

基于小波分解的快速分形图象压缩算法

袁 静 冯前进 陈武凡 杨 丰

(第一军医大学医学图象处理全军重点实验室, 广州 510515)

摘 要 为了解决传统分形压缩编码时间过长的问题, 提出了一种基于小波分解的快速分形图象压缩算法。该算法利用小波分解后各频带间能量分布不均衡的特性, 将集中图象主要能量的低频域看作是一种图象, 进行传统分形编码; 然后利用小波分解后不同分辨率子带图象之间的相似性, 用低频域的全搜索代替传统算法中整个区域的全搜索, 将在低频域得到的分形参数进行适当的比例变换得到整幅图象的分形码, 解码时, 进行同传统算法相同的迭代过程, 所得解码图象即为原图的逼近图象。实验结果表明, 该算法在压缩比不变, 且基本不影响恢复图象质量的前提下, 大大提高了编码速度, 明显改善了分形图象压缩中编解码时间的不对称。

关键词 计算机图象处理(520·6040) 图象压缩 分形编码 小波分解 低频域

中图法分类号: TN919.81 TP391.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2003)04-0392-06

A New Fast Fractal Coding Approach Based on Wavelet Decomposition

YUAN Jing, FENG Qian-jin, CHEN Wu-fan, YANG Feng

(Key Lab for Medical Imaging of PLA, First Military Medical University, Guangzhou 510515)

Abstract In order to reduce image coding time, a new fast fractal method based on wavelet decomposition is presented in this paper. This algorithm is mainly implemented in two-fold. Firstly, according to the feature of wavelet decomposition whose energy is ununiformity distribution in subbands of whole wavelet transform image, the low frequency region, where most of energy concentrates, is regarded as a kind of image, and can be encoded with traditional fractal method. Secondly, owing to the similarity of subband image among different channels after wavelet decomposition, instead of global search mechanism we have introduced a local optimal solution to gain the whole image's fractal parameter by suitable scale transform of low frequency region's. The analysis and results show that the encoding speed is improved greatly in case of the fixed compression ratio, and the quality of the reconstructed image can be better retained. It's very evidently that the dissymmetry between the encoding and decoding process has been reformed drastically.

Keywords Computer image processing, Image compression, Fractal coding, Wavelet decomposition, Low frequency region

0 引言

目前图象压缩方法已有近百种, 但随着互联网的普及和图象应用范围的不断扩大, 对图象压缩效果、压缩比以及编、解码时间等提出了新的要求。分形编码是一种不同于以往基于信源理论编码的图象压缩方法, 由于它引入了局部和全局相关去冗余的新思想, 突破了传统图象压缩方法的局限性, 具有较

大潜力, 因此近年来吸引了众多的研究者。用迭代函数系统 IFS (Iterated Function System) 对图象进行压缩编码的思想^[1,2]是 Barnsley 首先提出的, 但他未能给出适于所有图象的自动生成变换算法, 由于大量的人工干预和极其耗时的运算能力限制, 这种半人工半自动的方法并未取得很大成效。其学生 Jacquin 提出了一种基于局部迭代函数系统 (PIFS) 的可以真正自动实现图象压缩的算法——分形块编码^[3], 使分形编码从实验室研究走向应用成为可能。

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(30130180); 军队“十五”重点项目(01Z043)

收稿日期: 2002-07-11; **改回日期:** 2002-12-02

Jacquin 提出的传统分形压缩是在空域完成的,它直接利用图象内部像素之间的空间相关性对图象的灰度信息进行压缩,因而编解码过程在系统结构和实现方法上都相对比较简单,但其编码运算复杂度太大,编、解码时间极不对称,采用 386 计算机,其编码时间通常要以小时计算,因此仍然极大地限制了实际应用。

小波分解在变换域所表现出的良好特性,使之可能取代余弦变换成为 JPEG2000 静态图象压缩标准的最佳选择。一幅图象经小波变换后,可分解为不同空间方向和不同分辨率的子带图象,且相同方向不同分辨率的子带图象之间具有较强的相似性。而分形图象编码正是基于图象的自相似性,因此,可以把图象信号从空域转换到小波变换域,通过发掘图象在变换域所表现出的一些独特性质,如能量集中于某些变换域系数等来进行分形编码,以取得优于传统空域分形压缩的性能,但如何将小波分解思想更有效地应用于分形压缩一直是众多研究者关注的热点和难点。近年来,许多学者的工作多是围绕小波分解后的空间-频率特性,从两方面入手实现小波分形的混合编码:一是利用小波系数的能量集中特性构造较好的块分类和搜索方法^[4,5],二是利用小波系数的自相似特性进行分形预测编码^[6]以及 Shapiro 引进零树概念来表示某些处于同方向但不同分辨率子带图象上的小波系数,通过构造小波子树进行小波域的分形编码,把分形图象编码中的相似块(Domain Block)和图象块(Range Block)之间的分形匹配转化为相似树(Domain Tree)与图象树(Range Tree)之间的分形匹配^[7]。基于小波分解的快速分形图象压缩算法则是首先利用小波分解后各频带间能量分布不均衡的特性,仅对集中图象主要能量的低频域进行分形编码;然后再根据小波分解后不同分辨率子带图象之间的相似性,将低频域的分形码进行适当的比例变换后得到整幅图象的分形码,解码时,进行同传统算法相同的迭代恢复过程所得吸引子即为解码图象。理论分析和实验结果均表明,此算法简便可行,结果比较令人满意。

1 传统分形图象压缩算法简介

1.1 数学背景

传统分形图象压缩通过发掘图象中的自相似性来去除冗余,实现压缩,它是在空间域上进行的基于

块的编、解码过程,其数学依据主要是吸引子定理和拼贴定理,相关概念包括压缩映射、收缩变换、仿射变换、基于块的迭代函数系统(IFS)等^[3,8]。

Barnsley 将压缩映射 $w_i: X \rightarrow X, i=1, 2, \dots, n$ 的群集 $W = \bigcup_{i=1}^n w_i$ 定义为 IFS, 分形编码的问题就在于对于给定的集合 X , 能否找到一个 IFS, 使得它的吸引子 $\bar{x}$ 尽量逼近初始值 x 。由吸引子 $\bar{x}$ 的方程

$$\bar{x} = W(\bar{x}) = w_1(\bar{x}) \cup w_2(\bar{x}) \cdots \cup w_n(\bar{x})$$

可以看出,吸引子是由它映射变换后的群集构成的;由拼贴定理可知,通过寻找合适的压缩映射,努力减小 x 与 $w(x)$ 的误差就能够使得最终的吸引子 $\bar{x}$ 与 x 很好地贴近,因此对于任意初始值 x_0 , 反复迭代后 $w(x_0), w(w(x_0)), w(w(w(x_0))) \cdots$ 将最终收敛到 $\bar{x}$, 这就从理论上说明了分形编码的可行性。

IFS 的困难在于它的每一个映射变换 w_i 都是作用于整个空间 X 上,但这并不能保证所有待处理图象都具有分形意义上的那种局部与整体之间的相似性,因此难以找到自身的仿射变换。为此 Jacquin 提出了局部迭代函数系统 PIFS^[3]。

定义 对于完备距离空间 (X, d) , 如果 $D_i \subset X, i=1, 2, \dots, n$, 那么压缩映射 $w_i: D_i \rightarrow X, i=1, 2, \dots, n$

的群集 $W = \bigcup_{i=1}^n w_i$ 称为局部迭代函数系统(PIFS)。

PIFS 的重要意义在于突破了 IFS 的局限,仅用 X 的子集而不是全集来构造,它利用的是图象某一局部与另一局部的相似性,这种相似性在大多数图象中都会存在,从而使无需人工干预的分形压缩成为可能。

1.2 实现过程

基于上述理论的分形图象编码过程如下:

(1)对待压缩图象进行分割 将大小为 $N \times N$ 的原始灰度图象 I 分割成互不相交的大小为 $R \times R$ 的方块 R_i (range block, 称为值域块), 即 $I = \bigcup_{i=1}^{N/R} R_i$, 且 $R_i \cap R_j = \emptyset$ ($\emptyset$ 代表空集), R_i 是分形压缩中的每一个编码单元;

(2)建立搜索空间 用 $2R \times 2R$ 的截取窗口沿原图的水平和垂直方向(即 x, y 轴)分别以步长 Δh 和 Δv 移动,每一次移动后的截取方块就构成了匹配块 D_i (domain block, 又称定义域块), 所有这样的匹配块 D_i 就构成了搜索空间 S_D 。

(3)寻找最优匹配块 在搜索空间内,对每一值域块 R_i , 通过最小均方误差原则(MSE)寻找误差最小的匹配块 D_i , 使 D_i 经适当的仿射变换 w_i 来逼

近 R_i , 即 $w_i: R_i \leftarrow w_i(D_i)$, 使之满足

$$d(R_i, w_i(D_i)) = \|R_i - (s_i \cdot (A(G(D_i))) + o_i)\|^2 \\ = \min_{D_i \in I^2} \|R_i - (s_i \cdot (A(G(D_i))) + o_i)\|^2 \quad (1)$$

其中, G 为固定的几何变换, 完成从 Domain 块到 Range 块的空间压缩映射, 通常用四点平均法 (2×2 采样); A 为 8 种对称旋转变换 (如关于 x 轴对称, 关于 y 轴对称, 各种旋转变换等) 之一, s_i 和 o_i 分别是灰度变换的尺度因子和偏移因子。

(4) 通过搜索得到满足式 (1) 的变换群集 $w_i(x_i, y_i, a_i, s_i, o_i)$ (其中 x_i, y_i 表示 D_i 的位置) 就构成了 PIFS, 将 PIFS 记录下来并进行量化编码, 即得到每个 R_i 的分形码 (Fractal codes)。

解码时, 以任意灰度图象 (与待恢复图象尺寸相同) 作为初始点集, 读取 PIFS 中每一编码块 R_i 对应的仿射变换 w_i 的参数, 按与编码过程中相同的顺序作用到初始点集, 反复迭代至收敛后, 所得的吸引子就是最终的恢复图象。

可以看出, 此算法的关键在于找出最优的 PIFS, 这需要进行大量的匹配运算。对于 $N \times N$ 大小的图象, 其编码复杂度通常为 $O(N)^{4[9]}$, 这正是分形压缩算法编、解码过程不对称的原因所在。

2 基于小波分解的快速分形图象压缩算法

基于小波分解的快速分形图象压缩算法突破了传统算法在空间域上的限制, 通过小波分解特性将空间域与频域有机结合起来, 其主要思想有以下两点: 一是利用小波分解后所表现出的能量分布不均衡特性, 小波分解后可得到一系列不同分辨率上的小波系数, 主要表现为低频带良好的频率特性和高频带良好的空间选择特性, 且其能量主要集中在低频部分 (选择消失矩足够大的小波基, 可使图象 99% 的能量集中在低频域^[10]), 可将此低频域看作是一种图象 (而

且是原图象的缩微), 进行传统分形编码; 二是利用小波分解后不同分辨率子带图象之间的相似性, 用低频域的全搜索取代传统算法中在整个区域的全搜索, 将在低频域得到的分形参数进行适当的比例变换得到整幅图象的分形码。对于一级小波分解其算法的时间复杂度在理想情况下可降低为原来的 1/4。实验结果表明, 此算法在压缩比不变且基本不影响恢复图象质量的前提下大大提高了编码速度, 明显改善了分形图象压缩中编、解码不对称的现象。

2.1 小波分解

根据小波的基本理论, 对于 $N \times N$ 的二维图象 I_0 的小波分解可简化成一维来处理。首先将 N 行的图象分解成两部分: 高通子图象 $N \times \frac{N}{2}$ 和低频子图象 $N \times \frac{N}{2}$; 然后分别对每个子图象的列再进行小波变换, 分解成高通部分与低频部分的子图象 $\frac{N}{2} \times \frac{N}{2}$ 。结果, 一幅图象分解成 4 个部分: 水平方向低通与垂直方向低通 (LL) 即所需的低频域; 水平方向高通与垂直方向低通 (HL); 水平方向低通与垂直方向高通 (LH); 水平方向高通与垂直方向高通 (HH)^[11]。它们的能量关系可表示为

$$|I_0|^2 = |I_{0LL}|^2 + \sum_{i=1}^k (|I_{0HL_i}|^2 + |I_{0LH_i}|^2 + |I_{0HH_i}|^2) \quad (2)$$

式中, k 为小波分解级数。

由上式知, 小波分解前后, 总能量是守恒的, 整幅原始图象的能量等于小波分解后所有频段的能量之和。图 1 中所示是尺寸为 256×256 的“Lena”图象小波分解结果, 可以看出, 最低频子带图象与原始图象极其相似, 只是尺寸逐级变小, 它包含了图象的绝大部分能量; 其余高频子带的小波系数大多为零或非常小。当选择合适的小波基时, 图象 99% 的能量均可集中在低频部分。由于多分辨率分析满足因果

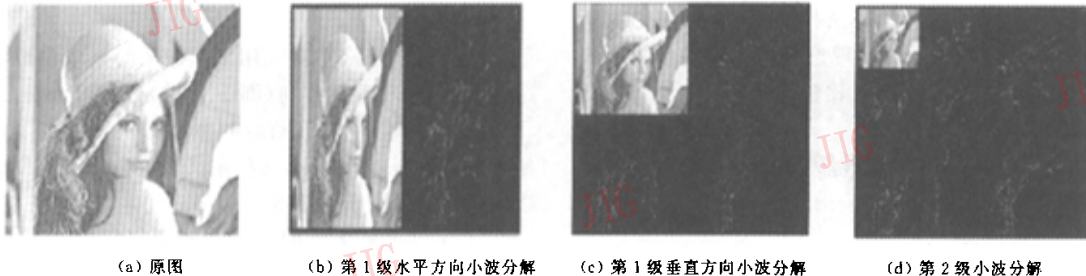


图 1 二维图象小波分解过程

性条件: $\forall j \in \mathbf{Z}, V_j \subset V_{j+1}, V_j$ 是 $L^2(\mathbf{R})$ 的一个闭子空间. 其满足特定条件时, 称之为是 $L^2(\mathbf{R})$ 的多分辨率分析, 故各子带之间必然存在着一定的相关性, 即某一分辨率上的小波系数与大一尺度的一组系数存在着对应关系. 因此, 可以利用这种能量分布特性和系数对应关系, 仅对低频部分进行分形编码, 然后利用不同子带间的相似性寻找到适当的函数关系, 将分形参数映射到整幅图象, 得到其分形码. 经过多次试验结果分析和论证认为, 这种关系是线性的, 而且同小波分解级数 k 的比例变换系数为 2^k .

2.2 编解码方案

本算法所作的改进主要是在编码过程中将搜索匹配范围限制在小波分解后的低频域, 解码过程是同传统算法完全相同的, 因此主要就编码算法具体介绍如下(以1级金字塔小波分解为例说明):

(1) 对图象进行 k 级(如1级)小波变换, 产生各个子带图象(如图1(c)所示);

(2) 对于原始图象用传统方法得到空间阈值域块 R_i , 取小波系数的低频部分, 即 LL 子带进行同样的分割, 只是块大小为 $\frac{R}{2^k} \times \frac{R}{2^k}$ (这里为 2×2), 则得到频域的对值域块 R_{li} ; 然后用 $\frac{2R}{2^k} \times \frac{2R}{2^k}$ (这里为 4×4) 的截取窗口沿原图的水平和垂直方向

(即 x, y 轴)分别以步长(这里为1)移动, 每一次移动后的截取方块就构成了频域中的对应匹配块, 所有这样的匹配块 D_{li} 就构成了频域搜索空间 $S_{D_{li}}$.

(3) 在频域搜索空间 $S_{D_{li}}$ 内, 对每一频阈值域块 R_{li} , 同传统算法类似, 依据 MSE 最小原则寻找满足式(1)的匹配块 D_{li} , 使 D_{li} 经适当的仿射变换 w_{li} 来逼近 R_{li} , 即 $w_{li}: R_{li} \leftarrow w_{li}(D_{li})$. 我们认为, 这样得到的最优仿射变换即为 D_{li} 所对应的空间阈值域块 R_i 的最优仿射变换, 只是空间域匹配块 D_{li} 的位置参数 (x_i, y_i) 需根据小波分解的级数 k 调整为 $(2^k \times x_i, 2^k \times y_i)$, 这样就得到了空间阈值域块 R_i 的分形码, 对其进行同传统方法类似的量化编码即可.

(4) 为了进一步提高恢复图象的质量, 可设定合适的误差门限以改善匹配精度. 当匹配误差大于预先给定的误差门限 T_N 时, 说明此 R_{li} 的高频信息损失较大, 需返回空间域进行传统搜索匹配, 以得到其分形码.

3 实验结果与分析

对多幅 256 级灰度图象(大小均为 256×256)进行了测试, R 子块大小均为 4×4 , 其部分试验结果如表1所示, 本文方法设定门限 $T_N = 100$. 图2列出了在各种算法下的恢复图象, 小波分解级数 $k=1$,

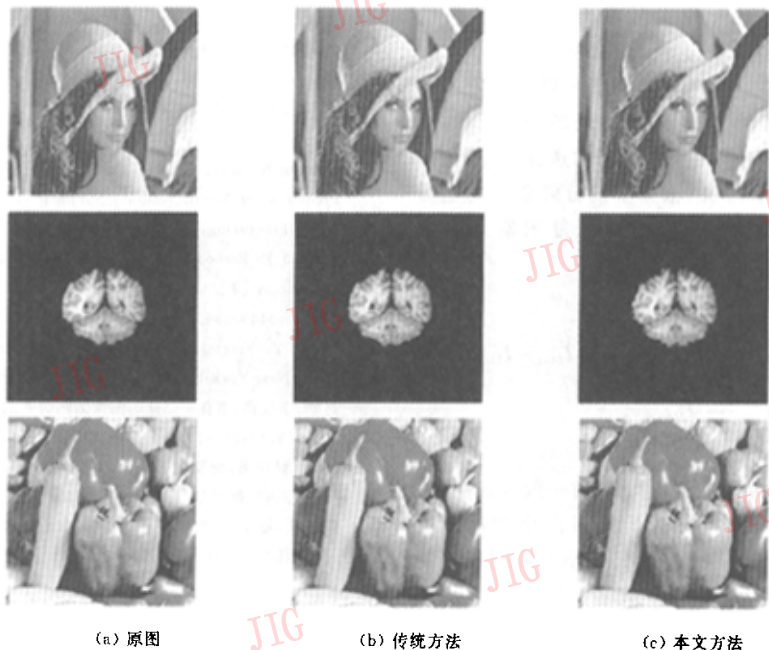


图2 不同算法恢复图象结果比较

表1 不同算法试验结果比较

	Lena		MRI-Brain		Peppers	
	传统方法	本文方法	传统方法	本文方法	传统方法	本文方法
PSNR (dB)	34.21	32.58	29.28	28.73	36.88	35.06
编码时间 (min)	22	15	20	11	22	14

采用的是D9/7双正交小波基,因为其消失矩较高,所以可以保证分解后的能量能够更好地集中在低频部分,使匹配信息的损失尽可能降低。由于各种方法均采用了相同的量化策略,且各值域块的分形码数量相同,故压缩比是一致的。

分析这些实验结果可以看出:

(1)在压缩比不变且基本保持解码图象质量不影响视觉效果的前提下,本算法编码方案加速效果均比较明显。

(2)本算法的压缩性能与图象的特性密切相关:对于细节丰富的人像和自然图象,如Lena和Peppers,其区域间的变化明显,高频成份中的空间信息含量相对较多,低频部分则相对不能更好地反映整幅图象的分形参数,故其恢复图象信息损失相对较多(同传统方法相比,信噪比损失约1~2dB);相反,对于医学图象,其高频部分所含空间信息较少,冗余信息较多,而本文算法同传统算法相比,其恢复图象,信息损失相对较少(信噪比损失约0.5dB),且加速效果更显著,其比较适于用本文方法进行压缩。但考虑到医学图象诊断对于清晰细节的较高要求,需结合实际情况作适当的折衷。

(3)本算法中不同种类小波基的选择,对图象的压缩效果具有重要意义:根据小波分解前后的能量关系式(2),若设原图为 I_0 ,解码恢复图象为 I ,则有^[10]

$$|I_0 - I|^2 = |I_{0LL} - I_{LL}|^2 + \sum_{i=1}^k |I_{0HL_i} - I_{HL_i}|^2 + |I_{0HH_i} - I_{HH_i}|^2 \quad (3)$$

式中, k 为小波分解级数。

文献[10]中的实验结果表明,对一般人像而言,经一次分解后,其低频部分的能量占全图能量的90%以上,所以当 $k=1$ 时,上式必小于原图能量的10%,如果选择消失矩大的小波基,可使其小于原图能量的1%;本文算法的实验表明,对于自然图象和医学图象,小波分解均有上述特性可以利用,所以只

要选择的消失矩足够大,且符合图象编码的小波基,保证分解后的能量能够更好地集中在低频部分,就可以获得比较满意的恢复图象质量。

4 结 论

许多研究者都曾对图象经过小波分解后同方向不同分辨率的子图象之间存在分形意义上的自相似性进行了研究,但目前仍没有明确的数学关系能够确切表达出子图象之间的这种相似性。本文试图从另一个角度,并通过实际数据验证这种相似性,结果证明了这种相似性确实存在,从而为小波分解应用于分形编码提供了一种新的思路,但它们之间的数学关系还待于更深层次的分析研究,以便更准确地通过低频子带图象反映出整幅图象的分形参数,提高恢复图象的质量。

参 考 文 献

- Barnsley M F, Demko S G. Iterated function schemes and the global construction of fractals[J]. Proc. of the Royal Society of London, 1985, A399: 243~275.
- Barnsley M F, Elton J H, Hardin D P. Recurrent iterated function systems[J]. Constr. Approx., 1989, 5(1): 3~31.
- Jacquin A E. Fractal image coding: A review[J]. Proc. of the IEEE, 1993, 81(10): 1451~1461.
- 张颖. 静止和运动图象压缩新方法研究——分形、小波及其混合编码[D]. 广州: 华南理工大学, 1997.
- Zhang Y, Po L M. Speeding up fractal image encoding by wavelet-based block classification[J]. Electronics Letters, 1996, 32(23): 2140~2141.
- Roberto Rinaldo, Giancarlo Calvagno. Image Coding by Block Prediction of Multiresolution Subimages[J]. IEEE Trans. on Image Processing, 1995, 4(7): 141~154.
- Shapiro J. Embedded image coding using zerotrees of wavelet coefficients[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1992, 41(12): 3445~3462.
- Fisher Y. Fractal Image Compression: Theory and Application[M]. New York: Springer Verlag, 1995: 1~23.
- 赵耀, 王红星, 袁保宗. 分形图像编码研究的进展[J]. 电子学报, 2000, 28(4): 95~100.
- 周娟, 罗建书, 谢瑞强. 结合小波变换的Jacquin分形图像编码[J]. 中国空间科学技术, 2000, 20(5): 52~57.
- 陈武凡, 杨丰, 江贵平. 小波分析及其在图像处理中的应用[M]. 北京: 科学出版社, 2002: 127~128.



袁 静 1973年生,第一军医大学医学图象处理全军重点实验室在读硕士,主研领域为医学图象处理与模式识别。



陈武凡 1949年生,教授,第一军医大学医学图象处理全军重点实验室博士生导师,主研领域为医学图象处理、模式识别与模糊数学的研究应用。



冯前进 1974年生,第一军医大学医学图象处理全军重点实验室在读博士,主研领域为医学图象处理与模式识别。



杨 丰 1965年生,副教授,第一军医大学医学图象处理全军重点实验室硕士生导师,主研领域为医学图象处理与模式识别。

中国科协 2003 年学术年会

征 文 通 知

中国科协 2003 年学术年会将于 2003 年 9 月 13 日至 16 日在辽宁省沈阳市召开,会前正式出版论文摘要文集。论文摘要文集将收录报名参加年会主题会场和分会场交流的学术论文摘要。本文集由中国科学技术出版社出版。同时,本文集不保留知识产权,作者可继续向其他刊物投稿。

本文集只收录经专家审阅后录用的文章摘要,为会议代表在会议期间的交流提供方便。主题会场和各个分会场均有编号,请作者根据文章内容选择所参加的主题会场或分会场,并在个人报名表和论文摘要登记表中准确填写会场标题和编号(个人报名表见附件 4,论文摘要登记表见附件 5),将论文摘要直接投递到负责各个会场组织工作的单位(投稿地址见附件 6)。

征文的范围(分会场左边为编号,右边为题目)

应征论文摘要中,鼓励作者提交未公开发表过的研究成果、新学说和新见解,或曾于 2002 年 1 月至 2003 年 4 月在学术刊物上公开发表过的亦可,但需在正文下注明出版物名称、出版单位及出版时间等。论文摘要未被录用,并不影响参加学术年会的代表资格,仍可获得参会通知。每位作者只收录一篇文章,请勿多投。如投稿 2 篇以上,文集编辑将予以删除。

(1)主题会场

主题会场围绕本届学术年会主题“全面建设小康社会:中国科技工作者的历史责任”,可以考虑以下内容投稿:中国科技工作者在全面建设小康社会中的历史责任和重要作用;关于全面建设小康社会的战略思考和政策建议;全面建设小康社会和科学技术发展;2020 年中国科技发展前景;走新型工业化道路;依靠科技进步和提高劳动者素质;完善科技服务体系的思路和方法等。

(2)分会场

分会场围绕各个分会场专题设定的内容投稿(主、分会场设置及编号见附件 2)。

征文截止日期及投递方式

论文作者需填写论文摘要登记表,连同软盘和清样稿各 1 份,于 2003 年 4 月 30 日前直接送交学术年会各个会场牵头组织单位(各个会场牵头单位地址及联系人见附件 6)。各牵头单位将经审定后所推荐的所有论文摘要软盘 1 张、文章清样稿各 1 份及录用论文摘要登记表,于 5 月 15 前送(或寄)至中国科普作家协会(以北京收到邮戳为准)。

联系方式

(一)中国科协 电话:(010)68515739;68518822-21814 联系人:李慧政 赵崇海

(二)中国科普作协 地址:北京海淀区学院南路 86 号 邮编:100081 电话:(010)62195493;62103258

传真:(010)62195493 联系人:王文静 孟 雄

附件 2~6 下载:www.cast.org.cn