

波达方向误差对对角加载波束形成的影响研究

李 璇, 鄢社锋

(中国科学院声学研究所数字系统集成部, 北京 100080)

摘要: 文章回顾了对角加载波束形成理论的发展, 列举了几种较常使用的求取对角加载因子的方法。通过多个仿真实例, 着重分析了 Xavier 提出的基于无限随机矩阵理论的对角加载因子的方法, 指出了其局限性—在期望信号的方向向量存在误差的时候, 该方法产生自消现象, 从而波束形成器的性能急剧下降。本文结合特征空间波束形成, 根据期望信号的实际方向向量正交于噪声子空间, 提出一种改进方法—先对期望信号的方向进行校正, 再求取对角加载因子, 从而加强了 Xavier 的方法对波达方向失配的稳健性。仿真实例验证了在信噪比不大的时候这个方法的有效性。

关键词: 对角加载; 稳健自适应波束形成; 波达方向不确定性; 特征空间波束形成

中图分类号: TN911

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2008)-02-0181-06

A study of the effects of direction-of-arrival estimate errors on diagonal loading beamforming

LI Xuan, YAN She-feng

(Integrated Digital System Laboratory, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100008, China)

Abstract: The development of diagonal loading beamforming technique is reviewed and some methods of computing diagonal loading factor are presented. Then, by simulation examples, the infinite-random-matrix-based beamforming presented by Xavier is analyzed. The result shows that the self-nulling phenomenon happens in the scenario with steering vector errors to degrade the performance severely. Due to the orthogonality between the steering vector of the signal of interest (SOI) and the noise space, an improved method elicited by the eigenspace-based beamforming (ESB) is proposed, in which the direction of SOI is first calibrated. This method can improve the robustness of the beamformer in the case of Direction-of-Arrival (DOA) uncertainties. The result of the numerical simulation shows the effectiveness of this method when the SNR is not great.

Key words: diagonal loading; robust adaptive beamforming; DOA uncertainties; eigenspace-based beamforming

1 引 言

Capon波束形成, 即最小方差无失真响应波束形成(MVDR), 是波束形成中最重要一种的算法^[1,2], 它在声纳、雷达、无线通信中有广泛的应用。实际运用中一般是用采样点协方差矩阵代替干扰加噪声矩阵, 并对其求逆(SMI)的方法得到加权向量, 使得输

出信干噪比(SINR)最大。但是在训练数据段存在期望信号(SOI), 即信号污染(而这种情况在声纳信号中是很普遍的), 或者是方向向量存在误差、快拍数有限的情况下, MVDR的性能将急剧下降^[3]。为了兼顾波束的旁瓣级、主瓣宽度、阵增益、稳健性和逼近精度等指标, 许多学者作出了努力^[4-15], 例如文献[15]中提出的利用二阶锥规划实现的稳健波束形成。其中, 对角加载是提高MVDR的稳健性的一种有效的方法。如何确定对角加载因子是大家关注的问题。对于快拍数有限, 甚至是阵元数大于快拍数的情况, Xavier利用有限随机矩阵理论和多元统计分析(G-analysis), 构建代价函数求得最佳加权因子,

收稿日期: 2007-02-06; 修回日期: 2007-06-12

基金项目: 国家自然科学基金(批准号 60602055), 中国科学院声学研究所所长择优基金(资助号 GSOPJ02)

作者简介: 李璇(1983-)女, 云南人, 博士研究生, 研究方向: 阵列信号处理。

通讯作者: 李璇, E-mail: happyxuanli@hotmail.com

得到最大 SINR^[9], 本文将其称为 Xavier 的方法。这种方法中, 当方向向量存在误差的时候, 期望信号被当作了干扰信号而发生自消现象, 无法得到正确的波束。Xavier 对此未进行详细分析。本文着重于研究波达方向误差对 Xavier 的方法的影响, 并利用特征空间理论对 Xavier 的方法进行了改进。

2 信号模型

不失一般性, 考虑 M 元半波长间隔均匀线列阵 (ULA), 假设信号源为点源, 阵列的输入为:

$$x(t) = \beta a_0 s_0(t) + \sum_{i=1}^K a_i s_i(t) + n(t) \quad (1)$$

式中

a_i 是实际的方向向量。在信号的秩为 1 的情况下, $a_i \in \mathbb{C}^{M \times 1}$, $i=0, 1, \dots, K$ 。K 为干扰源个数。事实上它们是无法精确已知的。

$s_i(t)$, $i=0, 1, \dots, K$, 为相互独立的复高斯随机信号, 均值为 0, 方差为 $P_i/2$, P_i 是信号功率。 $s_0(t)$ 为期望信号, 剩下的为干扰信号。

$\beta=0$, 表示 signal-free 的情况, 即期望信号不存在于训练数据段; $\beta=1$, 则表示信号污染 (signal-contaminated) 的情况, 即期望信号存在于训练数据段。

$n(t)$ 是接收机产生的噪声, 假设为单位复高斯噪声。

如果有 N 个快拍数, 可以写作:

$$\begin{aligned} X &= a_0 S_0 + \sum_{i=1}^K a_i S_i + n \\ &= [a_0 \ a_1 \ \dots \ a_K] \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ \vdots \\ S_K \end{bmatrix} + n, \\ &= AS + n \end{aligned} \quad (2)$$

$X \in \mathbb{C}^{M \times N}$, A 为阵列流形矩阵。 $S_i \in \mathbb{C}^{1 \times N}$ 。

采样点协方差矩阵为 $R = E\{x(t)x(t)^H\}$ ($E\{\cdot\}$ 表示取随机变量的期望, $\{\cdot\}^H$ 表示矩阵的复转置)。对于实际情况, 近似得到:

$$\hat{R} = \frac{1}{N} X X^H \quad (3)$$

阵列的输出端得到 $Y = w^H X$ (4)

输出信干噪比 $\text{SINR} = \frac{P_0 |w^H a_0|^2}{w^H R_{i+n} w}$ (5)

w 是波束形成器的加权向量, $w \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 。

R_{i+n} 是干扰加噪声的协方差矩阵。

3 MVDR 波束形成器及对角加载

3.1 SMI

对于 MVDR 波束形成, 选择 w_{opt} 为以下二次规划的最优解, 以保证得到最大 SINR。

$$w_{\text{opt}} = \underset{w}{\text{argmin}} \{w^H R_{i+n} w\}, \text{ s.t. } w^H a_0 = 1 \quad (6)$$

$$\text{可以得到 } w = \frac{R_{i+n}^{-1} a_0}{a_0^H R_{i+n}^{-1} a_0} = \gamma R_{i+n}^{-1} a_0 \quad (7)$$

其中尺度因子 γ 对 SINR 并没有影响。在实际中无法得到 R_{i+n} , 甚至不知道干扰信号源的个数 K。用估计得到的采样点协方差矩阵 \hat{R} 代替 R_{i+n} 。这样也就得到 SMI 波束形成算法:

$$w_{\text{SMI}} = \hat{R}^{-1} a_0$$

当训练数据中不存在期望信号的时候, 输出的 SINR 收敛于最优 SINR。但是如果训练数据段中存在期望信号, 或是由于方向向量误差、数据的非平稳性, 则 MVDR 的性能将急剧下降。

3.2 LSMI

由于 SMI 必须要在 \hat{R} 可逆, 也就是快拍数大于阵元数的前提下方可适用, 为了推广至 \hat{R} 不可逆或者条件数较小的情况, 同时也为了减小旁瓣, 改善 MVDR 波束形成器的性能, 引入了对角加载因子, 即加载采样矩阵求逆 (LSMI)。详见文献[4]。

$$\hat{w}_{\text{LSMI}} = [\hat{R} + \alpha I_M]^{-1} a_0 \quad (8)$$

I_M 表示 M 阶单位矩阵。因为 \hat{R} 是 Hermitian 矩阵, 特征值均为非负实数。为了保证 $\hat{R} + \alpha I_M$ 的正定性, α 为一个正实数。许多学者提出了确定对角加载因子的方法, 常见的有:

在文献[4], 设定 α 为 \hat{R} 的最小特征值的十倍:

$$\alpha = 10 \lambda_{\min} \quad (9)$$

当 \hat{R} 为奇异矩阵的时候, $\alpha=0$

文献[5]中, 设定 α 为协方差矩阵对角元素的标准差

$$\alpha = \text{std}(\text{diag}(\hat{R})) \quad (10)$$

文献[6]中, 设定 α 满足下列式子:

$$\alpha = -\hat{\lambda}_{\min} + \sqrt{(\hat{\lambda}_K - \hat{\lambda}_{\min})(\hat{\lambda}_{K+1} - \hat{\lambda}_{\min})} \quad (11)$$

其中 K 为干扰信号子空间的维数。

当 $M > N$, 也就是 \hat{R} 为奇异矩阵的时候,

$$\alpha = \sqrt{\hat{\lambda}_K \hat{\lambda}_{K+1}} \quad (12)$$

4 利用随机矩阵理论的对角加载

在过去的文献中, 对角加载因子大多是通过定性分析估计得到, 如第三节的几种方法。这些方法运算简单, 但是缺乏理论依据, 无法证明得到的是最佳对角加载因子。

九十年代末期以来, 自适应波束形成取得了长足的发展, 逐渐开始出现系统地从理论上进行分析, 然后通过定量运算得到对角加载因子的方法, 例如 Li Jian 等人提出的稳健 capon 波束形成 (RCB)、双约束稳健 capon 波束形成 (DCRCB)^[7], Gershman 提出的基于最差情况下性能最优化的稳健自适应波束形成^[13]等, 在数学上都是等效于求取对角加载因子。

这些方法尽管在快拍数小于阵元数的时候也可以使用, 但是性能并不是很好。文献[8]中, Xavier 运用随机矩阵的理论, 很好地解决了这个问题。

Xavier 通过求取输出信号和期望信号的谱函数之比得到代价函数:

$$q(\alpha) = \frac{1}{1 - \alpha\xi} \frac{\mathbf{a}_0^H (\mathbf{R} + \gamma \mathbf{I}_M)^{-1} \mathbf{R} (\mathbf{R} + \gamma \mathbf{I}_M)^{-1} \mathbf{a}_0}{(\mathbf{a}_0^H (\mathbf{R} + \gamma \mathbf{I}_M)^{-1} \mathbf{a}_0)^2} \quad (22)$$

$$\xi = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left(\frac{\lambda_m}{\lambda_m + \gamma} \right)^2, \quad \gamma = \alpha(1 + cb) \quad (23)$$

$c = M/N$, b 是下列多项式的唯一正解

$$b = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{\lambda_m(1 + cb)}{\lambda_m + \alpha(1 + cb)} \quad (24)$$

$\hat{\lambda}_m, \hat{\mathbf{e}}_m$ 是 $\hat{\mathbf{R}}$ 的特征值和特征向量, $m = 1, \dots, M$ 。运用 G-估计, 用 $\hat{q}(\alpha)$ 来逼近 $q(\alpha)$ 。通过最小化代价函数 $\hat{q}(\alpha)$ 得到对角加载因子:

$$\hat{\alpha} = \underset{\alpha}{\operatorname{argmin}} \{ \hat{q}(\alpha) \}$$

$$\hat{q}(\alpha) = \frac{1}{(1 - \hat{c}\hat{\alpha})^2} \frac{\mathbf{a}_0^H (\hat{\mathbf{R}} + \alpha \mathbf{I}_M)^{-1} \hat{\mathbf{R}} (\hat{\mathbf{R}} + \alpha \mathbf{I}_M)^{-1} \mathbf{a}_0}{(\mathbf{a}_0^H (\hat{\mathbf{R}} + \alpha \mathbf{I}_M)^{-1} \mathbf{a}_0)^2} \quad (25)$$

$$\hat{h}(\alpha) = \frac{1}{M} \operatorname{tr} [\hat{\mathbf{R}} (\alpha \mathbf{I}_M + \hat{\mathbf{R}})^{-1}] \quad (26)$$

具体推导详见文献[7]。

为了降低运算复杂度, 对 $\hat{\mathbf{R}}$ 进行特征分解, 写作:

$$q(\alpha) = \frac{1}{(1 - \hat{c}\hat{\alpha})^2} \frac{\sum_{m=1}^M \frac{|\mathbf{a}_0^H \hat{\mathbf{e}}_m|^2 \hat{\lambda}_m}{(\alpha + \hat{\lambda}_m)^2}}{\left(\sum_{m=1}^M \frac{|\mathbf{a}_0^H \hat{\mathbf{e}}_m|^2}{\alpha + \hat{\lambda}_m} \right)^2} \quad (27)$$

$$\hat{h}(\alpha) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{\hat{\lambda}_m}{\alpha + \hat{\lambda}_m} \quad (28)$$

即使快拍数小于阵元数, Xavier 的方法也能得到相当好的性能。但这是在基于方向向量精确已知的情况下, 如果方向向量估计存在误差, 则期望信号会被当作干扰信号, 而产生自消现象。

5 Xavier 方法的性能考查

5.1 方向向量误差的影响

方向向量的误差产生原因可能有: 波达方向 (DOA) 的失配, 阵增益或是相位的随机扰动, 阵元位置的未校准, 阵元间的耦合, 环境波阵面失真, 信号的散射等等, 见参考文献[16]。

为了简化问题, 本文着重于考察波达方向失配引起的误差。 \mathbf{a}_0 是实际的方向向量, $\bar{\mathbf{a}}_0$ 是估计的方向向量。

$$\mathbf{a}_0 = [1 \exp(j\sigma) \dots \exp(j(M-1)\sigma)]^T = \mathbf{g}(\varphi_0) \quad (29)$$

$$\bar{\mathbf{a}}_0 = [1 \exp(j\bar{\sigma}) \dots \exp(j(M-1)\bar{\sigma})]^T = \mathbf{g}(\bar{\varphi}_0) \quad (30)$$

$$\boldsymbol{\delta} = \mathbf{a}_0 - \bar{\mathbf{a}}_0, \|\boldsymbol{\delta}\|^2 < \varepsilon \quad (31)$$

其中, $\sigma = j2\pi d/\lambda \sin(\varphi_0)$, $\bar{\sigma} = j2\pi d/\lambda \sin(\bar{\varphi}_0)$

$\mathbf{a}_0 = \mathbf{g}(\varphi_0)$ 表示 \mathbf{a}_0 是关于 φ_0 的函数。

以下面的仿真例子来看 DOA 的失配的影响。

仿真 1 观测方向存在误差的情况

M 元半波长间隔 ULA, 期望信号的估计方向是 60° ; 干扰信号的方向是 -30° ; 均为点源发出的窄带信号, 实际的期望信号方向是 61° ; 方向向量误差范数 $\|\boldsymbol{\delta}\|^2 = 1.7758$ 。仿真结果如下图, accurate 表示期望信号的观测方向精确已知的情况 (61°), inaccurate 表示期望信号的观测方向存在误差的情况 (估计为 60°)。

观察图 1, 可见, 在期望信号的方向向量精确已知的情况下, 即使是快拍数小于阵元数的情况 ($c = 2$), Xavier 的方法也可以得到很好的性能 (保形能力较好)。但是当估计的期望信号方向有一定误差的时候, 则会在真实信号方向上形成零陷, 从而导致 Xavier 的方法失效。

5.2 SNR 的影响

下面来考查输入 SNR 对 Xavier 的方法的影响。

仿真 2

快拍数为 40, 干噪比为 0dB, 信噪比从 -20dB 变化到 60dB。其他条件同仿真 1。运行 200 次蒙特卡罗仿真得到的平均 SINR 如图 2(a)。accurate 曲线为精确已知期望信号方向 61° 的情况下采用 Xavier 的方法; inaccurate 为期望信号的估计方向为 60° 的情况下采用 Xavier 的方法; method 2 为采用的式 (10) 的方法。增大方向向量的估计误差, 改

变期望信号实际方向为 62°，估计方向仍为 60°；得到结果，如图 2(b)。

从图 2 中可以看出：在低信噪比的情况下，即使采用不精确的方向向量，Xavier 的方法也能得到与使用精确方向向量非常相近的输出信干噪比，表现其对指向性误差的稳健性与信噪比相关。可以说：低信噪比的情况下可以忽略方向向量偏差的影响，信噪比越低，可以容许的方向向量的偏差越大。图 2(a) 中，inaccurate 曲线的拐点大约在 3dB，即大于 3dB 的时候，则在精确方向上产生了零陷；图 2(b) 中，则大约在 -5dB。

6 基于特征空间的波束形成

对于自适应稳健波束形成，除了对角加载波束形成，还有基于特征空间的波束形成 ESB。

对采样协方差矩阵进行特征分解，

$$\hat{R} = \hat{E}_s \hat{\Lambda}_s \hat{E}_s^H + \hat{E}_n \hat{\Lambda}_n \hat{E}_n^H$$

$$\hat{\Lambda}_s = \{\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_{K+1}\},$$

$$\hat{\Lambda}_n = \{\hat{\lambda}_{K+2}, \hat{\lambda}_{K+3}, \dots, \hat{\lambda}_M\},$$

$$\hat{E}_s = \{\hat{e}_1, \hat{e}_2, \dots, \hat{e}_{K+1}\},$$

$$\hat{E}_n = \{\hat{e}_{K+2}, \hat{e}_{K+3}, \dots, \hat{e}_M\},$$

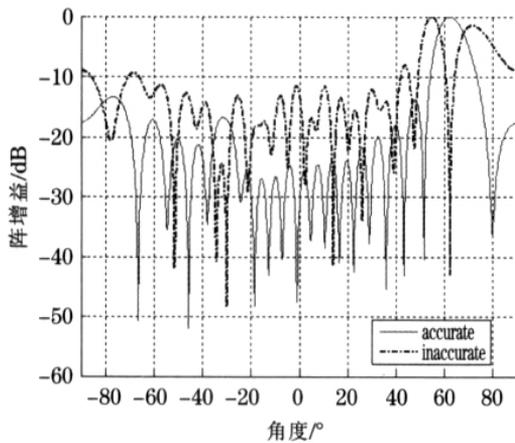
$\hat{\lambda}_k, \hat{e}_k, k=1 \dots M$ 分别表示 \hat{R} 的特征值和对应的特征向量。则加权向量可以由下式得到：

$$w = R_{i+n}^{-1} \hat{a}_0 \tag{32}$$

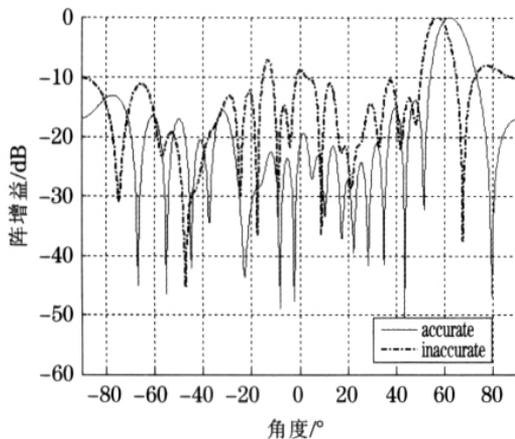
其中 $\hat{a}_0 = \hat{E}_s \hat{E}_s^H \bar{a}_0$ ，即以估计方向向量在信干子空间上的投影代替估计方向向量，从而减小指向性错误、有限快拍数的影响。而文献[17]的 ESB 改进算法，对于降低波达方向失配引起的误差更为有效。估计的方向向量为 \bar{a}_0 ，实际的方向向量为 a_0 的情况，由于 a_0 属于信干子空间， \bar{a}_0 不属于信干子空间。根据投影定理：

$$\|\hat{E}_s \hat{E}_s^H \bar{a}_0\|^2 = \|a_0\|^2 = M$$

$$\|\hat{E}_s \hat{E}_s^H \bar{a}_0\|^2 < \|\bar{a}_0\|^2 = M$$

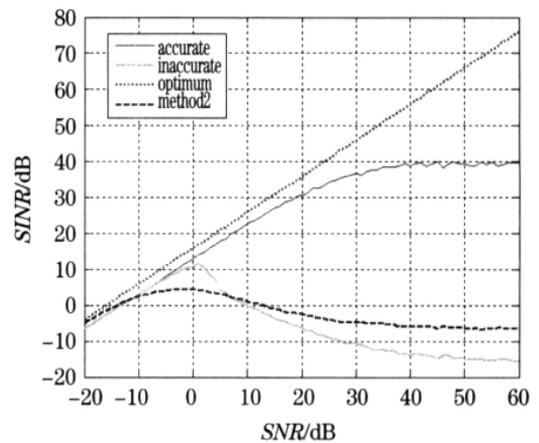


(a) $M=20, c=1/2, SNR=INR=10\text{dB}$

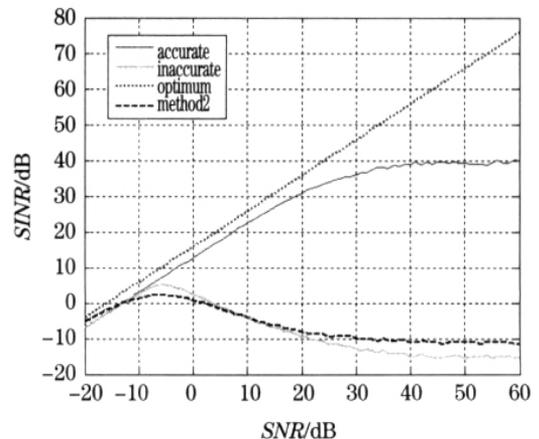


(b) $M=20, c=2, SNR=3\text{dB}, INR=0\text{dB}$

图 1 观测方向存在误差的波束图
Fig.1 Beam pattern with imprecise DOA



(a) 期望信号实际方向为 61°



(b) 期望信号实际方向为 62°

图 2 信噪比与输出 SINR 关系曲线
Fig.2 The relationship between SNR and output SINR

假设期望信号存在于主瓣, 且波达方向的失配误差并不大。\$\hat{\varphi}_0\$ 是主瓣的中心, 改变 \$\varphi\$ 值, 使得估计方向向量在信干子空间上投影的内积达到最大值,

$$\hat{\varphi}_0 = \operatorname{argmax}_{\varphi} \|\hat{E}_s \hat{E}_s^H g(\varphi)\|$$

则得到校正的方向向量: \$\hat{a}_0 = g(\hat{\varphi}_0)\$

将 \$\hat{a}_0\$ 代入式 (32) 即可。

由于在低信噪比的情况下噪声子空间和期望信号的方向向量不满足正交性, 因此基于特征子空间的波束形成只能运用于信噪比不太低的情况, 否则会发生子空间逆转。另外该方法只能运用于信号的秩为 1 的情况。

7 算法改进

运用第 6 节的思想, 先对方向向量进行校正, 减小波达方向的失配, 再来进行对角加载因子的运算。算法流程如下:

(1) 求取协方差矩阵: \$\hat{R} = \frac{1}{N} X^H X\$

(2) 对 \$\hat{R}\$ 进行特征分解。假设干扰信号个数 \$K\$ 已知, 否则可以运用模型结构辨识中 AIC 法、最终预报误差准则法等来确定 \$K\$。\$\hat{R} = \hat{E} \hat{\Lambda} \hat{E}^H\$, \$\hat{E}_s = \{\hat{e}_1, \hat{e}_2, \dots, \hat{e}_{K+1}\}\$。

(3) 校正方向向量 \$\hat{a}_0 = g(\hat{\varphi}_0)\$, 其中 \$\hat{a}_0 = \operatorname{argmax}_{\varphi} \{-\|\hat{E}_s \hat{E}_s^H g(\varphi)\|^2\} = \operatorname{argmin}_{\varphi} (\varphi)\$, 运用黄金分割法来寻找极值点, 而搜索上下限可以设定为波达方向的估计误差限。详见参考文献 [18]。

(4) 求取对角加载因子, 将 \$\hat{a}_0\$ 代入式 (32)。

$$\hat{\alpha} = \operatorname{argmin}_{\alpha} \{\hat{q}(\alpha)\}$$

$$\hat{q}(\alpha) = \frac{1}{(1 - \hat{c}h(\alpha))^2} \frac{\sum_{m=1}^M \frac{|\hat{a}_0^H \hat{e}_m|^2 \hat{\lambda}_m}{(\alpha + \hat{\lambda}_m)^2}}{\left(\sum_{m=1}^M \frac{|\hat{a}_0^H \hat{e}_m|^2}{\alpha + \hat{\lambda}_m}\right)^2}$$

$$\hat{h}(\alpha) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{\hat{\lambda}_m}{\alpha + \hat{\lambda}_m}$$

仿真 3

\$M\$ 个阵元的半波长 ULA, 期望信号的估计 DOA 是 \$60^\circ\$; 干扰信号的 DOA 是 \$-30^\circ\$, 均为点源发出的窄带信号, 信噪比和干噪比均为 \$10\text{dB}\$。实际期望信号方向在 \$57.5\$ 到 \$62.5\$ 之间变化。进行 100 次

蒙特卡罗仿真, 得到实际期望信号方向与输出信干噪比的关系, 见图 3。Calibrated 曲线为校正期望信号方向之后采用 Xavier 的方法, 其它同仿真 2。

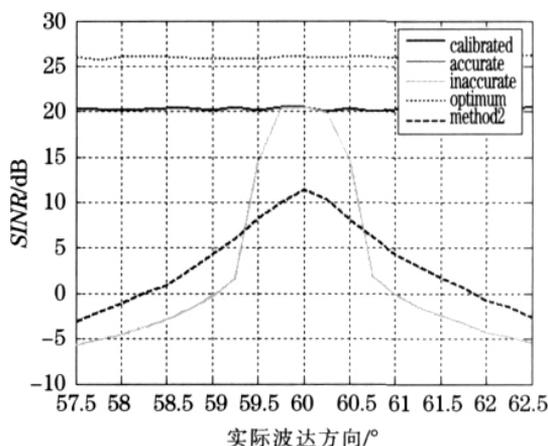


图 3 实际波达方向与输出 SINR 的关系曲线

Fig.3 The relationship between DOA and the output SINR

从图 3 中可以看出, 特征子空间的方法可以相当精确地对波达方向的估计进行校正。

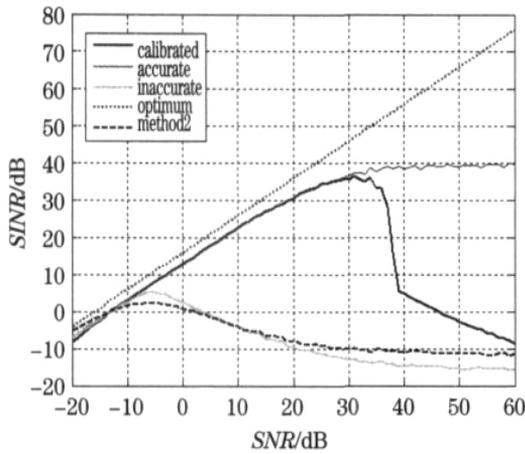
仿真 4

期望信号的估计 DOA 是 \$60^\circ\$; 其他条件同仿真 3。画出输出 SINR 与输入 SNR 的关系。图 4(a) 为每次实际的期望信号方向固定为 \$62^\circ\$; 图 4(b) 为每次实际的期望信号方向服从 \$[57.5, 62.5]\$ 之间的均匀分布。图 4(c) 为每次实际的期望信号方向服从均值为 \$60\$, 标准差为 1 的高斯分布。

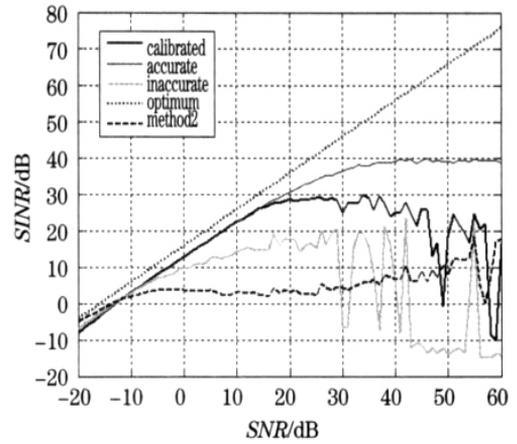
可见尽管期望信号估计方向的偏差改变, 但始终能得到较好的方向向量校正。在信噪比不大的时候, 得到的输出 SINR 逼近于最优情况; 但是当信噪比较高的时候, 即使很小的方向向量的偏差也会导致输出 SINR 的迅速下降。实际的期望信号方向不是固定值的时候, SNR 与 SINR 的关系曲线出现抖动, 抖动的剧烈程度取决于信号方向的标准差。

8 结 语

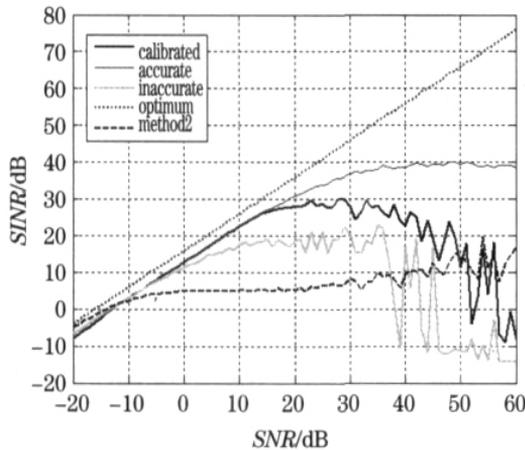
在有限快拍数的波束形成中, 利用无限随机矩阵理论以及多元统计可以很好地得到期望信号和干扰加噪声的谱估计, 进而求出合适的对角加载因子, 使得 LSMI 的输出 SINR 逼近最优值。但是根据分析, 该方法对方向向量误差不具有稳健性; 只有当信噪比很小的时候, 才可以忽略方向向量较小误差的影响。本文运用 ESB 校正波达方向之后, 再进行对角加载因子的计算。仿真实验表明, 当信噪比并不是非常大 (不大于 \$30\text{dB}\$, 事实上在雷达、声纳的应用



(a)实际期望信号方向固定



(b)实际期望信号方向服从均匀分布



(c)实际期望信号方向服从高斯分布

图 4 信噪比与输出 SINR 的关系曲线

Fig.4 The relationship curve between SNR and the output SINR

中,这个要求是很容易满足的)的时候,这个方法大大增强了对波达方向失配的稳健性。而如何将有限快拍数的对角加载波束形成扩展到方向向量存在其他误差的情况,则有待进一步研究。

参 考 文 献

[1] Capon J. High resolution frequency-wavenumber spectrum analysis [J]. Proc. IEEE (S0018-9219), 1969, 57(8): 1408-1418.

[2] Barry D Van Veen, Kevin M Buckley. Beamforming: A versatile approach to spatial filtering[J]. IEEE ASSP Magazine (S0740-7467), 1988, 5(4): 4-24.

[3] Viberg M, Swindlehurst A L. Analysis of the combined effects of finite samples and model errors on array processing performance[J]. IEEE Trans on Signal Processing (S1053-587X), 1994, 42(11): 3073-3083.

[4] Carlson B D. Covariance matrix estimation errors and diagonal loading in adaptive arrays[J]. IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. (S0018-9251), 1988, 24(4): 397-401.

[5] Ma N., Goh J T. Efficient method to determine diagonal loading value[A]. ICASSP2003[C]. HongKong, 5: 341-344.

[6] Kim Y L, Pillai S U, Guerci J R. Optimal loading factor for minimal sample support space-time adaptive radar[A].

ICASSP 1998[C]. Seattle, WA, 4: 2505-2508.

[7] LI J, Stoica P, WANG Z. Doubly constrained robust capon beamformer[J]. IEEE Trans on Signal Processing (S1053-587X), 2004, 52(9): 2407-2423.

[8] Xavier Mestre, Miguel A. Lagunas. Finite sample size effect on minimum variance beamformers: Optimum diagonal loading factor for large arrays[J]. IEEE Trans on Signal Processing (S1053-587X), 2006, 54(1): 69-82.

[9] JIANG Biao, ZHU Ye, SUN Changyu. Robust beamforming with array shape distortion dependent diagonal loading [A]. 10th Asia-Pacific Conference a Communications and 5th International Symposium on Multi-Dimensional Mobile Communications[C]. Beijing, China, 1: 305-308.

[10] Nadakuditi R R, Edelman Alan. The bias of the MVDR beamformer outputs under diagonal loading[A]. ICASSP 2005[C]. PA, USA, 4: 793-796.

[11] Vorobyov S A, Gershman A B, LUO Zhiqian, et al. Adaptive Beamforming with joint robustness against Mismatched signal steering vector and interference Nonstationarity[J]. IEEE. Signal processing letters (S1070-9908), 2004, 11(2): 108-111.

[12] Vincent F, Besson O. Steering vector errors and diagonal loading[J]. IEE Proc. Radar Sonar Navig. (S1350-2395), 2004, 151(6): 337-343.

[13] Gershman A B. Robust Adaptive beamforming: an overview of recent trends and advances in the field[A]. International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT) 2003[C]. Sewstopol, Ukraine, 1: 30-35.

[14] Shahbazpanahi S, Gershman A B, LUO Zhiqian, Wong Kon Max. Robust adaptive beamforming for general-rank signal models[J]. IEEE Trans on Signal Processing (S1053-587X), 2003, 51(9): 2257-2269.

[15] YAN Shefeng, MA Yuanliang. Robust supergain beamforming for circular array via second-order cone programming[J]. Applied Acoustics (S0003-682X), 2005, 66(9): 1018-1032.

[16] Sathish Chandran. Advances in direction-of-arrival estimation[M]. UK: Artech House, 2006.

[17] ZHUO Yongbo, ZHANG Shouhong. A modified eigenspace-based algorithm for adaptive beamforming[A]. ICSP-2000[C]. Beijing, China, 468-471.

[18] 杨华中, 汪蕙. 数值计算方法与 C 语言工程函数库[M]. 北京: 科学出版社, 1996. 352-353.

YANG Huazhong, WANG Hui. Numerical computing method and C function[M]. Beijing: Science Publication, 1996. 352-353.