

在具有变深和海底损失的均匀声速层的水中的声传播

D. E. Weston

英国、米德尔塞克斯海军部研究实验室

本文探讨了一个非常简单的水下声传播损失公式的推论，用来处理海底损失和水深的任意缓慢变化，但限定在没有垂直声速梯度的水域，对许多特殊的深度剖面给出了强度—距离的变化规律。在恒定深度的水中，强度按(距离) $^{-3/2}$ 次方规律变化，并且已证明，为了获得(距离) $^{-1}$ 或(距离) $^{-2}$ 规律，在每一种情况中所必需的剖面都具有恒定的梯度，对于具有阶跃的剖面，在浅水中(深度比率为 Δ)能量集聚效应可能由于高海底上较大的衰减而抵消。对于小 Δ ，当在较浅和较深的水中路径长度之比也是 Δ 时出现这种抵消的情况，本文附录中包括了对时间离散问题的讨论。

1 引 言

参考文献(1)介绍了一种计算分层介质中波导传播的有效方法，其介质在深度上或分层上的变化是缓慢的。实际上，它给出一个距离区间上的平均传播损失这公式能够用射线、简正波或简单的能流来导出：上述缓变条件允许我们假设在给定简正波中的能量绝热地传入改变了的分层相应简正波中去。对水声应用来说，参考文献(2)中附加了正比于掠射角的海底损失效应、波导传播的这种一般近似对帮助我们了解是有益的，同时，在预测中也有惊人的准确性。

本文用一个相当简捷的方法巧妙地给出一个简单的传播方程，如下面提出的方程(3)，然而十分透彻地讨论了此方程。传播理论在某种程度上是简单化和准确性之间的一个折衷，这里我们要求对复杂性的每一构成单位要有高度真实性，而不要求给出完整的陈述。限于于均匀声速的情况，使我们稍微更多地想到浅海更微弱。虽然本文企图包括全面，但熟悉某些参考文献特别是文献(2)或许是有帮助的。

2 模 型

从参考文献(2)直接得到声传播模型，它把四个传播区域 A、B、C 和 D 与由以下方程 1—4

所给出的传播损失 L (分贝) 对应起来。假设模型是均匀声速、无损失媒质、平滑的全反射表面、平滑和缓慢变化但不那么任意的海底剖面、声源和接收器均远离边界。

四个传播区域中的传播损失如下：

$$A: \quad L = 10 \log R^2 \quad (1)$$

$$B: \quad L = 10 \log R H_a H_b / 2 H_c \phi_c \quad (2)$$

$$C: \quad L = 10 \log \frac{R H_a H_b}{5.22} \left(\alpha \int_0^R \frac{dR}{H^3} \right)^{1/2} \quad (3)$$

$$D: \quad L = 10 \log \left(\frac{R H_a H_b}{\lambda} \right) + \frac{\lambda^2 \alpha}{8} \int_0^R \frac{dR}{H^3} \quad (4)$$

区域 A 是球面扩展， R 是距离

区域 B 是波道的一种，在入射角直升到临界掠射角 $\pm \phi_c$ (包括角 $2\phi_c$) 内的全部能量是被反射的，而在较陡的角度上的全部能量被吸收了。 H_a 是声源端的深度， H_b 是接收器端的深度，而 H_c 是临界的或最小深度 (通常等于 H_a 或 H_b 中的一个) 在下一节讨论方程 (2)，作为以后讨论方程 (3) 的准备。

区域 C 可称为简正波干涉区，因为我们假设一个正比于掠射角 ϕ 的小分贝损失 $\alpha\phi$ ，这样，在较大角度或较高号简正波中，能量是有选择地衰减，方程 (3) 和 (4) 不象方程 (1) 和方程 (2)，假设有效掠射角是小的。Denham^[3] 也推导出了一个方程可以证明与方程 (3) 相同。对方程 (3) 的讨论是经过以下三步展开的：首先讨论均匀深度情况，其次保持距离恒定讨论各种不同的剖面影响，最后讨论这种情况的距离关系，这区域中，除 L 以外有若干其他量也是感兴趣的，其中一些在附录中已予讨论。

区域 D 是单号简正波区域，这里，我们首次被迫承认声的波动性质和简正波的分离特性，因为除了最低号简正波以外其他简正波全都消失了。方程 (4) 中第一项表示几何扩展或耦合而第二项表示衰减，但只有通过进一步的考证才能在这个区域作出上述结论。

在参考文献 (2) 中讨论了这些区域的界限，对于从区域 A 转换到区域 B，用预示最小损失的那个方程就足够了。而对于 B 到 C 则取给出最大损失的那个方程。对于从区域 C 转换到区域 D，多少有点任意地规定当方程 (4) 中第二项或衰减项达到 3.41 分贝，如在方程 (3) 和 (4) 中，对模型作一最简单的说明，然后，即可看出 C 区变到 D 区有一个 3.14 分贝的跳跃。

只要作较小的改变即可使方程式 (1) 到 (4) 稍为更普遍些。如果损失参数 α 沿路径变化，则可将 α 放入积分内来凑合， α 也可认为是包含了表面反射损失。在方程 (2) 中，如果 ϕ_c 变化，我们就选择一个 H_c ，使乘积 $H_c \phi_c$ 是最小的，声速 c 可认为随距离变化，而在给定位置上不随深度变化，于是， H 由 $(c_a H/c)$ 代替，这里 c_a 是在声源处的声速。实际上，最后修正是很小的，但是，如果我们确实希望精确，我们就应该考虑到两个水平方向上不同的变化 (1, 4)。

3 波道区域

本节根据参考文献 (1) 进行了讨论。对均匀水深波道导出了众所周知的柱面扩展规律，对该区域是标准的规律。

找出为综合任何规则的传播规律 (和某些不规则的传播规律) 所必需的剖面图是容易的，

这些传播规律比柱面扩展规律更差，所有这些都要求 H 有适当的增加。这可能是单调的，但是只要 $H > H_a$ 。例如，假设 H 与 $R^{1/2}$ 成正比，强度随 $R^{-3/2}$ 变化。特别感兴趣的一种情况是随 $H = \varepsilon R$ 向下倾斜的恒定梯度，最小深度 $H_c = H_a$ 。于是，

$$L = 10 \log \varepsilon R^2 / 2\phi_c \quad (5)$$

把声源放置在靠近楔形的顶点，结果，我们得到一个修正的球面扩展定律，要注意 εR 深度规律不需要一直延伸到顶点。第一次海底反射后没有损失，所以声波能在两维方向扩展到楔形，强度比方程(1)中大一个因子 $2\phi_c/\varepsilon$ ，即在声源附近的开角 $2\phi_c$ 和斜面或楔形角 ε 的比。

假设 H 单调的减小，则有最小深度 $H_c = H_a$ ，因此，看来海底向上倾斜的传播规律为：

$$L = 10 \log R H_a / 2\phi_c \quad (6)$$

这与均匀深度情况相同，和 H 变化的精确规律无关。发生了传送到比较浅的水中的能量集聚由能量损失精确的抵消，由于在倾斜海底上反射这种能量损失，在 ϕ_c 以外变得很陡。即使对一个有限的距离间隔， H 没有下降、上升再下降的复杂现象，综合一个比柱面扩展更好的定律，看来是不可能的。

注意，在均匀深度的水中，柱面扩展区域的距离范围是很窄的，难得超过十，常常是更小。虽然在变深度的水中波道区域的范围有时能增加，但上述定律的实际意义是不大的。

4 均匀深度的干涉区域

当水深是恒定时，方程(3)变成：
$$L = 10 \log \alpha^{1/2} R^{3/2} H^{1/2} / 5.22 \quad (7)$$

部分扼要重述参考文献(2)对这里的每一项谈得稍为更详细点是便当的。

可能最重要的因子是 $R^{3/2}$ ，二分之三次定律的意义和现实性在参考文献(2)中已有广泛的讨论，以上所有事实说明是幂次方规律而不是指数规律保持传播损失在一个比较适中的水平。

与水深的关系为 $H^{1/2}$ 还是比较缓慢的，两倍深度只是给出 $1\frac{1}{2}$ 分贝的损失。从近岸水深 40 米到深海 4000 米的水深变化平均只有 10 分贝额外损失。

与海底损失参数的关系为 $\alpha^{1/2}$ ，是同样的不精确的。在布里斯托尔(Bristol)水道中的实验给出 α 是 12.4 分贝/弧度，在别处发现这个值也是合理的，事实上，在整个方程中还有待进一步的健全，或者说还缺乏很好的评论。

最后注意系数 5.22 是从 $\sqrt{2\pi \cdot 10 \log_{10} e}$ 得到的。假设我们用 e 为底定义 α ，因为我们对强度是用半奈而振幅通常是奈来表示，这系数将简化为 $\sqrt{2\pi}$ 。

5 在干涉区域中与海底剖面的关系

5.1 收集公式

表 1 收集了由公式(3)计算的传播损失公式，对许多不同的深度剖面规律、包括一般情况和均匀水深的情况。我们首先讨论固定声源深度和给定距离的情况来看剖面改变对传播有什么影响，把均匀深度的情况作为标准。

处理了十三种情况，第一栏是参考编号，第二栏说明剖面，第三栏给出了简单的传播规

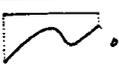
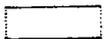
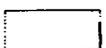
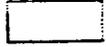
律，表中第四栏是等效深度，

$$H_e = \frac{H_a^2 H_b^2}{R} \int_0^R \frac{dR}{H^3} \quad (8)$$

将 H 代入方程(7)中，给出了传播损失，可以看出，对每一个剖面规律，能借助 H_b 来表示 H_e ，此外，与 R 无关。最后一栏表示传播损失与均匀深度情况相比较的增量，此增量等于 $5 \log H_e/H_a$ ，借助水深比 $\Delta = H_b/H_a$ 来表示是方便的。(或有时 $\Delta' = H_d/H_a$)，再次指示，假若我们知道了 Δ ，对任何距离尺度我们都能利用这个结果，由第三栏经第四栏到第五栏向右移动都有进一步的简化。

表 1

水深剖面图的实例和相应的传播损失公式， R 是距离， r_a 是到阶跃处的距离， r_b 是阶跃处以外的距离。 $\delta = r_b/r_a$ ， α 是反射损失参数， H 是深度， H_a 是声源端的深度， H_b 是接收器端的深度， H_c 是轨道深度(情况4)， H_e 是等效深度， $\Delta = H_b/H_a$ ， $\Delta' = H_d/H_a$ ， β ， n 和 γ 是规定深度剖面的系数。

编号	深度剖面	传播损失 L (分贝)	等效深度 H_e	传播损失的引增量
1	一般的 	$10 \log \frac{RH_a H_b}{5.22} \left(\alpha \int_0^R \frac{dR}{H^3} \right)^{1/2}$	$\frac{H_a^2 H_b^2}{R} \int_0^R \frac{dR}{H^3}$	—
2	平坦 	$10 \log \frac{\alpha^{1/2} R^{3/2} H^{1/2}}{5.22}$	H	0
3	靠近 b 阶跃 	$10 \log \frac{\alpha^{1/2} R^{3/2} H_b}{5.22 H_a^{1/2}}$	$\frac{H_b^2}{H_a}$	$10 \log \Delta$
4	深水轨道 $H \propto 1$ 	$10 \log \frac{\alpha^{1/2} R^{3/2} H_c^2}{5.22 H_a^{1/2}}$	$\frac{H_c^2}{H_a^2}$	$-15 \log \Delta'$
5	靠近 a 阶跃 	$10 \log \frac{\alpha^{1/2} R^{3/2} H_a}{5.22 H_b^{1/2}}$	$\frac{H_a^2}{H_b}$	$-5 \log \Delta$
6	中间阶跃 	$10 \log \frac{R}{5.22} \left(\frac{\alpha(r_a H_a^2 + r_b H_b^2)}{H_a H_b} \right)^{1/2}$	$\frac{r_a H_a^2 + r_b H_b^2}{R H_a H_b}$	$10 \log \frac{\Delta^2 + \delta}{\Delta(\delta + 1)}$
7	$H^{-3} = H_a^{-3}(1 + \beta R)$ 	$10 \log \frac{R}{7.39} \left(\frac{\alpha H_a^3 (1 + \beta R)^{4/3} - 1 + \beta R^{-2/3}}{\beta} \right)^{1/2}$	$\frac{H_a^2 + H_b^2}{2 H_a H_b}$	$5 \log \frac{\Delta^2 + 1}{2\Delta}$
8	$H^{-2} = H_a^{-2}(1 + \beta R)$ 	$10 \log \frac{R}{8.26} \left(\frac{\alpha H_a^2 (1 + \beta R)^{3/2} - 1 + \beta R^{-1}}{\beta} \right)^{1/2}$	$\frac{2(H_a^2 - H_b^2)}{5 H_a H_b (H_a^2 - H_b^2)}$	$5 \log \frac{2(\Delta^2 - 1)}{5\Delta(\Delta^2 - 1)}$
9	$H^{-1} = H_a^{-1}(1 + \beta R)$ 	$10 \log \frac{R}{10.45} \left(\frac{\alpha H_a (1 + \beta R^2 - 1 + \beta R^{-2})}{\beta} \right)^{1/2}$	$\frac{(H_a^2 + H_b^2)(H_a + H_b)}{4 H_a H_b}$	$5 \log \frac{(\Delta^2 + 1)(\Delta + 1)}{4\Delta}$
10	$H = H_a(1 + \beta R)$ 	$10 \log \frac{R^{3/2}}{5.22} (\alpha H_a (1 + \beta R/2))^{1/2}$	$\frac{H_a + H_b}{2}$	$5 \log \frac{\Delta + 1}{2}$
11	$H^2 = H_a^2(1 + \beta R)$ 	$10 \log \frac{R}{3.69} \left(\frac{\alpha H_a^2 (1 + \beta R - 1 + \beta R^{1/2})}{\beta} \right)^{1/2}$	$\frac{2 H_a H_b}{H_a + H_b}$	$5 \log \frac{2\Delta}{\Delta + 1}$
12	$H^n = H_a^n(1 + \beta R)$ 	$10 \log \frac{R}{5.22} \left(\frac{n \alpha H_a^n (1 + \beta R)^{(n-1)/n} - 1 + \beta R^{-2/n}}{(n-3)\beta} \right)^{1/2}$	$\frac{n(H_a^2 H_b^n - H_b^2 H_a^n)}{(n-3) H_a H_b (H_a^n - H_b^n)}$	$5 \log \frac{n(\Delta^n - \Delta^3)}{(n-3)\Delta(\Delta^n - 1)}$
13	$H = H_a \exp \gamma R$ 	$10 \log \frac{R}{9.05} \left(\frac{\alpha H_a (\exp 3\gamma R - 1)}{\gamma \exp \gamma R} \right)^{1/2}$	$\frac{H_a^2 - H_b^2}{3 H_a H_b \ln(H_a/H_b)}$	$5 \log \frac{\Delta^2 - 1}{3\Delta \ln \Delta}$

5.2 深水阶跃剖面

现在让我们由表 1 往下看,从阶跃剖面 3 和 4 开始。阶跃“Step”一词是用来表示:深度变化与全距离比较具有一个小的距离间隔,但是,在阶跃区域内海底倾斜是足够慢,能满足缓慢变化的条件,事实上,要找到完全适合这样两个要求的阶跃剖面可能是很困难的,情况 3 和 4 表明,如已讨论过的方程(4)有分别的几何效应和衰减效应。因此,在情况 3 中,靠近行程终端有一深度的减小,改善了几何扩展或耦合。因而也改善了传播。而深度的增加会使传播更差。在情况(4)中,深度沿行程增加,改善了由方程(3)或(8)中积分所表示的衰减因子。通常这两个效应不是很大的;过去注意到,假若水是分层的,则上述效应就可能比较重要了(1)。

显然,为了最好的传播,我们应把深水轨道和靠近终端较快地变浅的情况结合起来。从方程(3)中积分式,同样很明显,对于给定的终端条件,只是 H 的谱分布,而不是细致的剖面图。

根据物理上的互易性,情况 5 与情况 3 是对等的,但是,对于 $H=H_a$ 为参考深度,我们引入了几何扩展和衰减两者的变化,所以,这些公式看来有一点差别。

例 6 给出了在中间距离上有一个阶跃,阶跃前的路径长度为 r_a ,其后为 r_b ,对于深度减小的情况,几何扩展损失减少了,而衰减增加了。对于深度增加的情况,几何扩展损失增加了,而衰减减少了。对无论哪种情况,阶梯的位置和大小是能被平衡的。结果,传播损失没有变化。从表 1 的最后一行,我们发现

$$r_b/r_a = \delta = \Delta(\Delta + 1) \quad (9)$$

出现这种情况,上式规义了如图 1 所示的临界阶跃剖面的位置。使用此图的一个方法是注意到一个给定的阶跃层能产生变好了的传播,只有它是出现在图示临界位置的右边。对于小 Δ ,我们有 $\delta \approx \Delta$,例如,深度减少到 $0.1 H_a$ 时,假使在深海底上路径长度估计小于 $0.1 R$ 时,这才是有价值的。

5.3 深水连续剖面图

剖面图 7 到 12 给出了几种实例的普遍情况,在普遍情况中,深度的 n 次方随距离线性变化。另一个连续剖面有一指数关系:如情况 13。当深度变化小时,剖面 7 到 11 和 13 全部近似于线性变化,并且都给出差不多相同的结果。例如:当深度下降 10% ($\Delta=0.9$) 时,在所有情况中传播损失都下降大约 0.1 分贝。

对大的深度变化,传播行为是分散的,对剖面 3 和 4 的讨论告诉我们,剖面曲线向上凸时(负 n),将使传播变坏,而剖面曲线向上凹时(正 n)则有使传播变好的倾向。对于小 Δ ,这是由第五行传播损失的增量公式的极限形式所证实了的。对于 $n=-3, -2$ 或 -1 ,公式包含了表示传播损失真的增量的 $-5\log \Delta$ 。对 $n=+1$,在小 Δ 时,传播损失的增量与 Δ 无关,而有一个真正的减小,它接近但不超过 1.5 分贝。这个 $n=+1$ 的情况相应于恒定梯度,在下节将进一步讨论。对于 $n=+2$ 的公式中包含 $+5\log \Delta$,传播损失有一真正减小。

图 2 进一步阐明了传播损失如何随 Δ 而变化。它包括了 $n=\pm\infty$ 的极限情况, $n=\pm\infty$ 在

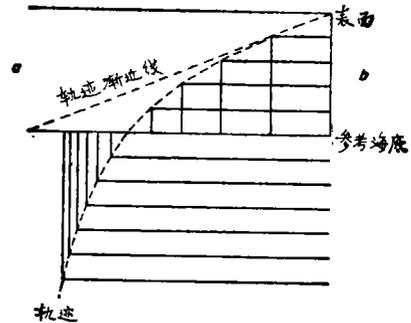


图 1. 给出了一组阶跃海底剖面与均匀深度相同的传播损失。

数学上相当于剖面 3 或 5 的阶梯情况。注意, $-\infty$ 和 $+\infty$ 曲线在剖面 3 和 5 (在 $\Delta=1$) 之间变换。因此, 看出两者在该点上斜面不连续。指数情况 13 处于情况 9 和 10 ($n=-1$ 和 $n=+1$) 之间, 确实应该如此, 由于它是 $n \rightarrow 0$ 的近似形式。所表明的变化没有一个是大的, 对任何深度的合理减小都可以首先把情况 10 和 13 当作中间的情况, 并表现很小的变化。

6 干涉区域中的距离关系

6.1 概要:

在考虑到距离关系时, 我们能立即依靠表 1 中第三行中所收集的规律。为了这个目的, 只有编号 3 和 4 的剖面是不合适的, 那里在轨道的端点出现不连续性。与上一节相仿, 所作的主要评论是, 如果在干涉区域中, 强度不会像与方程 (7) 的 $3/2$ 定律所预计的有很多分贝的差异。对比之下, 如果在单号筒正波区域 D, 预计比较浅的轨道部分能够大大增加传播损失。如下面几小段所看到的剖面 10 的恒定梯度情况特别重要。有效深度 H_e 等于平均深度^[2], 并且斜率 ε 等于 βH_a 。有关传播规律的阐述已由 Denham^[9] 和 M-P 发表^[5], 也可参阅文献 6。

6.2 柱面扩展剖面

相反的问题也是重要的, 给出一定的传播规律我们能计算必要的深度剖面吗? 对柱面和球面传播规律我们将来试验。注意如果只在一个位置上给定了强度, 即使深度是单调的变化, 显然不能详细说明所需剖面是唯一的。

明显的一般近似是以方程 3 开始, 当借助相对强度 $I=10^{-L}/10$ 来描写时, 方程 (3) 变成了

$$I = \frac{5.22}{RH_a H_b} \left(\alpha \int_0^R \frac{dR}{H^3} \right)^{-1/2} \quad (10)$$

重新排列、微分, 并且不计 H 和 H_b 之间的差别, 给出了对反问题的基本方程,

$$\left(\frac{H_a}{5.22} \right)^2 \frac{\alpha}{H^3} = \frac{d}{dR} \left(\frac{1}{RHI} \right)^2 \quad (11)$$

现在我们对 I 随 R 的变化能够以任意所要求的规律代入, 并且尝试, 首先解出 $I=kR^{-1}$ 的情况, 给出解为:

$$H = -\alpha k^2 H_a^2 R / 54.6 + \text{常数} \quad (12)$$

这定义了一向上倾斜的常数:

$$\varepsilon = -\alpha k^2 H_a^2 / 54.6 \quad (13)$$

这里数字上是较大的, 这较大的数字是在柱面扩展规律中所要求的量级 (正比于 k)。倾斜区域不一定要在声源处开始。

对柱面扩展的这个特殊情况, 一个完全不同的推导是即适宜又有益的。参考文献 (1) 给

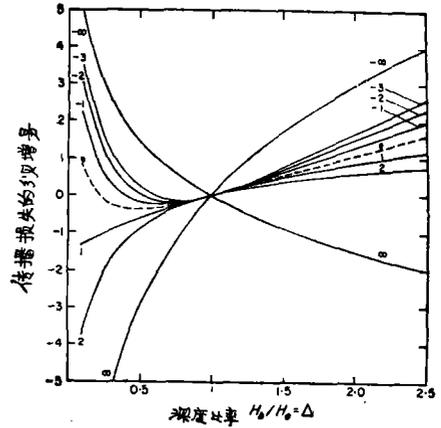


图 2. 在固定距离处, 剖面与传播损失的依赖关系。图中的数字 n , H 的 n 次幂随距离线性变化以及 e 表示为指数剖面。

出了均匀声速水域中更一般规律的一个特殊情况。

$$I = 2\phi_0 / RH_a \quad (14)$$

其中 $\pm\phi_0$ 是在接收点有效掠射角范围。这关系式适用于深度无论什么样的变化，如果这变化是缓慢的话，在 B 和 C 区域(方程 2 和 3)是有效的。为了获得柱面扩展，只要当 R 变化时保持 ϕ_0 为常数，即：

$$\frac{d\phi_0}{dR} = -\frac{\alpha\phi_0^2}{13.6H} - \frac{\phi_0}{H} \frac{dH}{dR} = 0 \quad (15)$$

第一项表示衰减或高角度干涉效应(2)，第二项表示当水变浅时能量的聚集，解方程(15)得

$$H = -\alpha\phi_0^2 R / 13.6 + \text{常数} \quad (16)$$

在柱面扩展区域中方程 14 给出 $k = 2\phi_0 / H_a$ ，所以，方程(16)与方程(12)是相等的。

在方程(12)和(16)中常数的意义现在变得清楚了：我们可以从离开声源开始，允许任何深度剖面，或任意传播规律或几乎任意的我们喜欢行径直到某一中间距离 r_a ，其深度为 H_f 。然后，方程(12)、(13)或(16)给出所必需的为获得柱面扩展向上倾斜的值，借助在 r_a 处的局部声强或局部有效角范围来做到这一点。柱面扩展区以外的长度 r_b 是限制的，因为海底最后作为海岸显露出来了。

$$r_b = H_f / \varepsilon = 54.6 H_f / \alpha K^2 H_a^2 = 13.6 H_f / \alpha \phi_0^2 \quad (17)$$

记住在实践中例如进入波动区 D 区，还有其他的限制。如举一例，我们取 $\phi_0 = 1/30$ 弧度或大约 2° ，暗示已经可以估计出中间距离 r_a ，我们得到必需的斜度 $|\varepsilon|$ 为 10^{-3} 弧度或大约 3 分弧度，如 $H_f = 100$ 米，则距离 r_b 是 100 千米。在另一极端，我们可以使中间距离 r_a 与从区域 B 到 C 的转换距离相等，假设水深一直到 r_a 都是常数，整个 B 区和 C 区几乎都是连续的柱面扩展区。这里 $\phi_0 \approx \phi_0 = 1/3$ 弧度约 19° ，给出 $|\varepsilon|$ 为 $1/10$ 弧度约 6° 的陡斜面，而 r_b 只有 1 公里，好象没有什么实际意义。

6.3 球面扩展剖面

为了找到给出球面扩展规律的深度剖面，我们可以从前面的一般方程(11)开始，且以 $I = kR^{-2}$ 代入给出：

$$\alpha K^2 H_a^2 / 54.6 = RH - R^3 dH/dR \quad (18)$$

只保留右边的主要项，可求得近似解：

$$H = \text{常数} \times R$$

这里常数自然是斜度 ε 。

将方程(19)代入方程(10)可得 k 值。与积分上限有关的项被忽略了，为了防止积分发散，积分下限不能为零，必需取某一个小的距离。所有这些是必要的，因为解的近似性质相当于声源不是置于由(19)式规定的楔形顶点上，而是在顶点附近，但不管它是如何靠近顶点，(与第三节比较)我们找到

$$I = 7.39 / (\varepsilon\alpha)^{1/2} R^2 \quad (20)$$

上述计算纯粹是为了计算上方便，因为方程(20)是表 1 给出剖面 10 的传播损失的一种极限形式，这在参考文献(2)中早已指出，并注意到，乘积 $\varepsilon\alpha$ 是每一海底倾斜角的海底损失分贝数，物理上会出现什么现象呢？即反射损失事实上是限定在靠近声源的浅水区，而一旦能量到达较深水区，掠射角是如此之小以至声波反射几乎是全反射，声波则从两维方向扩散到楔形区(再次与第三节比较)。

本文中我们目前已提出了包括 R^2 的三种扩展规律的典型。方程 1 为基本的球面扩展规律(区域 A)。在波道区域 B 中，比较起来方程(6)表明有一个 $10\log(2\phi_0/\varepsilon)$ 的分贝级的提高。对干涉区域 C 方程(20)表明，有一个 $10\log 7.39/(\varepsilon\alpha)^{1/2}$ 分贝的提高，如举一例， $\phi_0 = 1/3$

弧度约 19° 和 ϵ 为 $1/60$ 弧度约 1° , 区域 B 增长变为 16 分贝, 而在区域 C 中变为 12.1 分贝, 对于一般类似的模型, 同样区域 B 的增长也是较大的。

不打算用任何形式的计算来结束本文, 但是希望限于恒定速度情况下, 已提供了足够的资料以证明这种方法的威力和实用。

附录: 时间离散及其有关量

参考(7)提供了实验上和理论上对浅海中干涉条纹的平均频率间隔 Δf 和时间离散 $\Delta\tau$ 的研究。导出了在干涉区域恒深恒速下的公式, 为了记录, 这里我们提供了对任意深度剖面的一般公式。这些给出了在接收点有效角范围 $\pm\phi_0$ 以及 $\Delta\tau$ 和 Δf 。

掠射角中的有效限制是可电由同的两个强度公式(10)和(14), 及时找出:

$$\phi_0 = \frac{2.61}{H_0} \left(\alpha \int_0^R \frac{dR}{H^3} \right)^{-1/2} \quad (21)$$

如参考(2)对均匀深度变成 $\phi_0 = 2.61(H/\alpha R)^{1/2}$ (22)

沿轨迹的相应角 ϕ 是一般的 $\phi_0 H_0/H^{11}$ 。在干涉区域沿轨迹任意点的群速是 $c \cos\phi$ 或近似于 $c(1 - \frac{1}{2}\phi^2)$, 这样时间分离是

$$\Delta\tau = \int_0^R \frac{\phi^2 dR}{2c} = \frac{3.41}{\alpha c} \int_0^R \frac{dR}{H^2} / \int_0^R \frac{dR}{H^3} \quad (23)$$

对均匀深度这式简化为 $\Delta\tau = 3.41H/\alpha c$ (24)

此式与距离和频率无关。除系数有一小变化外, 与参考文献(7)是一致的。后者是一份解说材料, 为了详细说明我们必需给出在时间延迟 τ 中的到达形状, 假设声源为 δ 函数形式, 能量与角度的关系为高斯分布, (见参考(2)注意 ϕ_0 不是标准的偏差)可导出。

$$dE/d\tau = (2/\sqrt{\tau\Delta\tau}) \exp(-\pi\tau/4\Delta\tau) \quad (25)$$

这里, 到达的能量 E 已归一化为一, 并且 $\Delta\tau$ 从方程(23)或(24)得到。方程(25)预示了 $\tau=0$ 时其解为无限大, 实际上这是不麻烦的。由于有限带宽上解是有限的。

频率间隔 Δf 也能由参考文献(7)计算得到, 但注意到它等于 $(\Delta\tau)^{-1}$ 就足够了。

参 考 文 献

1. D. E. WESTON 1959 *Proceedings of the Physical Society* 73, 365-384. Guided propagation in a slowly varying medium.
2. D. E. WESTON 1971 *Journal of Sound and Vibration* 18, 271-287. Inter-city-range relations in oceanographic acoustics.
3. R. N. DENHAM 1966 *Journal of the Acoustical Society of America* 39, 1170-1173. Intensity-decay laws for sound propagation in shallow water of variable depth.
4. D. E. WESTON 1961 *Proceedings of the Physical Society* 78, 46-52. Horizontal refraction in a three-dimensional medium of variable stratification.
5. J. D. MACPHERSON and M. J. DAINITH 1967 *Journal of the Acoustical Society of America* 41, 850-854. Practical model of shallow-water acoustic propagation.
6. P. W. SMITH JR 1974 *Journal of the Acoustical Society of America* 55, 1197-1204. Averaged sound transmission in range-dependent channels.
7. D. E. WESTON and K. J. STEVENS 1972 *Journal of Sound and Vibration* 21, 57-64. Interference of wide-band sound in shallow water.

译自 *Journal of Sound and Vibration* 76. 47(4). P473-483

凌雪兴 张学琦译 蒋继萍校