

欠驱动冗余度空间机器人优化控制

何广平¹, 陆震², 王凤翔²

(1. 北方工业大学 机电工程学院, 北京 100041; 2. 北京航空航天大学 自动化学院, 北京 100083)

摘要: 欠驱动控制是空间技术中容错技术的重要方面. 本文研究了被动关节中有制动器的欠驱动冗余度空间机器人系统的运动优化控制问题. 从系统动力学方程出发, 分析了欠驱动冗余度空间机器人的优化能力和控制方法; 给出了主、被动关节间的耦合度指标; 提出了欠驱动冗余度空间机器人系统的“虚拟模型引导控制”方法, 在这种方法中采用与欠驱动机器人机构等价的全驱动机器人作为模型来规划机器人的运动, 使欠驱动系统在关节空间中逼近给出的规划轨迹, 实现了机器人末端运动的连续轨迹运动优化控制; 通过末关节为被动关节的平面三连杆机器人进行了仿真, 仿真的结果证明了提出算法的有效性.

关键词: 欠驱动; 冗余度; 机器人; 变结构控制; 优化

中图分类号: TP242 **文献标识码:** A

Optimal control of under-actuated redundant space-robot system

HE Guang-ping¹, LU Zhen², WANG Feng-xiang²

(1. North China University of Technology, Beijing 100041, China;

2. College of Automation Beijing University of Aeronautics & Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The underactuated control is an important aspect of the fault tolerance technology in space field. In this paper the optimal motion planning and control method are studied for the underactuated redundant space robot system with passive joints equipped with lockers. The optimizing ability and control method for such a system are analyzed on the basis of dynamic equations. A coupling index between the actuated and passive joints is introduced and an optimizing control algorithm is proposed, which is called the virtual model lead control method (VMLCM). By this method, a fully actuated manipulator that structurally is equivalent to the underactuated one is used as the virtual model to plan the motion, and the underactuated manipulator approximates the planned trajectory in the space of joint. Therefore, the algorithm can drive the manipulator to track a desired trace and improve the tracking accuracy. A three DOFs planar robot with passive end joint is used for simulation, and the simulation results justify the proposed algorithm.

Key words: under-actuated; redundancy; robot; variable structure control; optimum

1 引言(Introduction)

欠驱动(under-actuated)机器人是一种部分关节为被动(passive)关节的机械臂系统. 这种机械臂具有以下特点: 1) 被动关节中不安装驱动元件, 机械臂的本体结构容易设计, 系统成本降低; 2) 机械臂的比刚度增大, 工作于高速状态时有更好的动态性能; 3) 本体结构有较高的可靠性, 可用于空间机器人系统. 近年来这种机器人系统成为机器人技术研究的重要方向之一. 如 Anthony M. Bloch^[1]以欠驱动机器人为对象研究了非完整动力学系统的控制稳定性问题. Hirohiko Arai^[2]研究了欠驱动机器人的时间尺度(time-scaling)控制方法, 实现了系统的位置控制, 这种方法的控制精度或操作效率依赖于被动关节中制动器的响应速度. Rodney G. Roberts^[3]研究了欠驱动机器人的灵活性和奇异性问题, 在分析欠驱动机器人系统的非完整可控性时是非常重要的.

Kangsik Lee^[4]研究了倒立摆的控制稳定性问题, 给出了 3 种控制方法: 线性二次型(linear quadratic regulator)、部分反馈线性化(partial feedback linearization)、滑模变结构控制(sliding mode control). 倒立摆并非严格意义上的欠驱动机器人系统(虽然很多研究者将倒立摆归结于欠驱动机器人系统), 倒立摆的控制只研究将系统控制在不稳定平衡点, 而欠驱动机器人的研究问题包括平衡流形控制(Ranjian Mukherjee^[5])、PTP(point to point)控制(Hirohiko Arai^[2])、多臂协调操作, 甚至其他更复杂的机器人工作任务. 实质上研究者也期望欠驱动机器人能像全驱动系统一样实现各种灵活操作, 如搬运、装配(力/位置控制)、轨迹跟踪(弧焊)、检测等等, 然而由于欠驱动机器人本质上的非完整约束特征, 对其进行灵活控制还需要更广泛深入的研究. 目前关于欠驱动机器人的研究大多集中在末端位置控制上, 关

于欠驱动机器人臂的关节位形控制也有少量研究. 研究对象有两类, 一类是被动关节为自由状态(free-swing)的系统, 另一类研究被动关节中有制动器(locker)的系统. 在这些研究中, 均没有实现欠驱动机器人的末端连续轨迹跟踪控制, 也很少考虑机器人运动过程中的优化控制.

Marcel Bergerman^[6]首先研究了具有任意数目被动关节的欠驱动机器人系统的优化控制问题, 优化的手段是通过调整被动关节中制动器的锁紧或释放顺序达到节省能量的目的, 但是研究并没有涉及欠驱动冗余度机器人的“自运动”优化问题, 本文则对这一问题进行研究.

2 欠驱动冗余度空间机器人动力学方程 (Dynamic equations of under-actuated space robot system)

欠驱动冗余度空间机器人系统动力学方程可以写为如下形式^[7]:

$$\tilde{H}_{AA}\ddot{\theta}_A + \tilde{H}_{AP}\ddot{\theta}_P + \tilde{c}_A = \tilde{\tau}, \quad (1)$$

$$\tilde{H}_{PA}\ddot{\theta}_A + \tilde{H}_{PP}\ddot{\theta}_P + \tilde{c}_P = 0. \quad (2)$$

其中: $\tilde{H} = \begin{bmatrix} \tilde{H}_{AA} & \tilde{H}_{AP} \\ \tilde{H}_{PA} & \tilde{H}_{PP} \end{bmatrix}$ 为系统的广义惯性矩阵,

下角标 A 表示主动关节(actuated joints), P 表示被动关节(passive joints), $\tilde{c}_A, \tilde{c}_P$ 为动力学方程的速度乘积项, $\tilde{\tau}$ 表示主动关节的驱动力矩. 上式中方程(2)为欠驱动机器人系统主、被动关节间的运动耦合方程. 一般情况下, 被动关节坐标 θ_P 不一定是循环坐标, 不能将其积分为广义动量守恒方程, 因此系统为二阶非完整系统. 这里假设系统的主动关节数目 n_A 大于被动关节数目 n_P , 并且系统广义坐标数目($n = n_A + n_P$) 大于操作空间自由度 m , 系统为欠驱动冗余度机器人系统. 从方程(2)中可以解出

$$\ddot{\theta}_A = \tilde{H}_{PA}^+ [-\tilde{H}_{PP}\ddot{\theta}_P - \tilde{c}_P] + k(I - \tilde{H}_{PA}^+ \tilde{H}_{PA})\epsilon. \quad (3)$$

其中, I 为适维单位矩阵, ϵ 为适维自由矢量, k 为自运动比例系数. $(\cdot)^+$ 表示求矩阵的广义逆. 方程(3)右边第一项为最小二乘解, 第二项为欠驱动机器人主、被动关节惯性耦合矩阵 $\tilde{H}_{PA}$ 的正交空间矢量. 根据全驱动冗余度机器人“自运动”控制技术知道, 当 $n_A > n_P$ 时, 在通过主动关节运动控制被动关节时, 可以实现第二种操作任务, 如避障、避关节角极限、提高轨迹跟踪精度等等.

这里假设 $\tilde{H}_{PA}$ 满秩(主、被动关节间无耦合奇异发生), 通过主动关节运动可将被动关节控制到期望位置. 在一般非冗余度欠驱动机器人系统耦合运动

过程中, 要始终保持惯性耦合矩阵 $\tilde{H}_{PA}$ 满秩是不可能的. 但是对于这里研究的对象则不同, 本文可以利用系统惯性耦合矩阵的零空间运动达到避开动力学耦合奇异(矩阵 $\tilde{H}_{PA}$ 降秩)的目的. 系统主被动关节运动的耦合度指标可以写为

$$\mu = 1/\sqrt{\det(\tilde{H}_{PA}\tilde{H}_{PA}^T)}. \quad (4)$$

避动力学耦合奇异自由矢量:

$$\epsilon = - \left[\frac{\partial \mu}{\partial \theta_A} \right]. \quad (5)$$

Xu Yangsheng^[8]研究了自由飞行空间机器人系统的动力学耦合控制问题, 给出了耦合因子, 该耦合因子评价的是操作臂末端运动与机器人系统基础位姿间的运动相关性, 而作者给出的则是主、被动关节间的运动相关性指标.

3 末端位置误差最小化耦合控制方法 (Control algorithm of minimizing the end-effectors position errors)

当通过主动关节对被动关节位置进行控制时, 由于控制是在机器人关节空间进行规划的, 没有考虑操作臂末端的位置和姿态, 因此在操作臂末端会产生较大的误差. 当欠驱动机器人为非冗余度操作臂时, 要减小该误差是非常困难的, 对于这里研究的对象, 其运动学方程为

$$\dot{x}_E = J_B \dot{\Omega} + J_A \dot{\theta}_A + J_P \dot{\theta}_P. \quad (6)$$

其中, Ω 表示空间机器人基础的广义坐标, 下角标 B 表示空间机器人基础(base). 若不考虑机器人与基础间的运动耦合(一般空间机器人基础质量远远大于操作臂的质量), 系统加速度级运动方程为

$$\ddot{x}_E = J_A \ddot{\theta}_A + \dot{J}_A \dot{\theta}_A + J_P \ddot{\theta}_P + \dot{J}_P \dot{\theta}_P. \quad (7)$$

为使主、被动关节间的耦合运动不影响机器人臂末端的位姿, 令 $\ddot{x}_E = 0$ 并将式(3)代入上式并解出自由矢量 ϵ 得到

$$\epsilon = [J_A(I - \tilde{H}_{PA}^+ \tilde{H}_{PA})]^+ [J_A \tilde{H}_{PA}^+ (\tilde{H}_{PP} \ddot{\theta}_P + \tilde{c}_P) + \dot{J}_A \dot{\theta}_A + \dot{J}_P \dot{\theta}_P + J_P \ddot{\theta}_P]. \quad (8)$$

在欠驱动冗余度机器人的耦合控制中, 使用该自由矢量 ϵ 则能达到最小化机器人末端误差的目的.

4 轨迹跟踪控制(Tracking trace control)

对于被动关节中没有安装制动器的欠驱动机器人系统, 要实现末端操作器大范围的轨迹跟踪是非常困难的, 原因在于系统动力学耦合和操作任务之间的矛盾^[7]. 这里假设欠驱动冗余度空间机器人系统中被动关节安装制动器, 可以固定被动关节的位置. 基于这一条件, 提出如下“虚拟模型引导控制”

方案:

1) 将欠驱动冗余度机械臂对应为与之机构完全相同的全驱动机械臂;

2) 规划全驱动系统操作空间的运动 $\mathbf{x}_E, \dot{\mathbf{x}}_E, \ddot{\mathbf{x}}_E$, 作为真实欠驱动系统的目标运动;

3) 通过全驱动冗余度机器人的运动学逆解, 得到系统关节空间的目标运动轨迹:

$$\boldsymbol{\theta}(t) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_A \\ \boldsymbol{\theta}_P \end{bmatrix}, \dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}}_A \\ \dot{\boldsymbol{\theta}}_P \end{bmatrix}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}(t) = \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\theta}}_A \\ \ddot{\boldsymbol{\theta}}_P \end{bmatrix}.$$

4) 将关节空间目标运动离散化, 得到真实系统的离散运动状态

$$\mathbf{x}_E(k), \dot{\mathbf{x}}_E(k), \ddot{\mathbf{x}}_E(k), k = 1, 2, \dots, n, \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\theta}(k) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_A(k) \\ \boldsymbol{\theta}_P(k) \end{bmatrix}, \dot{\boldsymbol{\theta}}(k) = \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}}_A(k) \\ \dot{\boldsymbol{\theta}}_P(k) \end{bmatrix}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}(k) = \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\theta}}_A(k) \\ \ddot{\boldsymbol{\theta}}_P(k) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

5) 通过欠驱动机器人的主动关节实施控制律

$$\boldsymbol{\theta}_A = \tilde{\mathbf{H}}_{PA}^+ [-\tilde{\mathbf{H}}_{PP}\boldsymbol{\theta}_P - \tilde{\mathbf{c}}_P] + k(\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{H}}_{PA}^+ \tilde{\mathbf{H}}_{PA})\boldsymbol{\varepsilon} \quad (11)$$

将被动关节控制到 $\boldsymbol{\theta}_P(k)$;

6) 锁紧被动关节, 将主动关节控制到 $\boldsymbol{\theta}_A(k)$;

7) $k = k + 1$;

8) 判断 $k \geq n$ (轨迹跟踪完成)? 若是则结束, 否则重复步骤 5)、6)。

此即所谓的欠驱动冗余度空间机器人“虚拟模型引导控制方法”。其依据就是基于欠驱动冗余度机器人的被动关节位置稳定控制、PTP 运动、以及欠驱动冗余度机器人的惯性耦合矩阵的零空间运动存在的结论。假设使欠驱动系统逼近全驱动系统的运动能理想实现, 则不仅使欠驱动系统在运动过程中提高轨迹跟踪精度, 同时使欠驱动系统运动过程中的位形逼近全驱动系统。这显然是非常有意义的。比如达到避障等运动学优化控制效果。但是该控制方法依赖于 PTP 控制算法的稳定。

5 变结构控制 (Variable structure control)

机器人系统连续轨迹运动的基础是 PTP 运动 (在机器人任意曲线轨迹跟踪运动控制中常使用多轴插补方法), 动力学控制中应用最多的是计算力矩控制方法, 但是这种方法的缺点是计算量太大, 在控制复杂机器人时遇到很大困难。这里采用变结构控制方法^[9]实现 PTP 控制。

设 $\mathbf{e} = \boldsymbol{\theta}_P^d - \boldsymbol{\theta}_P$ 为被动关节位置误差矢量, 其中 $\boldsymbol{\theta}_P^d$ 为被动关节期望位置矢量, $\boldsymbol{\theta}_P$ 为被动关节真实位置矢量。

取滑动模态为

$$\mathbf{s} = \dot{\mathbf{e}} + k\mathbf{e}. \quad (12)$$

其中, $k > 0, \mathbf{s} = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_p]^T, n_p$ 为欠驱动机器人主动关节数目。

$$\dot{\mathbf{s}} = \ddot{\mathbf{e}} + k\dot{\mathbf{e}} = -\ddot{\boldsymbol{\theta}}_P + k\dot{\mathbf{e}}. \quad (13)$$

令

$$\dot{\mathbf{s}} = -\eta \operatorname{sgn}(\mathbf{s}) - \xi \mathbf{s}. \quad (14)$$

其中, $\eta > 0, \xi > 0, \operatorname{sgn}(\cdot)$ 为符号函数。由式(13)、(14)得到

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}}_P = \eta \operatorname{sgn}(\mathbf{s}) + \xi \dot{\mathbf{e}} + k\dot{\mathbf{e}}. \quad (15)$$

结合式(1)、(8)、(11)、(15)得到控制律

$$\begin{cases} \ddot{\boldsymbol{\theta}}_P = \eta \operatorname{sgn}(\mathbf{s}) + \xi \dot{\mathbf{e}} + k\dot{\mathbf{e}}, \\ \boldsymbol{\varepsilon} = [\mathbf{J}_A(\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{H}}_{PA}^+ \tilde{\mathbf{H}}_{PA})]^+ [\mathbf{J}_A(\tilde{\mathbf{H}}_{PA}^+ (\tilde{\mathbf{H}}_{PP}\ddot{\boldsymbol{\theta}}_P + \tilde{\mathbf{c}}_{PP}) + \dot{\mathbf{J}}_A\dot{\boldsymbol{\theta}}_A + \dot{\mathbf{J}}_P\dot{\boldsymbol{\theta}}_P + \mathbf{J}_P\ddot{\boldsymbol{\theta}}_P), \\ \ddot{\boldsymbol{\theta}}_A = \tilde{\mathbf{H}}_{PA}^+ [-\tilde{\mathbf{H}}_{PP}\ddot{\boldsymbol{\theta}}_P - \tilde{\mathbf{c}}_P] + k(\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{H}}_{PA}^+ \tilde{\mathbf{H}}_{PA})\boldsymbol{\varepsilon}_2, \\ \tilde{\boldsymbol{\tau}} = \tilde{\mathbf{H}}_{AA}\ddot{\boldsymbol{\theta}}_A + \tilde{\mathbf{H}}_{AP}\ddot{\boldsymbol{\theta}}_P + \tilde{\mathbf{c}}_A. \end{cases} \quad (16)$$

以上滑动模态的运动稳定性是容易证明的: $s_i \dot{s}_i = -\eta s_i \operatorname{sgn}(s_i) - \xi s_i^2$ 。

由于 η, ξ 为正数, 而 $s_i \operatorname{sgn}(s_i) \geq 0, s_i^2 \geq 0$, 因此得到 $s_i \dot{s}_i \leq 0$, 而 $s_i \neq 0$, 于是 $s_i \dot{s}_i < 0$, 从而证明了算法的稳定性。

6 模型仿真 (Simulation)

这里仿真模型为平面三关节机器人, 被动关节假设为末关节 (第三关节), 被动关节中安装制动器。验证 5、6 节提出的欠驱动冗余度机器人控制方法能否实现近似于全驱动冗余度机器人系统的运动优化控制效果。

6.1 被动关节的位置控制仿真 (Simulation of passive joints position control)

首先研究欠驱动冗余度机器人被动关节的位置控制问题。系统的初始状态: 关节 1 为 0° 、关节 2 为 45° 、关节 3 为 45° ; 初始关节速度、加速度均为零。通过由方程(16) (自运动放大系数 $k = 0$) 表示的变结构控制方法, 要将被动关节控制到 0° 。得到的仿真结果如图 1 所示。其中图 1(a) 为关节运动轨迹, 图 1(b) 为被动关节的位置误差变化, 图 1(c) 为主动关节力矩变化, 图 1(d) 为滑动模态运动轨迹, 图 1(e) 为机械臂末端位置误差变化。从图中可以看出, 变结构控制方法将被动关节稳定地控制到目标角度位置 (参看图 1(d) 中的滑动模态运动轨迹)。但是从图 1(e) 中同时看到机器人臂末端的位置误差较大, 这是由于动力学耦合引起的。当考虑末端误差优化时 (方程(16) 中 $k \neq 0$), 得到的末端位置误差结果如图 2 所示。可以看出, 机

器人末端的位置误差得到一定程度的改善,但当时间 $t > 85$ s 左右时误差却逐渐增加,这是由于冗余度机器人关节空间自运动的不封闭性引起的,关于这一问题有专门的研究.实质上当被动关节的误差小到可接

受时,只要关闭主动关节的输入并将被动关节制动,则该误差将不再发展.图中: θ 为关节角, θ_3 为被动关节角误差, τ 为关节力矩, e_θ 为误差, $\dot{e}_\theta$ 为误差变化率, e_x 为末端位置误差.

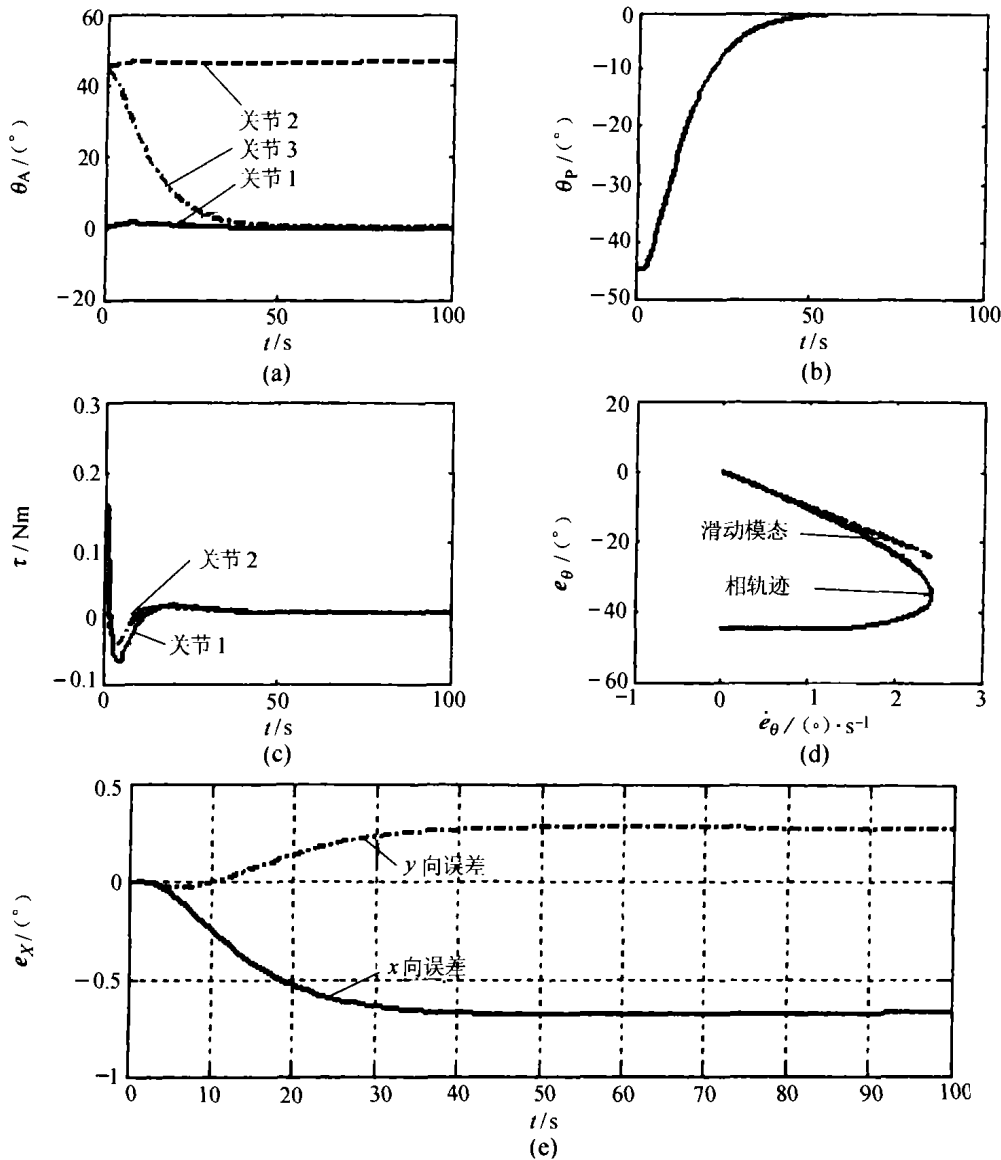


图1 无优化控制被动关节位置

Fig. 1 Position control of the passive joints without optimizing

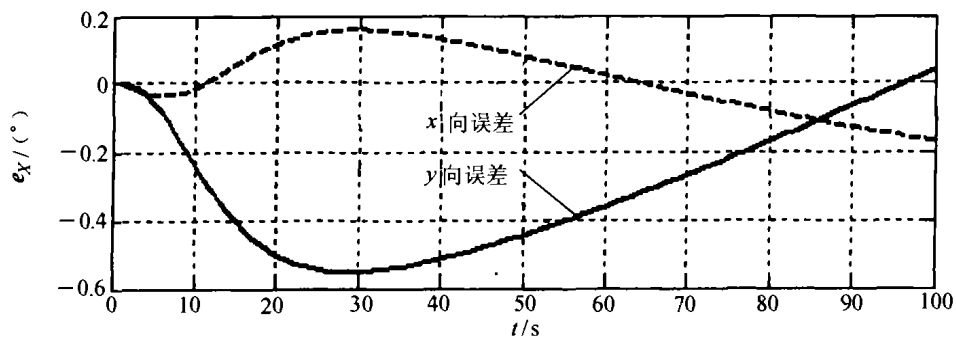


图2 优化控制被动关节位置

Fig. 2 Position control of the passive joints with optimizing

6.2 连续轨迹运动控制仿真(Tracking trace simulation)

这里对欠驱动机器人的连续轨迹运动控制问题进行仿真,结果如图3所示.同样地,图3(a)为关节运动轨迹,图3(b)为被动关节的位置误差变化,图3(c)为主动关节力矩变化,图3(d)为滑动模态运动轨迹、图3(e)为机械臂末端位置误差变化.从仿真

的结果看,变结构控制方法在轨迹跟踪中稳定有效.从图3(e)知道欠驱动冗余度机器人在轨迹跟踪中末端误差收敛,如果使运动插补更细分则能进一步提高机器人轨迹跟踪的精度.图中: θ 为关节角, θ_3 为被动关节角误差, τ 为关节力矩, e_θ 为误差, $\dot{e}_\theta$ 为误差变化率, e_x 为末端位置误差.

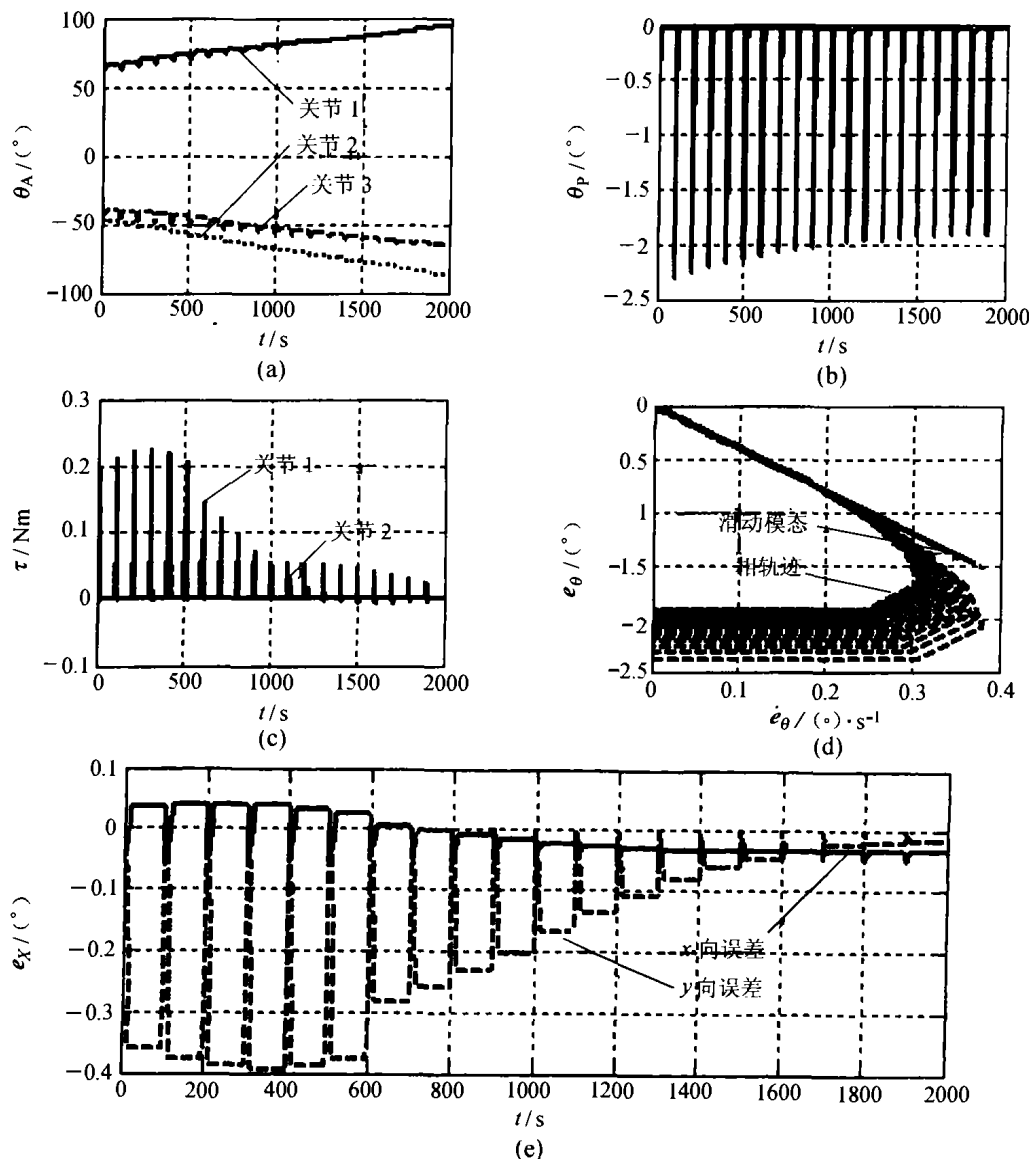


图3 欠驱动冗余度机器人连续轨迹运动控制

Fig. 3 Motion control of under actuated robot with tracking end trace

7 结论(Conclusion)

研究了被动关节中安装制动器的欠驱动冗余度空间机器人的运动优化控制问题.从理论分析和计算仿真两方面证明:当①被动关节中安装制动器、②主动关节数目大于被动关节数目、③主、被动关节间不发生动力学耦合奇异时,本章提出的“虚拟模型引导控制”方法不仅能实现机器人臂末端的位置轨迹跟踪控制,同时使欠驱动冗余度机器人的关节轨迹逼近全驱动冗余度机器人的关节轨迹,从而证明了

该控制方法在实现欠驱动冗余度机器人运动优化控制方面的有效性.

参考文献(References):

- [1] BLOCH A M, WILSON C H. Control and stabilization of nonholonomic dynamic systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1992, 37(11): 1746-1757.
- [2] ARAI H, SENVIL L. Time-scaling control of an under-actuated manipulator [J]. *J of Robotic Systems*, 1998, 15(9): 525-536.
- [3] ROBERTS R G, CART P. A local measure of fault tolerance for

- cinematically redundant Manipulators [J]. *IEEE Trans on Robotics and Automation*, 1996, 12(4): 543 – 552.
- [4] LEE K, CARROLL V C. Control algorithms for stabilizing under-actuated robots [J]. *J of Robotic Systems*, 1998, 15(12): 681 – 697.
- [5] MUKHERJEE R, CHEN D. Control of free-flying under-actuated space manipulators to equilibrium manifolds [J]. *IEEE Trans on Robotics and Automation*, 1993, 9(5): 561 – 570.
- [6] BERGERMAN M, XU Yangsheng. Optimal control of manipulators with any number of passive joints [J]. *J of Robotic Systems*, 1998, 15(13): 115 – 129.
- [7] 何广平, 陆震, 王凤翔. 被动冗余度空间机器人动力学控制[J]. 空间科学学报, 2001, 21(1): 73 – 80.
(HE Guangping, LU Zhen, WANG Fengxiang. Dynamical control of under actuated redundant space robots [J]. *Chinese J of Space Science*, 2001, 21(1): 73 – 80.)
- [8] XU Yangsheng. The measure of dynamic coupling of space robot systems [C]// *IEEE Int Conf on Robotics and Automation*. California: IEEE Computer Society Press, 1993: 615 – 620.
- [9] 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法[M]. 北京: 科学出版社, 1996.
(GAO Weibing. *The Theory and Designing Methods of Variable Structure Control* [M]. Beijing: Science Press, 1996.)

作者简介:

何广平 (1972 —), 男, 副教授, 博士. 主要研究领域: 机器人技术, 仿生机械. E-mail: guangpinghe@sohu.com;

陆震 (1942 —), 男, 教授, 博士生导师. 主要研究领域: 机器人学, 智能机械. E-mail: zhenluh@sohu.com;

王凤翔 (1943 —), 男, 研究员. 主要研究领域: 机器人技术, 火箭发动机. E-mail: wangfengxiang@sohu.com.

(上接第304页)

7 结论(Conclusion)

本文的方法不仅不需要对多峰函数做任何先验假设, 而且在性能上比现有的方法都有很大的提高.

参考文献(References):

- [1] MICHALEWICZ Z. *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs* [M]. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1994.
- [2] WANG Xiufeng, ELBULUK M E. The application of genetic algorithm with neural networks to the induction machines modeling [J]. *System Analysis Modeling Simulation*, 1998, 31: 93 – 105.
- [3] HOLLAND J H. *Adaptation in Natural and Artificial System: An Introduction Analysis with Applications to Biology, Control and Artificial Intelligence* [M]. Michigan, USA: The University of Michigan Press, 1975.
- [4] GOLDBERG D E, RICHARDSON J. Genetic algorithms with sharing for multimodel function optimization [C]// *Proc of the Second Int Conf on Genetic Algorithms*: July 28 – 31, 1987 at the Massachusetts Institute of Technology. Massachusetts, USA: The Massachusetts Institute of Technology Press, 1987: 41 – 49.
- [5] WILLIAM M. Spears, simple subpopulation schemes [C]// *Proc of the Third Annual Conference on Evolutionary Programming*, Feb. 24 – 26, 1994 at San Diego, California, USA. Singapore: World Scientific, 1994: 296 – 307.
- [6] 刘洪杰. 遗传算法及其在金融预测与金融决策中的应用研究[D]. 天津: 南开大学, 2002.
(LIU Hongjie. *Research of genetic algorithms and its application in financial forecast and financial decision* [D]. Tianjin: Nankai University, 2002.)

作者简介:

刘洪杰 (1975 —), 男, 博士. 主要研究方向: 遗传算法, 复杂系统建模, 金融预测与决策. E-mail: liuhongjie@x263.net;

王秀峰 (1942 —), 男, 南开大学控制理论与控制工程教授, 博士生导师. 1965年毕业于南开大学数学系. 出版了8本著作, 发表了80余篇论文. 主要研究方向为: 复杂系统建模, 遗传算法, 数据挖掘, 智能信息处理等. E-mail: wangxf@nankai.edu.cn.