机节理剖面,由此建立了能直接得到其分数维的模型

$$D = \frac{\lg 4}{\lg\left[2\left(1 + \cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{2H^*}{L^*}\right)\right)\right)\right]} \tag{6}$$

从而应用分数维表达 JRC:

$$JRC = 85.2671(D-1)^{0.5679} \tag{7}$$

Tse 等④ 应用经验统计关系来计算典型的 JRC:

$$JRC = 32.20 + 32.47\lg z_2 \tag{8}$$

$$z_2 = \left[(MD_x^2)\sum_{i=1}^{M}(y_{i+1} - y_i)\right]^{-\frac{1}{2}} \tag{9}$$

式中:M——测量粗糙高度的区间数;D_x——粗糙度测量的样本空间;y_i,y_{i+1}——第 i 点和第 $i+1$ 点的粗糙高度;z_2——第 1 阶导数的平均值即平方根.

Wakabayashi 等⑤研究了 JRC 和分数维及其抗剪强度的关系,得到了比较理想的结果. 徐永福等[2]应用断层碎屑分布的分维特征研究了其地质意义.

3　剖面模型的处理

巴顿的典型粗糙剖面模型的长度为 10 cm;第 1 次数字化的观测点为 121 个,步长 δ 为 0.833 mm;第 2 次为 61 个,步长为 1.667 mm;第 3 次为 41 个,步长为 2.500 mm;第 4 次为 31 个,步长为 3.333 mm;第 5 次为 25 个,步长为 4.167 mm;第 6 次为 21 个,步长为 5.000 mm. 实际巴顿裂隙剖面模型的统计分析结果见表 1. 其中 D 为分数维,F 为 Fisher 统计观测值,r 为相关系数,ΔH 为相对高差.

从表 1 可知:随着裂隙粗糙度系数的增加,线粗糙度和分数维也相应增加;F 统计观测值均大于临界值($F_{cr} = 21.20$,$\alpha = 0.01$)相关系数大于 0.9540.

巴顿裂隙剖面模型的 JRC 和线粗糙度及其分数维的统计回归分析结果见表 2. 表 2 也说明,巴顿模型的裂隙粗糙度系数和线粗糙度及其分数维具有很好的相关性.

对巴顿的典型粗糙剖面模型的技术处理仅作相对高差的适当调整,一般为 0.1 mm × 0.833 mm,局部为 0.3 mm × 0.833 mm,调整后的巴顿裂隙剖面模型见图 2,调整后的巴顿裂隙剖面模型的统计分析结果见表 3.

---

① Mandelbrot B B. How long is the coast of Britain? statistical self similarity and fractional dimension. Science,1967. 636—638.

② Mandelbrot B B. Fractals,form,chance and dimension. San Francisco: Freeman,1977.

③ Xie H,Pariseau W G. Fractal estimation of joint roughness coefficient. In: Fractured and Joint Rock Masses. California: 1992. 132—139.

④ Tse R.,Cruden D M. Estimating joint roughness coefficients. In: Sci,Geomen Abstr Int J Rock Mech 1979. 303—307.

⑤ Wakabayashi Naruki,Ikuo Fukushige. Experimental study on the relation between fractal dimension and shear strength. In: Fractured and Joint Rock Masses. California. 1992. 132—139.

表1 实际巴顿裂隙剖面模型的 R_L, D 及统计参数

Table 1 Linear rugosity, fractal dimension and statistical parameters of real Barton's model

JRC	ΔH/cm	R_L	D	F	r
0~2	0.8	1.004	1.002	158.44	0.9880
2~4	1.2	1.005	1.003	773.51	0.9970
4~6	2.1	1.008	1.003	125.19	0.9840
6~8	1.6	1.010	1.003	40.75	0.9540
8~10	5.4	1.020	1.007	72.88	0.9740
10~12	6.7	1.025	1.007	157.38	0.9880
12~14	5.9	1.030	1.009	62.47	0.9690
14~16	7.5	1.050	1.012	111.12	0.9830
16~18	7.6	1.044	1.012	103.85	0.9810
18~20	5.1	1.060	1.020	80.30	0.9760

表2 剖面模型的 *JRC*, R_L 及其 D 的统计回归分析结果

Table 2 Statistical regression analysis of *JRC*, R_L and D

参数	a	b	r	F	n
R_L-*JRC*	0.0032	0.9936	0.9630	101.05	8
D-*JRC*	0.0009	0.9989	0.9400	60.14	8

注:a 和 b 为回归系数及常数;n 为自由度;Fisher 分布临界值为 25.42($\alpha = 0.001$).

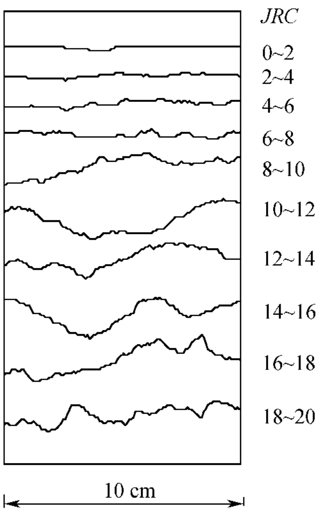

图2 调整后的 *JRC* 及典型裂隙剖面模型

Fig.2 *JRC* and typical models(after adjustment)

表3 调整后的巴顿裂隙剖面模型的 R_L, D 及统计参数

Table 3 Linear rugosity, fractal dimension and statistical parameters after adjustment

JRC	ΔH/cm	R_L	D	F	r
0~2	0.7	1.001	1.000	106.40	0.9820
2~4	1.2	1.003	1.001	172.60	0.9900
4~6	2.1	1.008	1.003	125.20	0.9840
6~8	1.7	1.013	1.005	115.20	0.9830
8~10	5.4	1.020	1.007	72.88	0.9730
10~12	6.7	1.026	1.008	121.00	0.9840
12~14	6.0	1.031	1.010	62.33	0.9690
14~16	6.8	1.039	1.010	571.20	0.9970
16~18	7.6	1.044	1.012	103.90	0.9810
18~20	4.9	1.050	1.015	38.66	0.9520

从表3可知:随着裂隙粗糙度系数的增加,线粗糙度和分数维也相应增加的一致性较好;F 统计观测值均大于临界值($F_{cr} = 21.20$,$\alpha = 0.01$),相关系数大于0.9520.

调整后的巴顿裂隙剖面模型的 *JRC* 和线粗糙度及其分数维的统计回归分析结果见表4.

表4 调整后的剖面模型的 *JRC* 和线粗糙度及其分数维的统计回归分析结果

Table 4 Statistical regression analysis of *JRC*, R_L and D after a little adjustment

参数	a	b	r	F	n
R_L-*JRC*	0.0029	0.9949	0.9959	974.42	8
D-*JRC*	0.0008	0.9993	0.9949	783.90	8

表4进一步说明:巴顿模型的裂隙粗糙度系数和线粗糙度及其分数维具有很好的相关性,相关系数分别为0.9959和0.9949,与表2相比,分别提高了3%~5%;F 检验值均远大于其临界值,为25.42($\alpha = 0.001$).

4 小　　结

应用本文方法得到的 *JRC* 的分数维结果和日本学者 Wakabayashi 等经验统计关系

$$JRC = \left(\frac{D-1}{4.413 \times 10^{-5}}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{10}$$

得到的分数维结果极为相似,但和 Xie 等应用方程得到的分数维有些差别(见表 5),这与步长的精度有关.

毫无疑问,结构面的抗剪强度不但与裂隙粗糙度系数或分数维有极为重要的关系,还与岩性特征有关. Wakabayashi 等研究了 Sanjome 的安山岩及 Inada 的花岗岩中结构面的分数维和抗剪强度的关系,并得到了较为理想的结果.

对于确定的岩性,结构面的抗剪强度与裂隙粗糙度系数或分数维必然存在关系,有待人们进一步研究.

表 5　一些分数维结果的比较

Table 5　Comparison of the results of some fractal dimensions

JRC	本文	Wakabayashi 等	Xie 等
0~2	1.0004	1.0000	1.0000
2~4	1.0050	1.0051	1.0110
16~18	1.0123		1.0407
18~20	1.0150	1.0179	

参考文献:

[1] CHERBIT G. Fractals dimension non entières et application[M]. Paris: Masson, 1991.233—281.
[2] 徐永福,吴正根.断层碎屑分布的分维及其地质意义[J].河海大学学报,1996,24(3):1—4.

Joint roughness coefficients and their fractal dimension

WU Ji-min[1], CHEN Ling[2], SUN Shao-rui[1], ZHU Jia-xiang[1]
(1. *College of Civil Engineering*, *Hohai Univ.*, *Nanjing* 210098, *China*;
2. *Zhejiang Investigation and Design Institute of Water Resources and Electric Power*, *Hangzhou* 310012, *China*)

Abstract: The characteristics of linear rugosity, areal rugosity, and fractal dimension related to the JRC were discussed based on Barton's models of 10 typical profiles and the principle of stereology and morphological mathematics. By a comparison with some experts' researches, the theoretical basis of Barton' models was further discussed, and it is concluded that the shear strength of the structural surface is not only related to the roughness coefficient or fractal dimension of joints, but also related to the characteristics of rock mass.

Key words: fissured rock; roughness coefficient; model; fractal dimension