

DOI :10.3880/j.issn.1006-7647.2010.05.010

微平面理论在混凝土保护层破坏模式分析中的应用

范兴朗¹, 丁建江², 郑建军¹

(1. 浙江工业大学建筑工程学院, 浙江 杭州 310032; 2. 浙江交通投资集团, 浙江 杭州 310014)

摘要 :应用微平面理论分析混凝土保护层的破坏模式。首先总结了微平面理论的基本公式,然后将微平面理论与有限单元法相结合,分析在锈胀力作用下混凝土保护层的开裂全过程。通过与文献中的实验数据比较,验证了本文数值方法的有效性。此外,分析了钢筋直径、钢筋间距和保护层厚度对保护层破坏模式的影响。

关键词 :混凝土结构;微平面理论;有限单元法;破坏模式

中图分类号 :TU375;TV431 **文献标识码** :A **文章编号** :1006-7647(2010)05-0037-04

Application of micro-plane theory to analysis of failure modes of concrete covers//FAN Xing-lang¹, DING Jian-jiang², ZHENG Jian-jun¹(1. School of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310032, China; 2. Zhejiang Communications Investment Group, Hangzhou 310014, China)

Abstract :The failure modes of concrete covers were analyzed by use of the micro-plane theory. The basic formulae of the micro-plane theory were summarized. By combining the micro-plane theory with the finite element method, the whole cracking process of the concrete covers under corrosion expansive pressure was discussed. A comparison between the present results and the experimental data from literatures verified the validity of the proposed numerical method. In addition, the influences of the diameter and spacing of reinforcing steel bars and the thickness of covers on the failure modes of the concrete covers were evaluated.

Key words :concrete structure; micro-plane theory; finite element method; failure mode

混凝土中的钢筋锈蚀是导致结构性能劣化的主要原因,海洋环境中的氯离子不断侵入到混凝土中,导致钢筋锈蚀和膨胀,对周围的混凝土产生了膨胀压力,引起混凝土表面开裂甚至剥落,对结构承载能力和服役寿命均产生较大的影响^[1-2]。因此,钢筋锈蚀所引起的结构耐久性问题越来越受到国内外学术界的关注和重视。各国研究人员在钢筋锈蚀机理、钢筋锈蚀和膨胀、混凝土结构剩余寿命预测等方面均做过大量的研究。Bazant^[3-4]根据钢筋锈蚀的物理化学模型,提出了混凝土保护层开裂计算的简化公式,但是其方法的有效性没有被实验所证实。Liu等^[5]进一步发展了Bazant的工作,而且考虑了锈蚀产物向钢筋周围混凝土空隙的扩散,并对锈胀过程进行了简单的力学分析,但其模型忽略了混凝土开裂后的剩余刚度,而且低估了锈蚀产物。金伟良等^[6]应用弹性力学理论进行分析,提出了钢筋均匀锈蚀导致外围混凝土保护层胀裂时刻和胀裂以前的

锈胀力公式。郑建军等^[7]假设钢筋周围铁锈厚度相等,并考虑混凝土的软化特性,提出了混凝土保护层开裂损伤模型,给出了混凝土的初裂时间、完全开裂时间和锈胀力的解析表达式。

考虑到目前对混凝土在锈胀力作用下破坏模式的研究还不多见,笔者在前人工作的基础上,将微平面模型与有限单元法相结合,详细讨论了钢筋直径、钢筋之间的间距和保护层厚度对保护层破坏模式的影响。

1 微平面理论的基本公式

混凝土内部结构非常复杂,宏观本构模型将混凝土看做是均匀的各向同性材料以简化分析。但是,在细观水平上混凝土可以看成是一种由骨料、水泥石和界面所组成的三相复合材料,在这一复杂的三相体系中,界面是最薄弱的环节,它在很大程度上直接影响混凝土的强度和变形特性,一旦混凝土受

基金项目 :国家自然科学基金(50878196);浙江省自然科学基金(Y107638)

作者简介 :范兴朗(1983—),男,浙江苍南人,硕士研究生,从事混凝土结构耐久性研究。E-mail :xlfan1983@126.com

通信作者 :郑建军(1963—),男,浙江黄岩人,教授,从事混凝土材料研究。E-mail :jjzheng@zjut.edu.cn

力,界面最先出现损伤微裂缝,随着外力的增大,这些损伤微裂缝汇聚成宏观断裂裂缝,并沿着薄弱界面不断延伸直至混凝土完全破坏。因此,要准确描述混凝土破坏的全过程,特别是应力~应变曲线的下降段,必须考虑薄弱界面的影响,即在混凝土本构关系中充分体现薄弱界面之间的相互作用。微平面理论正是从混凝土材料的这种细观结构出发,将材料内部存在于骨料和水泥石之间的各方向交界面定义为微平面,并将此作为直接研究对象建立非线性应力-应变关系。有关微平面理论的基本假定、具体公式推导以及该理论的发展历史详见文献[8-11],以下仅总结该理论的一些基本公式。

微平面理论的关键在于把材料的行为用材料点上的一系列微平面来表示,取出材料的一个微元体,将其视为由一系列具有不同方向的微平面按照一定排列方式组成,每个微平面的方向可以由1个单位法向矢量 n 表示,如图1所示。当前的微平面理论主要基于运动约束假定,把微平面上的应变矢量 ϵ_i^{μ} 作为宏观应变张量在微平面上的投影,即

$$\epsilon_i^{\mu} = \epsilon_{ij}n_j \quad (1)$$

应变矢量 ϵ_i^{μ} 可以分解为正应变和剪应变两部分,微平面上正应变部分为

$$\epsilon_N = n_i \epsilon_i^{\mu} = n_i \epsilon_{ij}n_j = N_{ij} \epsilon_{ij} \quad (2)$$

其中,对称二阶张量 N_{ij} 定义为

$$N_{ij} = n_i n_j \quad (3)$$

正应变 ϵ_N 可以进一步分解为体应变 ϵ_V 和偏应变 ϵ_D :

$$\epsilon_V = \frac{\epsilon_{kk}}{3} \quad \epsilon_D = \epsilon_N - \epsilon_V \quad (4)$$

剪切应变矢量 ϵ_T 可表示成:

$$\epsilon_{Ti} = \epsilon_i^{\mu} - \epsilon_{Ni} = n_k \epsilon_{ik} - n_i n_j n_k \epsilon_{jk} = (\delta_{ij} - n_i n_j) n_k \epsilon_{jk} \quad (5)$$

由于在微平面局部坐标系下表述 ϵ_T 非常方便,因此可在微平面内定义2个正交的单位向量 m 和 l ,微平面内的应变向量分量可以通过式(6)给出:

$$\begin{cases} \epsilon_M = m_i (\epsilon_{ij}n_j) = M_{ij} \epsilon_{ij} \\ \epsilon_L = l_i (\epsilon_{ij}n_j) = L_{ij} \epsilon_{ij} \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{其中 } M_{ij} = \frac{m_i n_j + m_j n_i}{2} \quad L_{ij} = \frac{l_i n_j - l_j n_i}{2} \quad (7)$$

由于采用了运动约束假设,微平面上的应力分量不能通过宏观应力张量 σ_{ij} 在微平面上投影得到,而是通过虚功方程得到。单位球体内宏观应力对宏观虚应变所做的虚功为

$$W_{\text{macro}} = \int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} d\Omega = \frac{4\pi}{3} \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} \quad (8)$$

而单位球面上微观应力对微观虚应变所做的虚功为

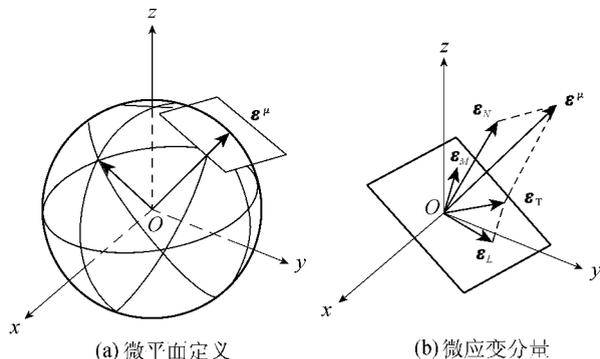


图1 微平面定义及微应变分量

$$W_{\text{micro}} = 2 \int_{\Gamma} (\sigma_N \delta \epsilon_N + \sigma_M \delta \epsilon_M + \sigma_L \delta \epsilon_L) d\Gamma \quad (9)$$

这样,宏观应力张量 σ_{ij} 为

$$\sigma_{ij} = \frac{3}{2\pi} \int_{\Gamma} (\sigma_N N_{ij} + \sigma_M M_{ij} + \sigma_L L_{ij}) d\Gamma \quad (10)$$

这里应该指出的是,在建立各微平面上的微观应变和应力分量之间的非线性应力-应变关系时,该理论还采用了应力边界的概念,即对于每种应力分量,如果当前值没有超过对应于该应力分量的应力边界,则该应力分量处于弹性范围,若当前值超过相应的应力边界,则该分量加载时沿着该应力边界进行,从而反映出混凝土的非线性应力-应变关系特性。

相对于宏观本构模型,微平面理论具有以下几方面的优点:①本构方程写成向量而非张量形式,表达式更加简洁;②在本构律上张量不变形式自动满足;③能够直接描述材料受力过程中发生在这些薄弱面上的滑移、拉伸开裂、侧向约束等现象;④在加载过程中各微平面上的应力应变相对独立地发展,而且各应力分量都有自己独立的应力边界来区分弹性和塑性阶段,相当于可以同时考虑很多个屈服面。因此,该理论可望更准确地模拟混凝土在复杂受力状态下的力学行为。

2 实验验证

在以上微平面理论的基础上,可以根据以下步骤编制非线性有限元程序:

a. 设 $k=0$ 并假设

$$u_{n+1}^{(0)} = u_n \quad r = f_{\text{int}}(u_n) - \lambda_{n+1} f_{\text{ext}} \quad (11)$$

式中: $u_{n+1}^{(0)}$ 为第 $n+1$ 增量步初始位移矢量; u_n 为第 n 增量步结束时位移矢量; r 为不平衡力矢量; f_{int} 为单元内部节点力矢量; f_{ext} 为单元外部节点力矢量代表值; λ_{n+1} 为荷载因子。

b. 计算一致切线模量矩阵 D :

$$D = \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon_{n+1}} \quad (12)$$

式中: σ 为应力矢量; ε_{n+1} 为第 $n+1$ 增量步应变矢量。

c. 组装单元刚度矩阵 K_T^e :

$$K_T^e = \sum_{i=1}^{n_{\text{gauss}}} w_i j_i B_i^T D B_i \quad (13)$$

式中: w_i 为第 i 个高斯点权重系数; j_i 为第 i 个高斯点 Jacobi 行列式值; B_i 为第 i 个高斯点对应的几何矩阵。

d. 令 $k = k + 1$, 组装整体刚度矩阵 K_T 并求解方程:

$$K_T \delta u^{(k)} = -r^{(k-1)} \quad (14)$$

式中: $\delta u^{(k)}$ 为第 k 迭代步校正位移矢量。

e. 对位移进行校正:

$$u_{n+1}^{(k)} = u_{n+1}^{(k-1)} + \delta u^{(k)} \quad (15)$$

式中: $u_{n+1}^{(k)}$ 为第 $n+1$ 增量步第 k 迭代步节点位移矢量; $u_{n+1}^{(k-1)}$ 为第 $n+1$ 增量步第 $k-1$ 迭代步节点位移矢量。

f. 更新应变:

$$\varepsilon_{n+1}^{(k)} = B u_{n+1}^{(k)} \quad (16)$$

式中: $\varepsilon_{n+1}^{(k)}$ 为第 $n+1$ 增量步第 k 迭代步应变矢量。

g. 应用微平面理论进行应力和状态变量更新:

$$\begin{cases} \sigma_{n+1}^{(k)} = \sigma(\alpha_n, \varepsilon_{n+1}^{(k)}) \\ \alpha_{n+1}^{(k)} = \alpha(\alpha_n, \varepsilon_{n+1}^{(k)}) \end{cases} \quad (17)$$

式中: $\sigma_{n+1}^{(k)}$ 为第 $n+1$ 增量步第 k 迭代步应力矢量;

$\alpha_{n+1}^{(k)}$ 为第 $n+1$ 增量步第 k 迭代步状态变量矢量。

h. 计算单元内部力矢量 f_{int}^e :

$$f_{\text{int}}^e = \sum_{i=1}^{n_{\text{gauss}}} w_i j_i B_i^T \sigma_{n+1}^{(k)} \Big|_i \quad (18)$$

i. 组装单元节点力并对不平衡力进行更新:

$$r = f_{\text{int}} u_{n+1}^{(k)} - \lambda_{n+1} f_{\text{ext}} \quad (19)$$

j. 判断第 $n+1$ 步是否收敛: 若 $\|r\| / \|f_{\text{ext}}\| \leq \varepsilon_{\text{tol}}$, 则可设 $(*)_{n+1} = (*)_{n+1}^{(k)}$, 进入下一个增量步; 否则返回 b 重新计算。

根据以上步骤可以分析混凝土保护层在锈胀力作用下的破坏全过程, 这样就可以计算得到混凝土完全锈胀开裂的径向位移, 然后利用钢筋锈胀膨胀的位移与时间的关系预测混凝土锈胀表面开裂的时间。在分析之前, 应首先通过实验来验证该数值方法的有效性, 为此, 选用 Liu 等^[5]的实验结果进行比较。在他们的实验中, 钢筋混凝土板中所配的钢筋直径 $D = 16 \text{ mm}$, 28 d 混凝土抗压强度 $f_c = 31.5 \text{ MPa}$, 抗拉强度 $f_t = 3.3 \text{ MPa}$, 有效弹性模量 $E_{\text{ef}} = 9 \text{ GPa}$, 泊松比 $\mu = 0.18$, 钢筋密度 $\rho_{\text{st}} = 7850 \text{ kg/m}^3$, 铁锈产物密度 $\rho_{\text{rust}} = 3600 \text{ kg/m}^3$, 铁锈类型系数 $\alpha_{\text{rust}} = 0.57$ 。

此外, 该实验中所用 3 种板的保护层厚度 C 分别为 27 mm, 48 mm 和 70 mm, 锈蚀电流密度 i_{corr} 分别为 $3.75 \mu\text{A/cm}^2$, $2.41 \mu\text{A/cm}^2$ 和 $1.79 \mu\text{A/cm}^2$, 实验所测得的混凝土表面开裂时间 t_c 如表 1 所示。另一方面, 根据这些数据利用本文的数值方法可算出这 3 种混凝土板表面开裂时间的理论预测值, 结果如表 1 所示。从表 1 可以看出, 本文理论预测值与实验结果吻合良好, 平均相对误差为 9%, 本文数值方法的有效性得到了实验的证实。

表 1 理论预测值与实验结果的比较

C/mm	t_c/a	
	实验结果	理论预测值
27	0.721	0.643
48	1.842	1.720
70	3.542	3.881

3 保护层开裂模式影响因素分析

这里主要讨论钢筋直径、钢筋间距和混凝土保护层厚度对保护层破坏模式的影响, 分析中混凝土弹性有效模量、泊松比、28 d 抗压强度和抗拉强度分别取为 $E_{\text{ef}} = 10 \text{ GPa}$, $\mu = 0.2$, $f_c = 25 \text{ MPa}$, $f_t = 2.5 \text{ MPa}$ 。

3.1 钢筋直径的影响

取保护层厚度 $C = 35 \text{ mm}$, 钢筋净间距 $S = 62.5 \text{ mm}$, 钢筋直径 D 分别为 10 mm, 15 mm, 20 mm 和 25 mm, 混凝土保护层中的裂缝分布如图 2 所示。由图 2 可以看出, 4 种情况下的混凝土中的裂缝分布十分类似, 每根钢筋周围混凝土中的裂缝均沿着两钢筋连线发展, 然后裂缝贯通, 保护层整体剥落而破坏, 表明钢筋直径对混凝土保护层破坏模式没有什么影响。

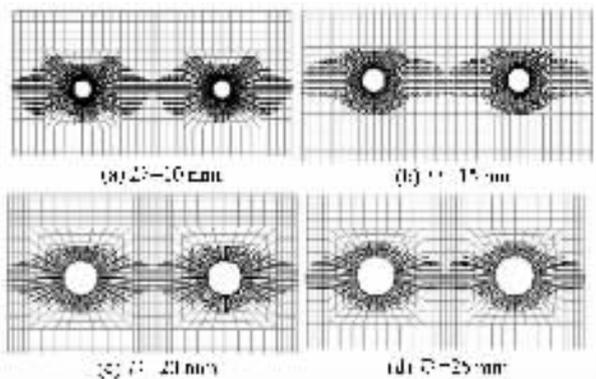


图 2 钢筋直径对混凝土保护层破坏模式的影响

3.2 钢筋间距的影响

取保护层厚度 $C = 35 \text{ mm}$, 钢筋直径 $D = 17.5 \text{ mm}$, 钢筋净间距 S 分别为 25 mm, 50 mm, 75 mm, 100 mm 和 150 mm, 混凝土保护层中的裂缝分布如图 3 所示。从图 3 可以看出, 当 $S = 20 \sim 100 \text{ mm}$ 时, 每

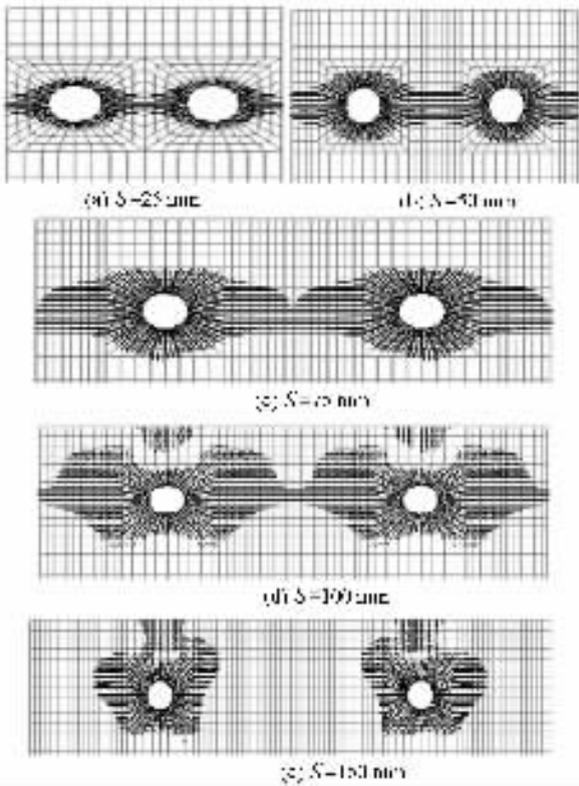


图3 钢筋间距对混凝土保护层破坏模式的影响
根钢筋周围混凝土中的裂缝均沿两钢筋之间的连线发展,然后裂缝贯通,保护层整体剥落破坏;当 S 增大至150mm时,每根钢筋周围混凝土中的裂缝沿着与两钢筋的连线垂直方向发展,当裂缝延伸到混凝土表面时,混凝土保护层产生纵向开裂。因此,当钢筋间距逐渐增大时,保护层由整体剥落破坏向纵向开裂破坏转变。

3.3 保护层厚度的影响

取钢筋直径 $D = 17.5 \text{ mm}$,钢筋净间距 $S = 62.5 \text{ mm}$,保护层厚度 C 分别为20mm、30mm、40mm和50mm,混凝土保护层中的裂缝分布如图4所示。从图4可以看出,当 $C = 20 \text{ mm}$ 时,每根钢筋周围混凝土中的裂缝沿着与两钢筋之间的连线垂直方向发

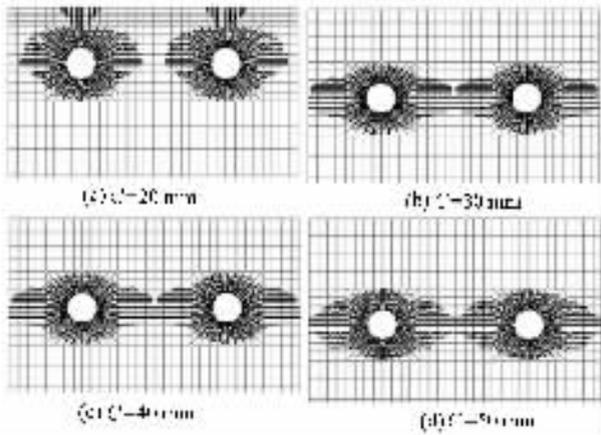


图4 保护层厚度对混凝土保护层破坏模式的影响

展,当裂缝延伸到混凝土表面时,混凝土保护层产生纵向开裂;当 $C > 30 \text{ mm}$ 时,每根钢筋周围混凝土中的裂缝均沿两钢筋之间的连线发展,然后裂缝贯通,保护层整体剥落破坏。因此,当保护层厚度逐渐增大时,保护层由纵向开裂破坏向整体剥落破坏转变。

4 结论

- 提出了应用微平面理论分析混凝土保护层在锈胀压力作用下开裂全过程数值分析的方法。
- 对于给定的保护层厚度和钢筋间距,钢筋直径对保护层破坏模式基本没有影响。
- 对于给定的保护层厚度和钢筋直径,当钢筋间距逐渐增大时,保护层由整体剥落破坏向纵向开裂破坏转变。
- 对于给定的钢筋直径和间距,当保护层厚度逐渐增大时,保护层由纵向开裂破坏向整体剥落破坏转变。

参考文献:

- [1] DU Y G, CLARK L A, CHAN A H C. Residual capacity of corroded reinforcing bar[J]. Magazine of Concrete Research, 2005, 57(7): 135-147.
- [2] DU Y G, CLARK L A, CHAN A H C. Effect of corrosion on ductility of reinforcing bars[J]. Magazine of Concrete Research, 2005, 57(7): 407-419.
- [3] BAZANT Z P. Physical model for steel corrosion in concrete sea structures: theory[J]. Journal of Structural Engineering, 1979, 105(6): 1137-1153.
- [4] BAZANT Z P. Physical model for steel corrosion in concrete sea structures: application[J]. Journal of Structural Engineering, 1979, 105(6): 1155-1165.
- [5] LIU You-ping, WEYERS R E. Modeling the time-to-corrosion cracking in chloride contaminated reinforced concrete structure[J]. ACI Materials Journal, 1998, 95(6): 675-681.
- [6] 金伟良, 赵羽习, 鄢飞. 钢筋混凝土构件的均匀锈胀力的机理研究[J]. 水利学报, 2001, 32(7): 57-62.
- [7] 郑建军, 周欣竹, LI Chun-qing. 钢筋混凝土结构锈蚀损伤的解析解[J]. 水利学报, 2004, 35(12): 62-68.
- [8] BAZANT Z P, OH B H. Microplane model for progressive fracture of concrete and rock[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1985, 111(4): 559-598.
- [9] BAZANT Z P, PRAT P C. Microplane model for brittle-plastic material: I theory[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1988, 114(10): 1672-1688.
- [10] BAZANT Z P, PRAT P C. Microplane model for brittle-plastic material: II verification[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1988, 114(10): 1689-1720.
- [11] BAZANT Z P, XIANG Yu-ying, PRAT P C. Microplane model for concrete: stress-strain boundaries and finite strain[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1996, 122(3): 245-254.

(收稿日期 2010-03-05 编辑 高建群)