

基于能量树编码的小波图像压缩算法

郭慧杰, 赵保军

(北京理工大学信息与电子学院, 北京 100081)

摘要:针对小波变换的空间能量聚集特性,提出了一种基于能量树编码的小波图像压缩算法。该算法在离散小波变换的基础上,分别对图像的各高频子带按其局部能量构建分层能量树,利用总能量和各层的能量角等效表示子带的小波系数;根据给定的压缩比,选择合适的代价函数构建最佳能量树,然后对其进行量化和编码,通过自适应的比特率分配实现小波图像压缩。实验结果表明,该算法实现简单,重构图像质量好,与当前多种主流的小波图像压缩算法相比,压缩性能有了明显提高。

关键词:图像压缩;小波变换;能量树编码;代价函数

中图分类号:TN919.81 **文献标识码:**A **DOI:**10.3969/j.issn.1001-5078.2012.10.023

Wavelet image compression based on energy-tree coding

GUO Hui-jie, ZHAO Bao-jun

(School of Information and Electronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: According to the spatial energy aggregation properties of wavelet transform, a new wavelet image compression algorithm based on energy-tree coding is proposed. On the basis of discrete wavelet transform, the algorithm respectively constructs hierarchical energy-trees of all the high frequency sub-bands by direct measures of local energy, and equivalently represents sub-band coefficients with the parameters of its total energy and energy angles of all the levels. In light of the given compression ratio, select an appropriate cost function to construct the optimal energy-trees, then digitize and code their parameters, and the wavelet image compression is completed with adaptive bitrate allocating. Experimental results show that the proposed algorithm is of better compressing performance with simple implementation compared to many state-of-art wavelet coders.

Key words: image compression; wavelet transform; energy-tree coding; cost function

1 引言

小波变换以其良好的时频局部化特性和多分辨率分析等特性,成为近二十年来图像压缩领域的研究热点之一。如何在小波域构建能更好地匹配自然图像真实分布的统计模型来表示原始图像数据,是小波编码的关键^[1],例如著名的 EZW^[2]编码。近年来,涌现出许多利用小波变换能量聚集特性的空间自适应编码技术,但是其灵活性和编码效率都有待进一步提高^[3]。

小波变换的空间能量聚集特性即^[4],图像经过小波变换后,大部分能量都集中在低频子带,而高频

子带的能量则较少,且大多数高频小波系数的绝对值都较小,它们对重构图像质量的贡献也较小。针对小波变换的这一特性,本文提出了一种基于能量树编码的小波图像压缩算法。该算法对图像小波系数的各高频子带分别构建分层能量树,根据小波系数的局部能量自适应地决定编码比特率的分配。这种分层能量树不仅真实地反映了小波子带的总能量

基金项目:国家高技术研究发展“863”计划课题(No. 2010AA8012320B)资助。

作者简介:郭慧杰(1984-),男,博士生,主要从事图像压缩方面的研究。E-mail: guohuijiebit@gmail.com

收稿日期:2012-02-09

是如何分布的,同时也能很好地与小波系数的局部能量统计特性相匹配,有利于提高小波图像压缩算法的灵活性和编码效率。

2 能量树模型

小波变换的能量聚集特性促进了通过构建空间模型对其子带信息进行自适应编码技术的发展。所有这些自适应的小波编码技术都引入了某种形式的非均质性以匹配小波子带的统计特性,或显式地通过将小波系数的分布进行参数化(如EQ^[5]编码器),或隐式地通过对小波子带的不同部分采取不同的量化和编码策略(如SPIHT^[6]编码算法)。为了有效提高编码效率,自适应编码技术在构建模型时必须避免产生过多的附加信息,而这一限制条件又会影响模型的灵活性及匹配度。例如,EQ编码器通过构建方差模型,以小波子带的局部方差度量其局部信息;为了避免产生附加信息,局部方差由一定范围内的邻近系数进行估计,而在高频信息较为丰富的区域,这种方差估计的不准确性势必会导致对小波子带局部信息的误匹配。本文提出的能量树模型则是以小波子带的局部能量度量其局部信息,将小波子带总能量的分布自顶向下分层编码。这种由粗到细的表示方法很好地匹配了小波系数的局部统计特性,增强了编码的自适应性。

2.1 一维能量树

设一维信号 $X = \{x_i\}_{0 \leq i \leq 2^k-1}$, 则其能量树的分层结构定义如下(如图1所示):

$$E_m(n) = \sum_{i=2^{m-1}n}^{2^m(n+1)-1} x_i^2 \quad (1)$$

$$p_m(n) = \arctan\left(\sqrt{\frac{E_{m-1}(2n)}{E_{m-1}(2n+1)}}\right) \quad (2)$$

式中, $0 < m \leq k, 0 \leq n < 2^{k-m}$, 且有 $p_m(n) \in [0, \pi/2]$ 。

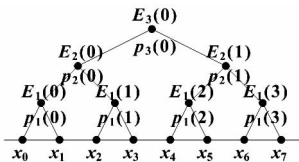


图1 一维能量树结构示意图

Fig. 1 1-D energy-tree

以上定义的分层能量树中,变量 $E_m(n)$ 表示了不同层 m 中的局部能量信息,而能量角 $p_m(n)$ 则反映了不同层 m 中的局部能量是如何分布在其下一层的两个子区域中的,即有:

$$E_{m-1}(2n) = E_m(n) \sin(p_m(n))^2 \quad (3)$$

$$E_{m-1}(2n+1) = E_m(n) \cos(p_m(n))^2 \quad (4)$$

自分层树的顶层($m=k$)至底层($m=1$), $p_m(n)$ 由粗到细地提供了信号 X 的每一部分信息。

若给定 X 的总能量 $E_k(0) = \sum_{i=0}^{2^k-1} x_i^2$, 及其能量树各层的能量角, 则有 $x_i = \sin(p_i) \sqrt{E_0(i)}$ 。将 x_i 的符号信息定义到底层的能量角中, 即令 $p_1(n) \in (-\pi, \pi]$, 可得:

$$x_{2i} = \sqrt{E_1(i)} \sin(p_1(i)) \quad (5)$$

$$x_{2i+1} = \sqrt{E_1(i)} \cos(p_1(i)) \quad (6)$$

式中, $0 \leq i \leq 2^k-1$ 。

由以上方式构建的能量树中,某节点的局部能量不仅提供了其具有不同统计特性的两个子区域的局部信息,而且包含了其对应系数的位置和大小等信息。换句话说,由 X 的总能量 $E_k(0)$ 和各层的能量角 $p_m(n)$ 可以完全等效表示 x_i , 并且不需要任何附加参数;对 $E_k(0)$ 和 $p_m(n)$ 进行编码即等效编码 x_i 。

2.2 二维能量树

为了对图像的小波子带构建能量树表示,需要将一维能量树扩展到二维空间。设二维信号 $c(m, n), 0 \leq m, n \leq 2^K-1$, 定义其分层能量树(如图2所示)。

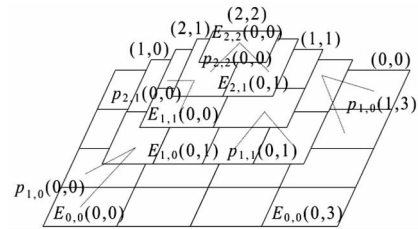


图2 二维能量树结构示意图

Fig. 2 2-D energy-tree

$$E_{u,u}(s,t) = \sum_{m=2^u s}^{2^{u+1}(s+1)-1} \sum_{n=2^u t}^{2^{u+1}(t+1)-1} c(m,n)^2 \quad (7)$$

式中, $0 \leq s, t < 2^{K-u}$, 且 $0 \leq u \leq K$ 。

$$E_{u,u-1}(s,t) = \sum_{m=2^u s}^{2^{u+1}(s+1)-1} \sum_{n=2^{u-1} t}^{2^{u-1}(t+1)-1} c(m,n)^2 \quad (8)$$

式中, $0 \leq s < 2^{K-u}, 0 \leq t < 2^{K-u+1}$, 且有 $0 < u \leq K$ 。

$$p_{u+1,u+1}(s,t) \arctan\left(\sqrt{\frac{E_{u+1,u}(s,2t)}{E_{u+1,u}(s,2t+1)}}\right) \quad (9)$$

式中, $0 \leq s, t < 2^{K-u-1}$, 且 $0 \leq u < K$ 。

$$p_{u+1,u}(s,t) \arctan\left(\sqrt{\frac{E_{u,u}(2s,t)}{E_{u,u}(2s+1,t)}}\right) \quad (10)$$

式中, $0 \leq s < 2^{K-u-1}$, $0 \leq t < 2^{K-u}$, 且有 $0 \leq u < K$ 。

根据以上定义, 分辨率为 $2^K \times 2^K$ 的子带 $c(m, n)$, 可以由其总能量 $E_{K,K}(0,0) = \sum_m \sum_n c(m,n)^2$ 和各层的能量角, 以及系数的符号信息完全表示, 即有:

$$E_{u,u-1}(s, 2t) = E_{u,u}(s, t) \sin(p_{u,u}(s, t))^2 \quad (11)$$

$$E_{u,u-1}(s, 2t+1) = E_{u,u}(s, t) \cos(p_{u,u}(s, t))^2 \quad (12)$$

$$E_{u-1,u-1}(2s, t) = E_{u,u-1}(s, t) \sin(p_{u,u-1}(s, t))^2 \quad (13)$$

$$E_{u-1,u-1}(2s+1, t) = E_{u,u-1}(s, t) \cos(p_{u,u-1}(s, t))^2 \quad (14)$$

式中, $0 < u \leq K$ 。当 $u=0$ 时, 有:

$$c(m, n) = \text{sign}(c(m, n)) \sqrt{E_{0,0}(m, n)} \quad (15)$$

式中, $0 \leq m, n \leq 2^K - 1$ 。也就是说, 编码 $E_{K,K}(0,0)$ 和 $(2^K - 1)$ 个能量角可以实现对子带 $c(m, n)$ 的编码。

3 能量树编码

如上所述, 对于小波子带 $c(m, n)$, 通过构建分层能量树, 对其总能量和各层的能量角进行编码即可完成对整个子带的编码。如果直接对能量树进行编码, 并不能得到最优的码字, 因为树中某节点所包含的局部能量可能来自重要子区域, 也可能来自非重要子区域。因此, 需要根据给定的压缩比, 选择合适的代价函数构建最佳能量树, 然后对其进行量化和编码。能量树编码的具体步骤如下:

(1) 采用硬阈值量化函数初始化小波子带 $c(m, n)$, 有:

$$\hat{c}(m, n) = \begin{cases} c(m, n), & |c(m, n)| > T \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (16)$$

式中, T 为给定的阈值。

(2) 根据 $\hat{c}(m, n)$, 按照式(7)~式(10)计算得到能量树各层的 $\hat{E}_{u,v}(s, t)$ 和 $\hat{p}_{u,v}(s, t)$ 。

(3) 选取拉格朗日代价函数 $L_{u,v}(s, t)$ 作为判别准则, 用于构建子带 $c(m, n)$ 的最佳能量树。能量树各层的 $L_{u,v}(s, t)$ 定义如下:

$$L_{u,u}(s, t) = L_{u,u-1}(s, 2t) + L_{u,u-1}(s, 2t+1) + \lambda \log_2(J_{u,u}(s, t) + 1) \quad (17)$$

式中, $0 \leq s, t < 2^{K-u}$, 且 $0 < u \leq K$ 。

$$L_{u,u-1}(s, t) = L_{u-1,u-1}(2s, t) + L_{u-1,u-1}(2s+1, t) + \lambda \log_2(J_{u,u-1}(s, t) + 1) \quad (18)$$

式中, $0 \leq s < 2^{K-u}$, $0 \leq t < 2^{K-u+1}$ 。当 $u=0$ 时, 有:

$$L_{0,0}(m, n) = (c(m, n) - \hat{c}(m, n))^2 + \lambda I(m, n) \quad (19)$$

式中, $I(m, n)$ 表示 $\hat{c}(m, n)$ 的符号位, 有:

$$I(m, n) = \begin{cases} 0, & \hat{c}(m, n) = 0 \\ 1, & \text{else} \end{cases} \quad (20)$$

式中, $0 \leq m, n \leq 2^K - 1$ 。 λ 为拉格朗日乘子, 对于给定的比特率, 最优 λ 由文献[7]中提出的凸二分法求得。 $\lambda \log_2(J_{u,u}(s, t) + 1)$ 表示编码 $p_{u,u}(s, t)$ 所付出的拉格朗日代价, 其中, $J_{u,u}(s, t)$ 为量化区间数 (如图3所示), 有:

$$J_{u,u}(s, t) = \left\lfloor \frac{\pi/2 \sqrt{\hat{E}_{u,u}(s, t)}}{q} + 0.5 \right\rfloor \quad (21)$$

式中, q 为给定的量化步长。对于能量树中的某节点, 比较将其进行编码的拉格朗日代价和将其对应的全部系数量化成零的代价, 如果后者较小, 则将该节点所对应的全部系数置零, 即有:

$$L_{u,v}(s, t) > \sum_{m=2^{u_s}}^{2^{u(s+1)}-1} \sum_{n=2^{v_t}}^{2^{v(t+1)}-1} c(m, n)^2 \Rightarrow \hat{c}(m, n) = 0, \forall 2^u s \leq m \leq 2^u (s+1) \\ 2^v t \leq n \leq 2^v (t+1) \quad (22)$$

式中, $v = u - 1, u$ 。按上式自下向上分层依次遍历能量树的所有节点, 即得到子带 $c(n, n)$ 的最佳能量树。

(4) 根据给定的比特率, 对上一步生成的最佳能量树的总能量和各层的能量角进行量化和编码, 得到子带 $c(m, n)$ 的编码码流。

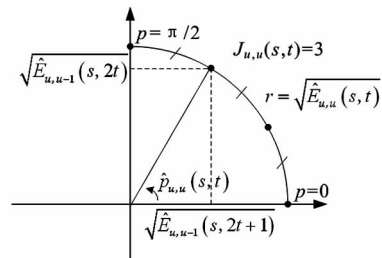


图3 能量角量化示意图

Fig. 3 energy angle quantization

4 实验结果与分析

选取4幅 $512 \times 512 \times 8$ 的常用标准测试图像 Lena, Pirate, Livingroom 和 Goldhill, 利用 MATLAB (R2011a) 对本文提出的基于能量树编码的小波图像压缩算法 (ETWC) 的性能进行仿真实验。

由于小波图像的低频子带包含了原始图像的

绝大部分能量,对重构图像的质量影响很大,为了不损失其信息,对其进行无损压缩;同时,对小波图像的各高频子带分别进行上文中提出的能量树编码。其中,按照给定的压缩比,采用文献[8]中给出的一种符合人眼视觉特性的加权量化方案(如表1所示),自适应地为各高频子带分配编码比特率,然后根据给定的比特率对构建的最佳能量树的总能量和各层的能量角进行量化和编码,完成小波图像压缩。

表1 小波高频子带加权量化表

Tab. 1 a weighted quantization scheme for wavelet high frequency sub-bands

Name	HL ₄	LH ₄	HH ₄	HL ₃	LH ₃	HH ₃
Weight	0.738	0.738	0.596	0.584	0.584	0.411
Name	HL ₂	LH ₂	HH ₂	HL ₁	LH ₁	HH ₁
Weight	0.355	0.355	0.230	0.189	0.189	0.119

在给定压缩比(CR)分别为8,16,32和64的条件下,本文算法ETWC与其他三种主流小波编码算法SPIHT, EQ和EBCOT^[9]的压缩性能的比较如表2~表5所示。此外,ETWC和EBCOT的bitrate-PSNR曲线(Lena图像)如图4所示。由上述比较结果可以看出,本文提出的能量树小波编码算法的压缩性能较高,重构图像的质量较好。

表2 本文算法与其他三种算法的压缩性能比较(Lena图像)

Tab. 2 comparisons of CR-PSNR for Lena

Lena	PSNR/dB			
CR	SPIHT	EQ	EBCOT	ETWC
8	40.46	40.88	40.76	41.78
16	37.21	37.69	37.53	38.60
32	34.11	34.57	34.45	35.59
64	31.02	31.43	31.24	32.41

表3 本文算法与其他三种算法的压缩性能比较(Pirate图像)

Tab. 3 comparisons of CR-PSNR for Pirate

Pirate	PSNR/dB			
CR	SPIHT	EQ	EBCOT	ETWC
8	38.03	38.25	38.17	39.09
16	34.27	34.54	34.46	35.41
32	31.14	31.38	31.29	32.43
64	28.60	28.85	28.75	29.93

表4 本文算法与其他三种算法的压缩性能比较(Livingroom图像)

Tab. 4 comparisons of CR-PSNR for Livingroom

Living.	PSNR/dB			
CR	SPIHT	EQ	EBCOT	ETWC
8	37.49	37.78	37.72	38.77
16	33.67	33.98	33.94	35.10
32	30.64	30.96	30.89	32.07
64	28.10	28.42	28.37	29.48

表5 本文算法与其他三种算法的压缩性能比较(Goldhill图像)

Tab. 5 comparisons of CR-PSNR for Goldhill

Gold.	PSNR/dB			
CR	SPIHT	EQ	EBCOT	ETWC
8	36.55	36.96	36.94	37.83
16	33.41	33.73	33.70	34.58
32	30.63	30.89	30.86	31.82
64	28.04	28.27	28.23	29.31

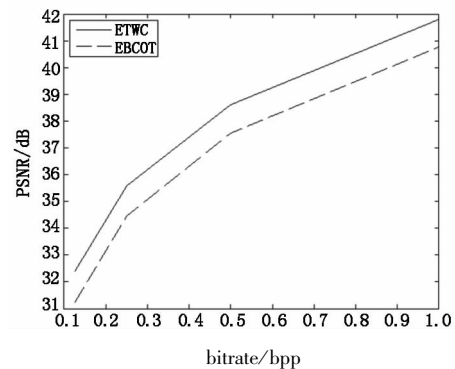


图4 Lena图像的ETWC和EBCOT算法的bitrate-PSNR曲线

Fig. 4 bitrate-PSNR curves of ETWC vs. EBCOT for Lena

5 结论

本文提出的基于能量树编码的小波图像压缩算法,通过对小波子带构建分层的能量树模型,由总能量和各层的能量角完全表示子带信息;这种结构简单灵活地对子带系数进行了等效表示,能自适应地匹配其局部信息,有利于编码效率的提高。实验结果表明,本文算法的压缩性能明显优于包括新一代静止图像压缩国际标准JPEG 2000^[10](其核心编码算法为EBCOT)在内的多种主流小波图像压缩算法。

参考文献:

- [1] Chang C L, Girod B. Direction-adaptive discrete wavelet transform for image compression[J]. IEEE Trans. on Image Processing, 2007, 16(5): 1289-1302.
- [2] Shapiro J. Embedded image coding using zerotrees of

- wavelet coefficients [J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1993, 41(12): 3445 – 3462.
- [3] Wu X L, Zhang X J, Wang X H. Low bit-rate image compression via adaptive down-sampling and constrained least squares upconversion [J]. IEEE Trans. on Image Processing, 2009, 18(3): 552 – 561.
- [4] Zhang Xudong, Lu Guodong, Feng Jian. Fundamentals of image coding and wavelet compressing: principles, algorithms and standards [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 238 – 239. (in Chinese)
张旭东, 卢国栋, 冯健. 图像编码基础和小波压缩技术——原理、算法和标准 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 238 – 239.
- [5] LoPresto S M, Ramchandran K, Orchard M T. Image coding based on mixture modeling of wavelet coefficients and a fast estimation-quantization framework [C] // Proc. of Data Compression Conf. . Snowbird, UT: Mar. , 1997: 221 – 230.
- [6] Said A, Pearlman W. A new fast and efficient image codec based on set partitioning in hierarchical trees [J]. IEEE Trans. on Circuit and Systems for Video Technology, 1996, 6(3): 243 – 250.
- [7] Ramchandran K, Vetterli M. Best wavelet packet bases in a rate-distortion sense [J]. IEEE Trans. on Image Processing, 1993, 2(4): 160 – 175.
- [8] Desarte P, Macq B, Slock D T M. Signal-adapted multiresolution transform for image coding [J]. IEEE Trans. on Information Theory, 1992, 38(2): 897 – 904.
- [9] Taubman D. High performance scalable image compression with EBCOT [J]. IEEE Trans. on Image Processing, 2000, 9(7): 1219 – 1235.
- [10] Zhang Chuntian, Su Yuting, Zhang Jing. Digital image compression coding [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006: 316 – 317. (in Chinese)
张春田, 苏育挺, 张静. 数字图像压缩编码 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2006: 316 – 317.
-