

文章编号:1006-9941(2009)05-0608-04

利用感度试验数据分析火工品贮存可靠性

洪东跑¹, 赵 宇¹, 温玉全²

(1. 北京航空航天大学 工程系统工程系, 北京 100191;

2. 北京理工大学 爆炸科学与技术国家重点实验室, 北京 100081)

摘要:火工品属于一种长寿命且高可靠性的敏感性产品,为了提高其贮存可靠性评估精度,研究了火工品贮存可靠性的特点,给出了一种利用感度试验数据的火工品贮存可靠性分析方法。该方法利用升降法试验来获得感度分布参数的估计,并对参数估计进行了处理,使其满足一定序约束条件。结合该估计值,选取合适的模型来描述感度分布参数与贮存时间的关系,并对模型参数进行了统计推断。利用该模型,给出了贮存可靠性置信限和贮存寿命置信限。数值算例表明该方法可以用于高可靠性火工品的贮存可靠性评估与贮存寿命预测。

关键词:系统工程;火工品;贮存可靠性;序约束;感度试验

中图分类号:TJ450.1;TB114.3

文献标识码:A

DOI: 10.3969/j.issn.1006-9941.2009.05.025

1 引 言

火工品是一种含药元件或装置,在贮存过程中会受到环境因素的影响,通常表现为火工品的临界刺激量随贮存时间的延长而变大。在贮存过程中,当火工品的临界刺激量大于工作刺激量时,就判定该火工品失效。由于临界刺激量不可测,难以确定火工品的失效时间。对于这类长期贮存、一次使用的成败型产品,一般先选择合适的模型描述产品贮存可靠性与贮存时间的关系,然后分别选择不同贮存时间的产品进行成败型试验,利用各个贮存时间产品的试验的响应率和贮存时间来估计模型参数,最后利用该模型进行贮存可靠性评估或寿命预测^[1]。火工品的可靠性通常较高,在一定贮存时间后其可靠性依然很高,因此当试验样本量较小时,各个贮存时间产品的试验响应率很高,甚至大多数都为 1。显然利用该试验数据难以准确地估计模型参数,以致可靠性评估或预测出现很大偏差。欲使试验响应率不为 1,则需要很大的样本量。比如对于置信度为 0.9 且可靠度为 0.999 的火工品,每个贮存时间的产品要试验 2303 发甚至更多^[2]。故传统的贮存可靠性分析方法难以适用于高可靠性火工品的贮存可靠性分析。

本文结合火工品及其贮存可靠性的特点,利用升降法试验数据,给出了一种火工品贮存可靠性分析方法,用于高可靠性火工品的贮存可靠性评估与寿命预测。

2 贮存可靠性试验及其数据分析

2.1 升降法试验

升降法^[3]试验操作相对简单,是较为常用的火工品感度试验之一^[4],故本文利用它来估计感度分布参数。通常假设火工品的感度分布为位置-刻度分布族 $F(\frac{x-\mu}{\sigma})$ (如正态分布和 logistic 分布)。利用有效的升降法试验数据,可得感度分布参数唯一的极大似然估计 $(\hat{\mu}, \hat{\sigma})$ ^[5]。升降法试验方案包括三个因素:试验样本量 n 、初始刺激量 x_0 和步长 d 。研究^[6]表明,试验方案对 $(\hat{\mu}, \hat{\sigma})$ 的影响较大,其中当 n 给定时, d 的影响较大。文献^[7]表明当 n 给定时,试验方案 $x_0 = \mu$ 、 $d = \sigma$ 较为理想,在确定试验方案应该尽可能获得 (μ, σ) 比较精确的预估。由于 $\hat{\sigma}$ 不是 σ 的无偏估计,本文利用文献^[7]中的方法对其进行了修正。火工品在贮存过程中其可靠性退化速度较慢,因此可以利用该产品已有的贮存试验数据来确定升降法试验方案。假设有 k 批次贮存时间不同的产品,按贮存时间进行升序排列为 t_1, t_2, \dots, t_k 。下文以正态分布为例,给出了升降法试验方案的确定步骤:

(1) 对于贮存时间为 t_1 的产品,利用文献^[7]的方法确定初始刺激量 x_0 和试验步长 d 。利用试验数据可得感度分布参数的极大似然估计,并对刻度参数进行修正,记为 $(\hat{\mu}_1, \hat{\sigma}_1)$ 。

(2) 对于贮存时间为 $t_i (1 < i \leq k)$,取初始刺激量 $x_0 = \hat{\mu}_{i-1}$,试验步长 $d = \hat{\sigma}_{i-1}$ 。同样可得感度分布参数的估计,并对刻度参数进行修正,记为 $(\hat{\mu}_i, \hat{\sigma}_i)$ 。

收稿日期:2008-12-08; 修回日期:2009-6-17

作者简介:洪东跑(1983-),男,博士研究生,从事可靠性统计研究。

e-mail: hlvong@163.com

由此类推,直到进行完所有的升降法试验,可得 $(\hat{\mu}_i, \hat{\sigma}_i) (i = 1, 2, \dots, k)$ 。

2.2 参数的序约束估计

为了便于对试验数据进行统计分析,而且使分析结果能更好地描述火工品贮存可靠性,本文给出了以下基本假设:

(1) 用于试验不同贮存时间的产品来自同一批次,或者母体没有显著差异的不同批次。

(2) 在贮存过程中样本随着贮存时间的延长不断退化,退化过程可以累积,但不可逆。即表现为样本的临界刺激量随贮存时间递增,当样本的临界刺激量大于工作刺激量时,就判定该产品失效。

(3) 产品的感度分布为位置-刻度分布族,贮存时间不同,分布类型不变,但分布参数会发生变化。

(4) 产品的贮存环境相同,或者对产品可靠性有影响的环境因素没有显著不同。

定理 1 基于上述基本假设,对于位置-刻度分布族,贮存感度分布参数满足

$$\begin{cases} \mu_1 \leq \mu_2 \leq \dots \leq \mu_k \\ \sigma_1 \leq \sigma_2 \leq \dots \leq \sigma_k \end{cases} \quad (1)$$

证明:以正态分布为例,对于任意的贮存时间为 t_i 和 $t_j (1 \leq i < j \leq k)$ 的产品,假设 t_i 时刻感度 $x_i: N(\mu_i, \sigma_i^2)$ 及 t_j 时刻感度 $x_j: N(\mu_j, \sigma_j^2)$ 。记在时间段 $t_j - t_i$ 样本的临界刺激量增量为 $\Delta x (\Delta x \geq 0)$, Δx 为随机变量,记其均值为 $\Delta \mu (\Delta \mu \geq 0)$, 方差为 $\Delta \sigma^2$ 。由于产品的退化量是累积,则有 $x_j = x_i + \Delta x$ 。又因为 Δx 与 x_i 无关,则有 $\mu_j = \mu_i + \Delta \mu, \sigma_j^2 = \sigma_i^2 + \Delta \sigma^2$, 故 $\mu_i \leq \mu_j, \sigma_i \leq \sigma_j$ 。由于 t_i 和 t_j 的任意性,故式(1)成立。对于其他的位置-刻度分布,证明过程类似,故命题得证。

显然定理 1 是火工品贮存可靠性试验数据分析中的一个合理约束,由此可得其估计的一个合理约束:

$$\begin{cases} \hat{\mu}_1 \leq \hat{\mu}_2 \leq \dots \leq \hat{\mu}_k \\ \hat{\sigma}_1 \leq \hat{\sigma}_2 \leq \dots \leq \hat{\sigma}_k \end{cases} \quad (2)$$

由于火工品临界刺激量的随机性,当升降法试验样本量较小时,贮存可靠性数据往往不满足上式的约束。由不满足上述约束的估计值来拟合贮存可靠性模型,进而分析贮存可靠性时可能会出现较大的偏差。为此本文利用序约束方法^[8]对参数估计进行处理使其满足定理 1 的序约束条件。以位置参数 $\hat{\mu}$ 为例,本文利用 PAVA 算法^[9],给出了序约束估计 $\hat{\mu}$ 的求解过程如下:

① 从 $\hat{\mu}_1$ 开始依次对 $\hat{\mu}_i (i = 1, 2, \dots, k)$ 进行两两

比较,如果 $\hat{\mu}_i > \hat{\mu}_{i+1} > \dots > \hat{\mu}_{i+j} (1 \leq j \leq k - i)$, 则

$\hat{\mu}_{i+s} = \frac{1}{j} \sum_{t=0}^j \hat{\mu}_{i+t} (s = 0, 1, \dots, j)$ 。比如 $\hat{\mu}_i > \hat{\mu}_{i+1}$, 则

$$\hat{\mu}_{i+s} = \frac{(\hat{\mu}_i + \hat{\mu}_{i+1})}{2} (s = 0, 1), \text{以此类推。}$$

② 如果 $\hat{\mu}_i (i = 1, 2, \dots, k)$ 不满足序约束,则重复

①, 否则取 $\tilde{\mu} = \hat{\mu}$ 。

③ 由此可得参数 μ 的序约束估计 $\tilde{\mu}$, 同理可得参数 σ 的序约束估计 $\tilde{\sigma}$ 。

3 火工品贮存可靠性模型

假设火工品的工作刺激量为 x , 以正态分布为例, 则其在贮存时间 t 时刻产品的临界刺激量 $x(t): N(\mu(t), \sigma^2(t))$ 。为了便于工程应用,假设感度分布参数关于时间函数为线性模型,取

$$\begin{aligned} \mu(t) &= a + bf(t) \\ \sigma(t) &= c + dg(t) \end{aligned} \quad (3)$$

其中, a, b, c, d 为待估参数, $f(t)$ 和 $g(t)$ 是关于 t 的已知函数,一般可由产品的历史信息或者相似产品信息确定。由此可得其贮存可靠性模型

$$R(t) = \Phi \left[\frac{x - a - bf(t)}{c + dg(t)} \right] \quad (4)$$

由于 a, b, c, d 未知,以位置参数 μ 为例,利用 $(\tilde{\mu}, \tilde{\sigma})$ 可得 a 和 b 的最小二乘估计:

$$\begin{aligned} \hat{b} &= \frac{\sum_{i=1}^k (f(t_i) - \bar{f})(\tilde{\mu}_i - \bar{\mu})}{\sum_{i=1}^k (f(t_i) - \bar{f})^2} \\ \hat{a} &= \bar{\mu} - \hat{b}\bar{f} \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $\bar{\mu} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \tilde{\mu}_i, \bar{f} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k f(t_i)$ 。 \hat{a} 和 \hat{b} 分别近似服从正态分布, $\hat{a}: N(a, \delta_0^2 \lambda_0^2)$ 和 $\hat{b}: N(b, \delta_0^2 \lambda_1^2)$, 其中,

$$\lambda_0^2 = \frac{1}{k} + \frac{\bar{f}^2}{\sum_{i=1}^k (f(t_i) - \bar{f})^2}, \quad \lambda_1^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^k (f(t_i) - \bar{f})^2}$$

$$\delta_0^2 = \frac{1}{k-2} \sum_{i=1}^k (\tilde{\mu}_i - \hat{a} - \hat{b}f(t_i))^2$$

类似地可得参数 c 和 d 的最小二乘估计 \hat{c} 和 \hat{d} , \hat{c} 和 \hat{d} 也分别近似服从正态分布。对于对数正态分布,可以通过对数变换将其转换为正态分布。但由于对数刻度参数变化很小,可认为其不变,取 $\hat{\sigma}_i (i = 1, 2, \dots, k)$ 的平均值作为其估计值。一般火工品还服从 logistic 等位置-刻度分布族,其原理与正态分布一致,只需对式(4)中的感度分布函数作相应的变换。

4 火工品贮存可靠性分析方法

假设火工品可靠性要求为:工作刺激量为 x ,置信水平为 γ ,可靠度为 R_b 。

把 $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}$ 代入式(4)可得产品在贮存了 t 时刻的可靠性估计:

$$\hat{R}(t) = \Phi\left(\frac{x - \hat{a} - \hat{b}f(t)}{\hat{c} + \hat{d}g(t)}\right) \quad (6)$$

由于 $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}$ 的分布已知,由式(6)可得 $\hat{R}(t)$ 的分布,记其密度函数为 $f(x|t)$ 。假设可靠度下限为 $R_L(t)$,其满足:

$$\int_{R_L(t)}^{\infty} f(x|t) dx = \gamma \quad (7)$$

解式(7)可得可靠度下限 $R_L(t)$ 。由于确定密度函数 $f(x|t)$ 比较困难,一般可利用蒙特卡罗方法给出近似下限 $\hat{R}_L(t)$ 。

假设火工品达到可靠性 R_b 时,产品的贮存时间为 t ,由式(4)可得:

$$\hat{d}g(t)u_{R_b} + \hat{b}f(t) = x - \hat{a} - \hat{c}u_{R_b} \quad (8)$$

其中, u_{R_b} 为标准正态分布的 R_b 分位点。由于 $f(t)$ 和 $g(t)$ 是关于 t 的已知函数,类似地可得满足可靠性指标要求的贮存寿命下限 t_L 。

5 数值算例

为了验证火工品贮存可靠性模型的合理性,利用蒙特卡罗方法模拟升降法,给出了一个贮存可靠性分析的数值算例。某撞击火帽贮存可靠性指标为 $\gamma = 0.90, R \geq 0.999$ 落锤重量 (388 ± 1) g,落高100 mm。现要评估产品贮存15年的可靠性,并预测满足可靠性指标的贮存寿命。该火工品服从正态分布,其感度分布参数修正后的估计为 $\hat{\mu} = 4.87$ 和 $\hat{\sigma} = 0.56$ 。为了方便模拟计算,假设 $f(t) = t$ 和 $g(t) = t$,取贮存时间为(2,4,6,8,10)年,样本量为30,模拟升降法试验,由试验数据得感度分布参数,修正估计见表1。

表1 火工品感度分布参数估计

Table 1 The sensitivity distribution parameter estimations of explosive initiator

t/year	0	2	4	6	8	10
$\hat{\mu}$	4.87	5.14	5.33	5.32	5.91	6.10
$\hat{\sigma}$	0.56	0.58	0.64	0.70	0.74	0.81

对表1的数据进行处理使其满足序约束条件,然后对其进行统计分析,利用式(6)可得产品在贮存时

间 t 时的可靠度估计 $\hat{R}(t) = \Phi\left(\frac{10 - (4.84 + 0.12t)}{0.54 + 0.026t}\right)$ 。

利用蒙特卡罗方法可得贮存时间为15年时产品可靠度近似下限 $\hat{R}_L = 0.9998$,故该火工品在贮存时间为15年时满足可靠性指标要求。同时利用式(8)可得该产品满足指标要求时的贮存寿命近似下限 $\hat{t}_L = 16.9$ 年。

6 结论

火工品感度分布参数的估计受升降法试验方案影响较大,本文结合火工品贮存可靠性的特点,给出了用于可靠性贮存试验的升降法试验方案的确定方法,提高了参数估计的精度。火工品在贮存过程中感度分布参数会按一定趋势退化,在较小样本量下,参数估计值往往不满足此序约束条件,为此利用保序回归方法对参数估计值进行了序约束。为了便于工程应用,利用线性模型来描述感度分布参数与贮存时间函数的关系,给出了一种火工品贮存可靠性分析方法。数值算例表明,该方法可用于高可靠性火工品的贮存可靠性评估与贮存寿命预测。

参考文献:

- [1] 刘春和,陆祖建,袁玉华. 导弹贮存可靠性评估[J]. 数学实践与认识,2001,31(4): 416-420.
LIU Chun-he, LU Zu-jian, YUAN Yu-hua. The storage reliability assessment for missile[J]. *Mathematics in Practice and Theory*, 2001, 31(4): 416-420.
- [2] 温玉全,洪东跑,王玮. 基于试验熵的火工品可靠性评估理论与方法研究[J]. 爆炸与冲击,2007,27(6): 553-556.
WEN Yu-quan, HONG Dong-pao, WANG Wei. Study on theory and method of reliability assessment of explosive initiator based on testing entropy[J]. *Explosion and Shock Waves*, 2007, 27(6): 553-556.
- [3] Dixon W J, Mood H M. A method for obtaining and analyzing sensitivity data[J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1948, 43: 109-126.
- [4] Chao M T, Fuh C D. Bootstrap method for the up and down test on pyrotechnology sensitivity analysis[J]. *Statistica Sinica*, 2001, 11: 1-21.
- [5] Jeff Wu. Efficient sequential designs with binary data[J]. *Journal of American Statistical Association*, 1985, 80(392): 974-984.
- [6] Wetherill G B. On the existence of maximum likelihood estimators for the binomial response models[J]. *Journal of the Royal Statistical Society B*, 1981, 43: 310-313.
- [7] 温玉全,洪东跑. 基于Bootstrap方法的火工品可靠性评估[J]. 含能材料,2008,16(5): 535-538.
WEN Yu-quan, HONG Dong-pao. Reliability assessment for initiating devices based on Bootstrap[J]. *Chinese Journal of Energetic Materials (Hanneng Cailiao)*, 2008, 16(5): 535-538.

