

基于物理模型的虚拟装配技术研究

刘振宇 谭建荣

(浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室, 杭州 310027)

摘 要 虚拟装配是虚拟现实技术在产品设计领域的一个重要应用. 为了从运动学与动力学的角度来考察虚拟装配过程中零件的运动, 以便更真实地反映虚拟环境中零件装配运动的本质规律, 提出了一种虚拟装配环境中用于将装配几何约束自动映射为运动副约束的基于运动自由度分析的物理约束生成方法, 同时, 提出了基于变刚度弹簧模型的装配力交互输入方法, 并实现了位移输入与装配力输入的映射. 另外, 还给出了基于物理模型的虚拟装配的基本过程. 该方法在虚拟设计与装配原型系统的研究与开发中已得到实现.

关键词 计算机仿真(520·6020) 虚拟装配 物理建模 虚拟现实 CAD

中图法分类号: TP391.9 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2003)07-0823-06

Research on Virtual Assembly Based on Physically Modeling

LIU Zhen-yu, TAN Jian-rong

(State Key Laboratory of CAD&CG, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

Abstract Virtual assembly is one of the most important applications of virtual reality in product design fields. Virtual assembly method based on physically modeling is proposed for further investigating the kinematics and dynamics performance of assembling parts during virtual assembly process in this paper. The automatic constraints mapping method, which maps geometrical constraints implied in assembly relationships onto joint relationships based on degree of freedom analysis, is presented to construct the physical constraint models for physically simulation in virtual assembly environment. A variable-stiffness spring model, which maps the geometrical displacement onto assembly force, is devised to realize the interactive input of assembly force. The methods are implemented in the development of VIRDAS (Virtual Reality Design and Assembly System) and the primary process of virtual assembly based on physically modeling in VIRDAS is also given in this paper.

Keywords Virtual assembly, Physically based modeling, Virtual reality, Computer Aided Design

0 引 言

虚拟装配是虚拟现实技术在产品设计领域的一个重要应用. 大家知道, 虚拟环境中设计者是通过虚拟现实交互来直接对零件进行装配操作. 建立产品装配模型、检查装配过程中的干涉情况并分析产品的装配性能, 以有效地精简验证产品装配性能所需的物理样机.

目前, 虚拟装配研究^[1~3]中的零件信息、装配关系仍以几何信息为主, 在虚拟装配过程中是通过实

时碰撞检测与响应来检查产品的可装配性, 其实质是基于几何模型的虚拟装配. 然而, 产品的装配性能不仅取决于零件的几何形状, 而且与装配过程中零件间的物理作用息息相关. 在虚拟环境中, 由于从物理学的角度仿真产品装配过程, 能更直接地评估产品的易装配性, 因此, 将以几何信息为主的虚拟装配发展为包括几何、物理、行为等多方面属性的虚拟装配已逐步引起人们的关注. 例如, 美国华盛顿州立大学 Jayaram 等开发的虚拟装配设计环境 VADE (Virtual assembly design environment)^[4], 就是在物理建模的基础上进行实时碰撞检测, 并模拟装配

基金项目: 国家 973 计划(2002CB312106); 国家 863 计划(2002AA411310);

浙江省自然科学基金项目(602039); 中国博士后科学基金项目(17805)

收稿日期: 2002-09-25; 改回日期: 2003-04-15

过程中,用户、装配零件、装配工具以及装配环境之间的相互作用;德国信息技术国家研究中心Frohlich等采用水平显示设备Responsive Workbench开发了一个虚拟装配系统^[5],该系统也是通过物理仿真软件来计算虚拟物体的行为,并支持多用户同时对同一虚拟物体进行装配操作。

基于物理模型的虚拟装配与基于几何模型的虚拟装配的主要区别为:(1)零件对象的属性信息不同,即基于几何模型的虚拟装配中零件对象的属性信息主要是几何形状,而基于物理模型的虚拟装配中零件对象的属性信息则不仅包括几何形状,还包括零件的质心、质量、转动惯量、表面摩擦系数等物理属性;(2)零件间装配关系的表达形式不同,即基于几何模型的虚拟装配是采用几何约束来进行装配关系的表达,而基于物理模型的虚拟装配则主要采用运动副约束的形式来表达零件间的装配关系,同时采用接触约束来反映非配合面的接触;(3)作用形式不同,即基于几何模型的虚拟装配不考虑零件间的作用力,而基于物理模型的虚拟装配则必须考虑零件间的作用力,而且当设计者通过运动传感器改变物体的运动状态后,还必须根据零件间的物理约束关系与作用力来确保零件的运动能够满足当前的物理约束;(4)零件运动的控制形式不同,即基于几何模型的虚拟装配中,设计者是通过运动传感器来直接控制零件方位的调整,而基于物理模型的虚拟装配中,设计者则是通过施加装配力来实现对零件运动的控制。

但是,基于物理模型的虚拟装配需要考虑的两个关键问题是:(1)由于虚拟装配系统中零件之间的装配关系主要表现为装配几何约束,因此,随着装配过程的递进,如何根据装配几何约束来动态建立装配体中零件间的物理约束?(2)虚拟装配系统大多通过方位跟踪设备来跟踪设计者手的空间方位变化,以便进行位移的输入,因此,需要考虑如何将位移(几何量)输入转换为装配力(物理量)输入。

1 虚拟装配环境中物理约束模型生成

虚拟装配过程中,物理约束模型生成的主要工作是根据产品装配关系来动态建立零件间的运动副约束,并根据零件间的接触情况建立接触约束。

1.1 基于运动自由度分析的运动副约束生成

虚拟装配中,装配几何约束是通过定义装配体中零件间点、线、面之间的几何约束关系来表达产品

的装配关系。由于装配几何约束限制了零件在某个方向上的运动,从而减少了零件的运动自由度。零件的运动自由度可以表示为平移自由度 T 与旋转自由度 R 的组合,其中,基本的平移自由度 T 主要包括任意平移(T_0)、沿约束平面平移(T_1)、沿约束轴线平移(T_2)、沿约束方向平移(T_3)、不允许平移(T_4)等自由度;而基本的旋转自由度 R 则主要包括任意旋转(R_0)、绕与约束方向同向的任意轴旋转(R_1)、绕约束轴线旋转(R_2)、绕约束点旋转(R_3)、不允许旋转(R_4)等自由度。

由于零件的运动自由度与运动副约束具有直接的对应关系,因此,借助于运动自由度,可以建立装配几何约束与运动副约束的关联,以便实现从几何约束到运动副约束的映射(表1列出了常见运动副约束与运动自由度的对应关系)。

虚拟装配过程中,由于零件往往受到多个装配几何约束的作用,因此应首先对零件间的装配几何约束关系逐一进行运动自由度分析;接着,通过求与多个运动自由度对应的可自由运动空间的交^[6]来得到零件的旋转自由度 R 与平移自由度 T ;然后,根据运动自由度与运动副约束的对应关系来确定零件间的运动副约束。

记 R_{r_1,r_2} 表示零件 r_1 与零件 r_2 间的旋转自由度, T_{r_1,r_2} 表示零件 r_1 与零件 r_2 间的平移自由度。图1(a)中零件 r_1 与零件 r_2 间的装配几何约束关系为:① $a-a'$ 面贴合;② $b-b'$ 面贴合;③ $c-c'$ 面对齐。若设计者以①→②→③的顺序依次施加约束,则从装配几何约束到运动副约束的映射过程为:

(1) $a-a'$ 面贴合 $\Rightarrow R_{r_1,r_2}=R_1, T_{r_1,r_2}=T_1 \Rightarrow r_1, r_2$ 间的运动副约束为平面副。

(2) $a-a'$ 面贴合+ $b-b'$ 面贴合 $\Rightarrow R_{r_1,r_2}=R_4, T_{r_1,r_2}=T_2 \Rightarrow r_1, r_2$ 间的运动副约束为移动副约束。

(3) $a-a'$ 面贴合+ $b-b'$ 面贴合+ $c-c'$ 面对齐 $\Rightarrow R_{r_1,r_2}=R_4, T_{r_1,r_2}=T_4 \Rightarrow r_1, r_2$ 间的运动副约束为固定连接约束。

在装配建模过程中,设计者出于方便定位的考虑,可能会指定一些辅助约束用于进行零件的定位,但零件的空间运动实际上并不需要满足这些辅助定位约束。为了区分辅助定位约束与零件运动约束,本文将辅助定位约束称为弱约束,而将零件实际运动过程中必须满足的约束称为强约束。虚拟装配时,装配几何约束到运动副约束的映射仅考虑强约束对运动自由度的影响。如图1(a)中零件 r_1 与 r_2 之间的

表 1 常见运动副约束与运动自由度的对应关系

物理约束	旋转自由度	平移自由度	图例	物理约束参量
固定联接约束	R_4	T_4		零件的位置与方向
转动副约束	R_2	T_4		转动副轴线的位置与方向,可自由转动范围
移动副约束	R_4	T_2		移动副轴线的位置与方向,行程
柱面副约束	R_2	T_2		柱面副轴线的位置与方向,可自由移动与转动的范围
球面副约束	R_3	T_4		球面副球心的位置
平面副约束	R_1	T_1		移动平面的位置与法向、可自由移动范围
圆柱-平面副约束	(R_1, R_2)	T_1		圆柱轴线的位置与方向,平面的位置与法向,可自由移动与转动范围
球-平面副约束	R_3	T_1		球心的位置,平面的位置与法向,可自由移动范围

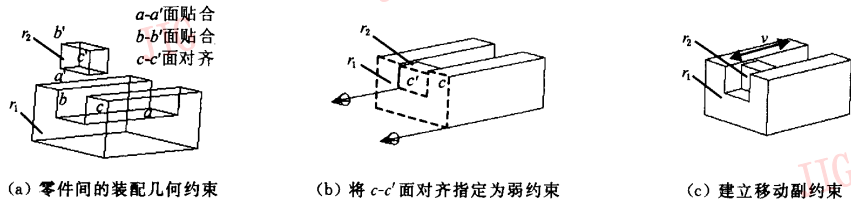


图 1 装配几何约束到运动副约束的映射

$c-c'$ 面对齐约束即为弱约束. 在进行装配几何约束到运动副约束的映射过程中,设计者需要交互地指定弱约束(图 1(b)),并根据强约束建立正确的运动副约束类型(图 1(c)).

确定运动副约束的类型后,运动副约束参数就可以相应地从装配几何约束的参数信息中得到. 例如,装配几何约束“面面贴合”经过约束映射后即可得到平面副约束,而平面副的参数可从装配几何约束信息(几何面的位置和法向)中提取.

然后,根据虚拟装配过程动态建立的运动副约束来建立相应的约束方程. 例如零件 r_i 与 r_j 通过球面副联接,即要求零件 r_i 与 r_j 在球面副球心处始终保持重合,即 $x_i(t) + c_i(t) = x_j(t) + c_j(t)$. 其中, $x_i(t)$ 为 t 时刻零件 r_i 的质心位置矢量, $c_i(t)$ 为 t 时刻零件 r_i 质心到球面副球心的矢量, $x_j(t)$ 为 t 时刻零件 r_j 的质心位置矢量, $c_j(t)$ 为 t 时刻零件 r_j 质心到球面副球心的矢量,则与球面副约束对应的微分方程为

$$\ddot{x}_i(t) + \dot{\omega}_i(t) \times c_i(t) + \omega_i(t) \times (\omega_i(t) \times c_i(t)) =$$

$$\ddot{x}_j(t) + \dot{\omega}_j(t) \times c_j(t) + \omega_j(t) \times (\omega_j(t) \times c_j(t))$$

其中, $\omega(t)$ 为角速度, $\dot{\omega}(t)$ 为角加速度.

1.2 接触约束的建立

大家知道,接触约束是建立在零件的三角面片表达的基础上,而两个三角面片间的接触可以分为点/面(vertex/face)接触与边/边(edge/edge)接触两种情况^[7],其中,点/面接触表示接触的两个三角面片中一个三角面片的顶点位于另一个三角面片上,而边/边接触则表示两三角面片的边相交(即两边在交点处接触). 如图 2(a)所示,零件 A 与零件 B 间存在 4 个点/面接触,而图 2(b)中,零件 A 与零件 B 之间则存在 3 个点/面接触、2 个边/边接触.

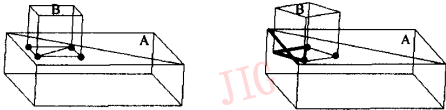


图 2 零件间点/面接触与边/边接触

若 t_0 时刻零件 A 与零件 B 在 x 点接触, 则相应的接触约束信息包括:

CVRObj * masterObject;

CVRObj * slaveObject; // 对于点/面接触, 若零件 A 上的三角面片的顶点 v_A 与零件 B 上的三角面片 f_B 接触, 则零件 A 为 masterObject, 零件 B 为 slaveObject

bool contactType; // 接触约束的类型 (0 为点/面接触, 1 为边/边接触)

double position[3]; // 接触点在世界坐标系的位置; 对于点/面接触, 即为 v_A , 而对于边/边接触, 则为两接触边的交点

double edgeMaster[3]; // 记 e_m 表示边/边接触中 masterObject 上接触边的方向矢量

double edgeSlave[3]; // 记 e_s 表示边/边接触中 slaveObject 上接触边的方向矢量

double normal[3]; // 接触法矢 n . 对于点/面接触, n 为 f_B 的单位外法矢; 而对于边/边接触, $n = e_m \times e_s$.

double restitution; // 恢复系数 ((由设计者设定), $0 \leq \delta \leq 1$)

short frictionModel; // 接触点的摩擦模型类型 (0 表示无摩擦模型, 1 表示摩擦力无限大模型, 2 表示库仑摩擦模型)

在虚拟装配的每一个事件循环过程中, 随着接触点的动态产生, 需要建立新的接触约束, 同时, 若两零件在接触点处发生分离, 则取消该接触约束.

由于精简接触约束的数量有助于提高物理约束求解的速度与稳定性, 因此, 在零件配合面之间一般不建立接触约束, 而是采用物理运动副约束来代替接触约束.

2 虚拟环境中基于变刚度弹簧模型的装配力交互输入

虚拟装配过程中, 由于方位跟踪设备只能通过跟踪设计者手的空间方位变化来进行位移的输入, 而无法进行装配力的输入, 因此, 在不具备力输入设备的虚拟装配系统中, 如何进行装配力的输入是基于物理模型的虚拟装配需要解决的一个重要问题.

将位移输入变换为物理量(力)的输入是实现虚拟环境中装配力交互输入的捷径. 本文是采用弹簧模型来建立位移(包括线位移与角位移)输入与装配力(包括力与转矩)输入之间的映射关系, 即认为设计者是通过拉簧来改变物体的位置, 并通过扭簧改变物体的方向. 这样, 拉簧的伸长量与扭簧的扭转角可以通过胡克定理映射为力与转矩.

记设计者抓取的零件为 r , t_0 时刻零件 r 质心所处的位置为 x_0 , 方位跟踪器表达的位移量(即 t_0 时刻设计者手方位的改变量)包括平移量 P_0 与旋转变量 (k_0, θ_0) , 其中, k_0 表示旋转轴方向, θ_0 表示绕矢量 k_0 的转角. 虚拟装配过程中, 将拉簧(假定自由长度为 0, 记拉簧的刚度为 C_l)的一端固定在 t_0 时刻零件的质心 x_0 处, 另一端固定在 $x_0 + P_0$ 处, 然后, 根据拉簧的拉力就可以得到设计者输入的装配力, 即 t_0 时刻设计者输入的装配力为: $F = C_l P_0$. 图 3 所示为装配力输入的拉簧模型. 此外, 为了表征 t_0 时刻转矩的输入, 取扭簧(记扭簧刚度为 C_s)的一端作用于零件质心 x_0 处, 扭簧的轴方向为 k_0 , 则 t_0 时刻, 设计者输入的装配转矩 $\tau = C_s \theta_0$.

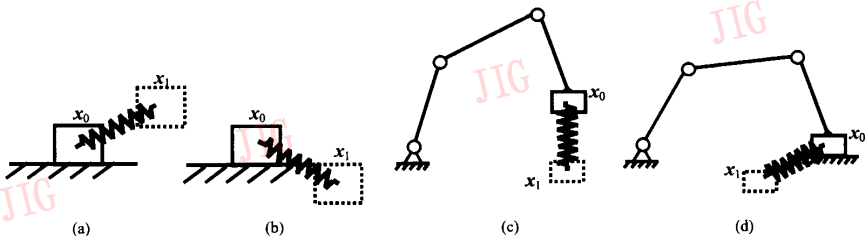


图3 装配力交互输入的拉簧模型

弹簧模型的刚度(包括拉簧的刚度与扭簧的刚度)决定了位移与装配力的比例映射关系. 由于现实生活中, 对不同的物体进行相同的位移改变, 其所需的力不相同, 同样, 虚拟装配中对不同的装配对象,

或者对处于不同的状态(如装配前与装配后)的同一装配对象进行相同的位移改变, 其需要施加的装配力也应不同, 因此, 需要根据零件及零件所处的状态来动态改变弹簧模型的刚度.

确定弹簧模型刚度之前,需先考察一下来自现实生活的经验.如现实生活中,人们试图改变物体的位姿而又对物体的物理属性不太清楚的情况下,会先用一个较小的力去试探一下物体的物理属性;然后,通过逐步改变力的大小来对物体位姿进行调整,若用了较大的力仍无法实现对物体位姿的预期改变,人们则会尝试改变力的作用点与作用方向.这样在人们对物体的物理属性比较熟悉后,这种试探过程就会缩短(甚至取消),而直接以合适的力和作用方式去改变物体的位姿.

虚拟装配时,虚拟装配系统采用经验刚度表来反映以往装配操作中弹簧刚度选择的经验.经验刚度表的每一个记录包括5项($m, \bar{C}_{1,m}, \bar{C}_{2,m}, n_1, n_2$),其中, m 为离散的质量等级, $\bar{C}_{1,m}$ 为属于质量等级 m 的零件处于自由空间时对应的弹簧模型平均刚度,而 $\bar{C}_{2,m}$ 为属于质量等级 m 的零件处于约束空间时对应的弹簧模型平均刚度, n_1 为 $\bar{C}_{1,m}$ 更新次数, n_2 为 $\bar{C}_{2,m}$ 的更新次数.经验刚度表记录了对不同质量等级零件进行装配操作时,采用的弹簧模型刚度的平均值,并随着装配操作的演进而不断更新.例如,在装配零件 r (对应的离散质量等级为 m_r)时,若系统采用的当前刚度分别为 $C_{1,r}, C_{2,r}$,则经验刚度表中离散的质量等级 m_r 所在的记录($m_r, \bar{C}_{1,m_r}, \bar{C}_{2,m_r}, n_1, n_2$)将更新为($m_r, (n_1 \bar{C}_{1,m_r} + C_{1,r}) / (n_1 + 1), (n_2 \bar{C}_{2,m_r} + C_{2,r}) / (n_2 + 1), n_1 + 1, n_2 + 1$).

其次,在当前装配场景中,每一个零件 r 都有一个历史刚度 $\bar{C}_{1,r}, \bar{C}_{2,r}$ ($\bar{C}_{1,r}$ 为零件 r 处于自由空间时对应的弹簧模型历史刚度, $\bar{C}_{2,r}$ 为零件 r 处于约束空间时对应的弹簧模型历史刚度).当设计者在 t_0 时刻抓取零件 r 后:

(1)若零件 r 处于自由空间,则检查零件 r 的历史刚度 $\bar{C}_{1,r}$:

若 $\bar{C}_{1,r}$ 不为0,表示在 t_0 时刻之前零件 r 曾经被抓取过,则取弹簧模型的当前刚度 $C_{1,r}(t_0) = \bar{C}_{1,r}$;

若 $\bar{C}_{1,r}$ 为0,则再检查 $\bar{C}_{2,r}$,若 $\bar{C}_{2,r}$ 不为0,则 $C_{1,r}(t_0) = \bar{C}_{2,r}, \bar{C}_{1,r} = C_{1,r}(t_0)$;否则,根据零件 r 的质量从系统保存的经验刚度表中查询与该质量等级的零件对应的经验刚度,并取 $C_{1,r}(t_0) = C_{1,m_r}, \bar{C}_{1,r} = C_{1,r}(t_0)$.

(2)若零件 r 处于约束空间,则检查零件 r 的历史刚度 $\bar{C}_{2,r}$:

若 $\bar{C}_{2,r}$ 不为0,则取弹簧模型的当前刚度 $C_{2,r}(t_0) = \bar{C}_{2,r}$;

若 $\bar{C}_{2,r}$ 为0,再检查 $\bar{C}_{1,r}$,若 $\bar{C}_{1,r}$ 不为0,则 $C_{2,r}(t_0) = \bar{C}_{1,r}, \bar{C}_{2,r} = C_{2,r}(t_0)$;否则,根据零件 r 的质量从系统保存的经验刚度表中查询相应的经验刚度,并取 $C_{2,r}(t_0) = C_{2,m_r}, \bar{C}_{2,r} = C_{2,r}(t_0)$.

在弹簧模型刚度初始值的选择过程中,利用经验刚度表与历史刚度可以避免弹簧刚度初始值选取的盲目性.当然,由于约束空间中零件约束状态的复杂性, $C_{2,r}$ 值只能作为一个参考值,因此需要经过进一步的试探才能最终确定,即当完成刚度初始值的选取后,系统即可按照刚度初始值进行位移量 α 与装配力的映射,并通过物理模型求解装配力作用下零件的实际位移量 β ,并比较 β/α :

(1)若 $\beta/\alpha < 0.8$,则有两种可能,即若弹簧刚度初始值太小,则应进一步增大弹簧刚度;若设计者给出的力作用方式不对,则此时应改变力的作用方式;

(2)若 $\beta/\alpha > 1.1$,则表明弹簧刚度的初始值太大,此时应自动减小弹簧刚度,直到 $0.8 \leq \beta/\alpha \leq 1.1$.

(3)当 β/α 稳定在 $[0.8, 1.1]$ 之间时,表示弹簧刚度为完成当前装配操作的合适刚度,此时可直接利用此刚度值更新经验刚度表.

此外,虚拟装配过程中,当装配力大于设计者预先设定的最大装配力时,系统则提示该零件的装配存在困难.据此,设计者可以评估装配设计对完成装配操作所需装配力的要求.

3 基于物理模型的虚拟装配的基本过程

基于物理模型的虚拟装配方法在自主开发的虚拟设计与装配原型系统 VIRDAS (Virtual reality design and assembly system) 中已实现.在进行虚拟装配时, VIRDAS 是通过头盔 (5DT HMD 800 Stereo) 来实时显示立体装配场景,同时采用数据手套 (CyberGlove) 和位置跟踪器 Flock of birds 来进行手势的输入,并通过数据接口读入商用 CAD 系统 (包括 Pro/Engineer、SolidWorks、AutoDesk MDT) 中建立的零件模型.

VIRDAS 提供了两种虚拟装配模式:(1)若设计者仅考虑零件之间的几何约束以及产品的几何可装配性,则采用基于几何模型的虚拟装配模式;(2)若设计者希望考虑零件之间的作用力与物理约束,则采用基于物理模型的虚拟装配模式.

基于物理模型的虚拟装配模式中,设计者可首先通过手势直接抓取并拖动零件;然后由方位跟踪

器对设计者手的空间位姿变化进行检测,并通过变刚度弹簧模型将设计者输入的位移量转换为装配力;最后,在装配力的驱动下,就可通过四阶龙格-库塔方法进行物理约束方程求解来确定虚拟环境中零件的空间位姿,以确保虚拟环境中零件的运动能够满足零件间存在的物理约束。

基于物理模型的虚拟装配过程如图4所示。

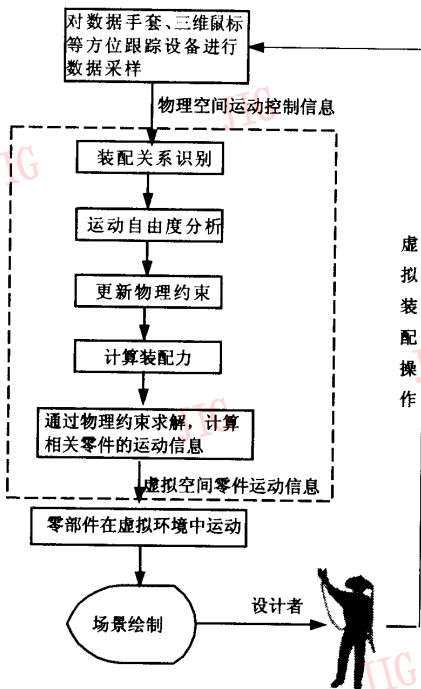


图4 基于物理模型的虚拟装配过程

4 结 论

在基于物理模型的虚拟装配中,设计者操作的对象不再是仅具有几何属性的几何模型,而是彼此之间存在物理约束关系的物理模型。基于物理模型的虚拟装配,其关键技术研究主要为:

(1)提出了基于运动自由度分析的运动副约束生成方法,从而将装配体中零件间的装配几何约束通过运动自由度分析转化为以运动副形式表达的物理约束,并给出了零件间接触约束的建立方法。

(2)提出了基于变刚度弹簧模型的装配力交互输入方法,实现了位移输入向装配力输入的映射。通过经验信息、历史信息与逐步试探相结合的方法来确定完成装配操作所需的弹簧刚度。

(3)相关方法已在虚拟设计与装配原型系统的研究与开发中得到实现,实践表明,与基于几何模型的虚拟装配相比,基于物理模型的虚拟装配由于是从运动学、动力学的角度来考察装配过程中零件的运动,因而能更真实地反映虚拟环境中零件装配运动的本质规律。

参 考 文 献

- 1 Ye N, Banerjee P, Banerjee A *et al.* A comparative study of assembly planning in traditional and virtual environments[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part C: Applications and Reviews, 1999,29(4):546~555.
- 2 Yuan Xiaobu. Interactive assembly planning in virtual environments[A]. In: Proceedings of 2000 IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems[C], Takamatsu, Japan, 2000:1462~1467.
- 3 Jung B, Latoschik M, Wachsmuth I. Knowledge-based assembly simulation for virtual prototype modeling[A]. In: Proceedings of the 24th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society[C], Aachen, Germany, 1998: 2152~2157.
- 4 Jayaram S, Jayaram U, Wang Y *et al.* VADE: a virtual assembly design environment[J]. IEEE Computer Graphics and Applications, 1999,19(6):44~50.
- 5 Frohlich B, Tramberend H, Beers A *et al.* Physically-based manipulation on the Responsive Workbench [A]. In: Proceedings of IEEE on Virtual Reality[C], New Brunswick, New Jersey, USA, 2000:5~11.
- 6 Turner J U, Subramaniam S, Gupta S. Constraint representation and reduction in assembly modeling and analysis [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1992, 8(6):741~750.
- 7 Baraff D. Physically based modeling [A]. In: Online SIGGRAPH 2001 course notes [EB/OL]. <http://www.pixar.com/companyinfo/research/pbm2001/>, 2003-03-01.



刘振宇 1974年生,1996年获浙江大学工学学士学位,2002年获浙江大学工学博士学位。主要研究方向为CAD&CG、虚拟现实。



谭建荣 1954年生,理学博士,浙江大学教授,博士生导师。主要研究方向为计算机辅助技术、工程图形学与软件设计学。